LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2020

POLÍTICA DE PRECIFICAÇÃO ÓTIMA DE PRODUTOS PERECÍVEIS VIA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO NO SETOR DE LATICÍNIOS

Livia P. Furtado
Departamento de Engenharia de Produção, Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar, 500 CEP 30535-901 - Belo Horizonte, MG, Brasil
liviafurtado@pucminas.br

Edgar G. Laporte
Programa de Graduação em Engenharia de Produção, Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar, 500 CEP 30535-901 - Belo Horizonte, MG, Brasil
edglaporte@gmail.com

Filipe M. Pontes
Programa de Graduação em Engenharia de Produção, Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar, 500 CEP 30535-901 - Belo Horizonte, MG, Brasil
fmacielpontes@gmail.com

Vinicius C. Ribas
Programa de Graduação em Engenharia de Produção, Pontíficia Universidade Católica de Minas Gerais
Av. Dom José Gaspar, 500 CEP 30535-901 - Belo Horizonte, MG, Brasil
viniciuscribas@live.com

RESUMO

Abordamos a precificação de produtos perecíveis no setor de laticínios. Na empresa objeto de estudo, existe a percepção de que é possível reduzir o volume de produtos perdidos por prazo de validade bem como vendas com descontos elevados. Nosso objetivo é definir uma política de precificação dinâmica ótima que auxilie a equipe de vendas. Utilizamos a programação dinâmica estocástica como ferramenta que capta o valor do produto perecível ao longo do tempo. Para representar a incerteza da demanda, utilizamos um modelo embutido de simulação. O resultados sugerem que os descontos praticados são altamente sensíveis ao estoque disponível em cada período da vida útil do produto. A política ótima não é míope. Isto é, proporciona ações que antecipam potenciais perdas e descontos em períodos mais próximos da data de validade.

PALAVRAS CHAVE. Precificação dinâmica. Perecibilidade. Programação dinâmica estocástica. Simulação.

Programação Matemática. PO na Indústria. Simulação.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

ABSTRACT

We approach the pricing of perishable products in the dairy sector. In the company, there is a perception that it is possible to reduce the volume it is possible to reduce the volume of products that reach their expiration date and are discarded, as well as the volume of products sold at a discount price due to iminente expiration. Our goal is to define a dynamic optimal pricing policy that assists the sales team. We use stochastic dynamic programming as a tool that captures the value of the perishable product over time. To represent demand uncertainty, we use an embedded simulation model. The results suggest that the discounts practiced are highly sensitive to the stock available at each period of the product's useful life. The optimal police is not myopic. That is, it provides an action that anticipates potential losses and discounts in stages closer to the expiration date.

KEYWORDS. Dynamic pricing. Perishability. Stochastic dynamic programming. Simulation.

Mathematical Programming. PO in Industry. Simulation.

1. Introducao

Este trabalho aborda a precificação de produtos perecíveis em empresa de grande porte do setor de laticínios. Ela atua no mercado há mais de 60 anos e tem em seu portfólio uma elevada gama de produtos, tais como leites, iogurtes, requeijão, manteiga, creme de leite e leite condensado. O agronegócio é um dos pilares da economia brasileira representando cerca de 23,5% do Produto Interno Bruto brasileiro, segundo Podesta [2017]. As indústrias de laticínios movimentaram cerca de 70 bilhões de reais e geraram 2,7 milhões de empregos em 2016 no Brasil. Além disso, o Brasil é considerado o quarto maior produtor de leite do mundo, com aproximadamente 33,6 bilhões de litros anuais. Sendo assim, há um grande apelo, além da oportunidade de aplicação de técnicas de tomada de decisão mais sofisticadas no setor abordado.

Na empresa em estudo, há produção em lotes múltiplos específicos para cada produto. A reposição de estoque é feita, aproximadamente, de 11 em 11 dias e a prioridade da produção é dada em função da demanda e do nível de estoque de cada produto. Considerando as especificações do produto comercializado, percebe-se que aqueles perecíveis demandam uma atenção particular e sistematização em relação ao preço praticado. Nesse caso, é importante definir uma precificação dinâmica ótima que considere diferentes prazos de validade e níveis de estoques.

Essa variabilidade entre os vencimentos de cada produto gera comportamentos distintos da demanda, provocando a necessidade de ações estratégicas contínuas nas empresas que lidam com produtos perecíveis. Há uma compensação financeira aos consumidores quando existir proximidade do fim da vida útil, dada a noção de demanda elástica dos produtos perecíveis. Sendo assim, a utilização de técnicas de precificação ótima é relevante na busca de menores perdas de produtos e de vendas (Chung e Li [2014], Wang et al. [2015] Zabihi e Bafruei [2017] e Herbon [2018]).

Uma estratégia que balanceia a necessidade de dar saída aos produtos e, ao mesmo tempo, atende à necessidade dos clientes, é a redução do preço próximo ao prazo de validade. É importante que os clientes não tenham o senso de justiça pelos pagamentos realizados por cada produto afetado. Caso contrário o consumidor, percebendo que não está pagando um valor justo pelos produtos, pode acabar gradativamente enfraquecendo a confiança dele na marca (Chung e Li [2014], Wang et al. [2015] Zabihi e Bafruei [2017] e Herbon [2018]). Tipicamente, tomadas de decisão dos gestores quanto a precificação de produtos perecíveis são baseadas em experiências passadas. Portanto, há uma probabilidade significativa de serem subótimas.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

Tendo em vista a importância da precificação no setor de produtos perecíveis, o objetivo deste trabalho está na definição políticas ótimas de precificação para produtos perecíveis, considerando o nível de estoque e tempo restante até fim da vida útil. Nosso trabalho é similar a Shi et al. [2014], no qual políticas de preço são definidas em um sistema *make-to-stock* (produção para estoque) com incerteza de demanda sujeito a quebra de máquinas. Nossa contribuição está na possibilidade de consideração de incertezas mais genéricas e flexíveis da demanda. A utilização da simulação de Monte Carlo embutida no algoritmo de programação dinâmica proporciona generalidade na modelagem da incerteza da demanda.

Essa é uma abordagem próxima a Tsitsiklis e Van Roy [2001], no qual um método de programação dinâmica aproximada baseado em simulação é aplicado para a precificação de opções americanas complexas, e a Pimentel e Santiago [2015], onde um método de programação dinâmica estocástica é aplicada a portfólios de planos de previdência. A vantagem dese tipo de combinação de programação dinâmica com simulação de Monte Carlo está no contorno do problema da maldição da dimensionalidade, visto em problemas modelados através de árvores de decisão com caminho-dependente. O crescimento exponencial do número de estados do algoritmo é evitado pela aproximação paramétrica ou não paramétrica da função custo associada.

O artigo está organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta a definição do problema, formulação matemática, o modelo da demanda considerado, uma análise do esforço computacional requerido pela simulação e o pseudocódigo do modelo construído. A análise dos resultados obtidos são apresentados na Seção 3. A Seção 4 é dedicada à conclusão.

2. Formulação do problema

Nesta seção, serão abordados os principais passos e análises da modelagem do problema. Ela irá partir de análises feitas sobre a realidade da empresa, conceitos de modelagem de demanda e econômicos, para enfim chegar ao modelo de programação dinâmica.

2.1. Descrição do problema

Na empresa sob estudo, existe uma dificuldade para precificar produtos próximos a data de validade. Atualmente, essa precificação é feita de maneira empírica, baseada principalmente na experiência dos profissionais da área comercial. Eles têm o desafio de aplicar descontos aceitáveis no ponto de vista do mercado, porém sem afetar as margens de lucro. Além disso, podem haver conflitos de interesse dado indicadores de desempenho estabelecidos para a equipe de vendas.

Essa precificação deveria seguir diretrizes de desconto para cada categoria de prazo de validade das linhas de produtos. O trabalho foi aplicado a um determinado produto da linha de refrigerados, podendo ser posteriormente replicado sem perda de generalidade para os demais produtos. A atual política de desconto por prazo de validade para o produto sob análise é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1: Faixas de descontos por prazo de validade por período.

Categoria	prazo de validade	Desconto médio (%)
A	24	4
B	20	20
C	14	30
D	10	40
E	5	60

Entretanto, muitas vezes os descontos não atendem às condições impostas pelos clientes. A Figura 1 mostra o volume de vendas realizadas em junho de 2018 do produto em análise. Ela

apresenta as faixas de descontos reais dadas aos clientes em produtos com prazos de validade mais curtos (categorias B, C, D e D). Foram vendidas 136.714 unidades, das quais 17.213 (13%) foram dessas categorias, e 119.501 (87%) unidades da categoria A.

Para a categoria B (20 dias até prazo de validade), o desconto médio recomendado é de 20%. Entretanto, todos os produtos vendidos foram com descontos superiores a 40%. Vale ressaltar que 34% dos produtos foram vendidos com descontos superiores a 70%. O desconto médio recomendado para a categoria C (14 dias até o prazo de validade) é de 30%. Porém, 66% das vendas apresentaram descontos superiores a 70%. O mesmo comportamento é visto para a categoria D. Vale notar que não houve vendas com descontos superiores a 70% na categoria E, que é a mais próxima do prazo de validade (5 dias). Nota-se, então, um claro desalinhamento entre as diretrizes apresentadas na Tabela 1 e os descontos praticados na realidade.

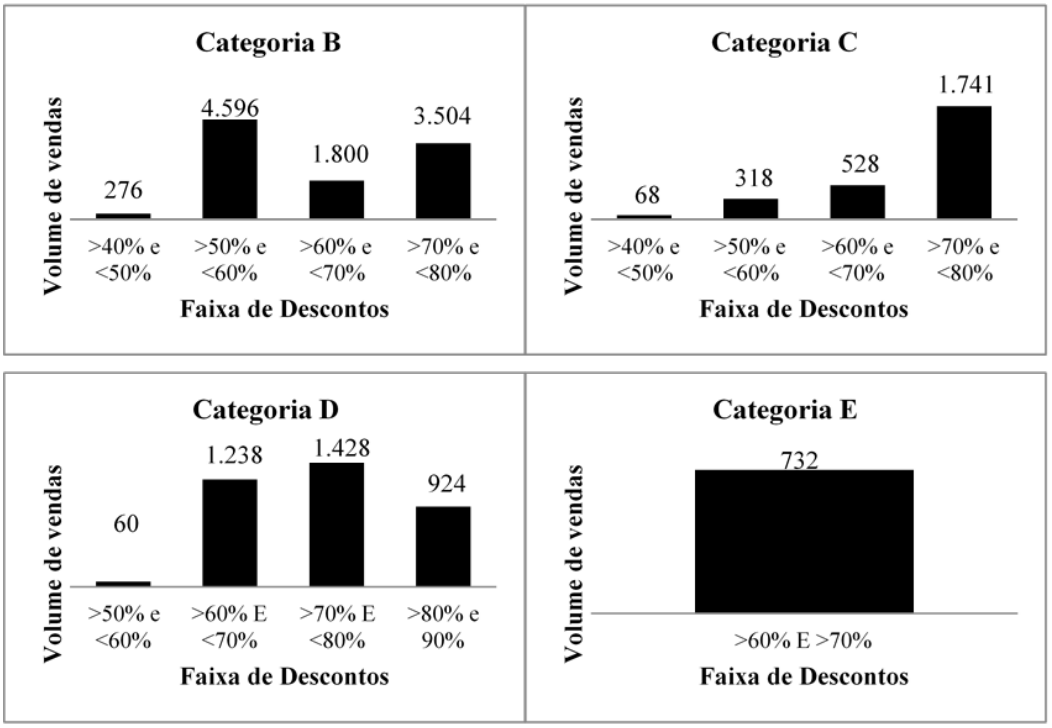


Figura 1: Faixas de descontos *versus* volume de vendas por categoria

2.2. O modelo de programação dinâmica estocástica

O modelo de programação dinâmica estocástica utilizado como referência foi apresentado em [Bertsekas, 2005]. A variável de decisão é a política de preço ótima que maximiza uma função lucro para cada categoria da vida útil do produto, dado o estoque de produtos disponível no início de cada período. Em nosso modelo, temos os seguintes parâmetros e variáveis:

- k: índide de períodos. Representa as cinco categorias de prazos de validade: A (k=1); B (k=2); C (k=3); D (k=4); e E (k=5). Portanto, $k = 1, ..., 5$, em que $k = 5$ é o período terminal. Isto é, quando o produto atinge o prazo de validade.

- x_k: estado do sistema. Representa o valor do estoque do produto no início de cada período k.

- $a_k(x_k)$: ação a ser tomada no início do período k no estado x_k. Representa o preço a ser definido a depender do estoque inicial disponível naquele período.
- $w_k(x_k, a_k)$: ruído do sistema. Representa a incerteza associada à demanda no período k. O comportamento da demanda é dinâmico e varia de acordo com o tempo até o prazo de validade e com o preço $a_k(x_k)$. A modelagem da demanda é apresentada na Seção 2.3.
- c: custo unitário de produção do produto. Assumimos este custo como fixo ao longo do tempo. Não são considerados custo de manutenção do estoque.

A equação que descreve a evolução do sistema ao longo do tempo é dado por

$$x_{k+1} = x_k - w_k(a_k, x_k), \qquad \text{para } k = 1, ..., 4. \tag{1}$$

Isto é, o estoque inicial do próximo estágio $k + 1$ é dado pelo estoque inicial em k subtraído da demanda $w_k(a_k, x_k)$. O estoque final do estágio terminal $k = 5$ é modelado como produto para descarte, já que o prazo de validade. A função custo do modelo no período terminal (J_5) é dada por:

$$J_5(x_5, a_5) = \mathrm{E}\left[w_5(x_5, a_5)(a_5 - c) - c(x_5 - w_5(x_5, a_5))\right], \tag{2}$$

sendo E representa a esperança em relação à variável aleatória $w_5(x_5, a_k)$. Isto é, a função lucro terminal é a esperança do lucro das vendas do período (demanda multiplicada pela diferença entre preço e custo) menos o custo dos produtos descartados (diferença entre estoque inicial do período e demanda). A função lucro dos demais períodos $k = 1, .., 4$ é dada por:

$$J_k x_k, a_k = \mathrm{E}\left[w_k(x_5, a_k)(a_k - c) + J^*_{k+1}(x_{k+1}, a^*_{k+1})\right]. \tag{3}$$

Portanto, para esses períodos, a função custo é a somatória dos lucros do atual estágio e dos estágios futuros dado a precificação ótima a^*_{k+1} que maximiza $J_{k+1}(x_k, a_k)$.

2.3. O modelo da demanda

As variações de preço e da quantidade de determinado produto dependem de como a oferta e a demanda vão se comportar. As características de oferta e demanda variam de um segmento de mercado para outro. Dentro desse conceito, existe uma especificidade relacionado diretamente aos produtos que é a elasticidade. Dessa forma, os produtos podem ou não sofrerem de variações de demanda de acordo com variações de seus preços Pindyck e Rubinfeld [2012]. Elaborada no século XVII por Adam Smith, a Lei da Oferta e da Procura foi simplificada com um modelo de duas curvas: a curva da oferta e a curva da demanda, ilustradas na Figura 2.

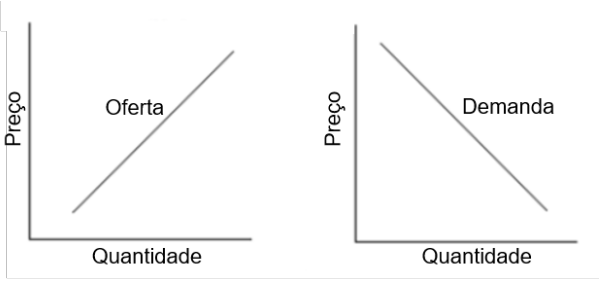


Figura 2: Gráfico da curva da oferta (esquerda), gráfico da curva da demanda (direita)

Um ponto chave de problemas que envolvem a cadeia de suprimentos é a modelagem das funções oferta e demanda. A forma analítica mais comum de modelagem é a linear, o que pode limitar a aplicabilidade dos modelos ([Feng e Shanthikumar, 2018]). Adotamos também nesse trabalho uma função linear por simplicidade. Entretanto, é importante ressaltar que o método de programação dinâmica estocástica combinado com simulação de Monte Carlo aqui utilizado é genérico no sentido de que aceita modelagens não lineares de incerteza da demanda.

Para modelar o comportamento da demanda (neste caso, o volume de vendas em função do tempo e preço), utilizamos o preço mínimo e preço máximo praticado em cada categoria. Assumimos a demanda como normalmente distribuída com média μ_k e desvio-padrão de 10% dessa média. Como o modelo é linear na média, utilizamos a seguinte função base:

$$\mu_k = \beta_k^{(0)} + \beta_k^{(1)} a_k(x_k) \tag{4}$$

sendo μ_k é a média da demanda para a k-ésima categoria, $\beta_k^{(0)}$ é o intercepto, $\beta_k^{(1)}$ é a taxa de inclinação e $a_k(x_k)$ é o preço de venda a ser definido para a categoria k dado o volume de vendas disponível x_k.

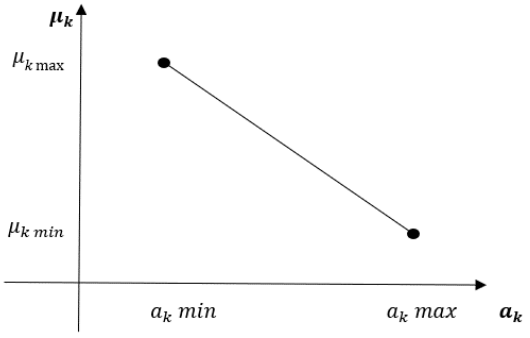


Figura 3: Função-base para a modelagem da demanda

Foi definido o valor de preço máximo praticado pela equipe de vendas (a_k^{max}), bem como o valor de preço mínimo (a_k^{min}) para cada categoria. Para o preço máximo, foi estimada uma demanda média mínima (μ_k^{min}). Similarmente, para o preço mínimo, foi estimada uma demanda média máxima (μ_k^{max}). Essa modelagem de demanda linear é ilustrada na Figura 3. Chegou-se aos seguintes coeficientes do modelo da demanda:

$$\beta_k^{(1)} = \frac{\mu_k^{max} - \mu_k^{min}}{a_k^{min} - a_k^{max}}, \qquad \beta_k^{(0)} = \mu_k^{max} - a_k^{min}\beta_k^{(1)}. \tag{5}$$

A Tabela 2 apresenta os coeficientes encontrados.

A Figura 4 ilustra a estimativa da função lucro dado o efeito da demanda simulada variando com o preço para um determinado volume de estoque. Assim, é possível definir, utilizando o modelo de programação dinâmica estocástica com simulação, um valor de preço ótimo a_k^* para cada categoria k. Claramente, esse valor ótimo é aquele que maximiza a função lucro.

2.4. Análise da simulação de Monte Carlo

Como já está implícito em quaisquer estudos de simulação, quanto maior o tamanho da simulação, menores a variância da estimativa de performance do sistema. Optamos por realizar um

Tabela 2: Coeficientes do modelo linear de demanda por categoria.

Categoria k	μ_k^{max}	μ_k^{min}	a_k^{max} (R$)	a_k^{min} (R$)	$\beta_k^{(0)}$	$\beta_k^{(1)}$
1	10.000	2.000	5,50	3,92	-17.848,00	5.063,29
2	4.620	1.140	2,72	0,98	-820,00	2.000,00
3	1.993	384	1,98	0,98	-1.192,8	1.609,00
4	1.428	48	1,67	0,98	-1.912,00	2.000,00
5	732	0	1,60	0,98	-1.157,00	1.180,65

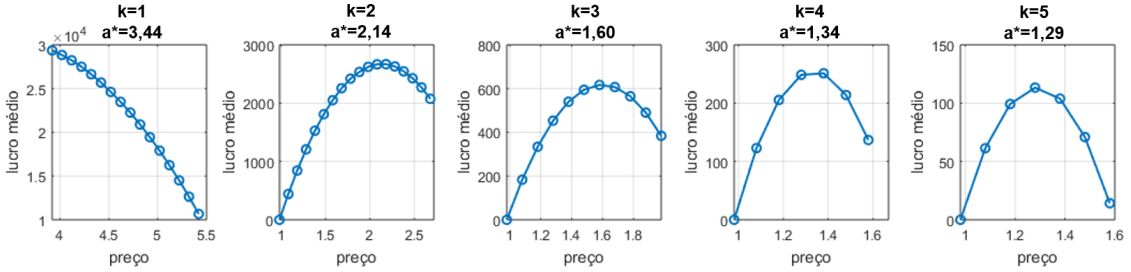


Figura 4: Exemplo de curvatura do lucro em função do preço a_k para cada categoria.

teste computacional simples para definir um tamanho adequado (N). Foi definida uma variação da ordem de 10^1, $N = 100\ \ 1.000\ \ 10.000$ para avaliação do tempo de processamento do software MATLAB em um notebook pessoal com processador intel CORE i7.

Além do tempo computacional, foi realizada a análise da estimativa da performance do sistema. Foi avaliada a variabilidade da política ótima de precificação (R$ por unidade de produto) e a estimativa da função custo (lucro esperado R$). A Figura 5 ilustra os resultados dessa análise. Os gráficos à esquerda foram geradas com $N = 100$, aqueles ao centro com $N = 1.000$, e aqueles à direita com $N = 10.000$. A primeira linha de gráficos se refere ao preço ótimo definido para cada possibilidade de estado inicial de estoque. A segunda linha de gráficos se refere à função custo ótima, também para cada possibilidade de estado inicial de estoque.

Foi utilizado um tamanho de $N = 10.000$. O tempo de execução para cada período do algoritmo de programação dinâmica foi de cerca de 170 segundos.

2.5. O modelo construído

Apresentamos agora o pseudocódigo do modelo construído. Esse foi dividido em duas partes. A primeira é dedicada à rotina relativa ao período terminal $k = 5$. A segunda é dedicada aos demais períodos $k = 1, ..., 4$.

---

0 Faça $k = 5$. Declaração dos parâmetros de entrada: N, c, espaço de estados factível $X = \{0, 100, ..., x^{max}\}$, sendo x^{max} é a capacidade máxima de estoque disponível, espaço de ações admissíveis $A_k = \{a_k^{min}, a_k^{min} + 0,05, a_k^{min} + 0,10, ..., a_k^{max}\}$.

1 Para cada estado de estoque inicial $x_k \in X$, faça:

1.1 Para cada ação admissível $a_k \in A$, faça:

1.1.1 Defina a média da distribuição normal da demanda $\mu_k(x_k, a_k)$ de acordo com modelo de demanda em Eq. (4) e Eq. (5).

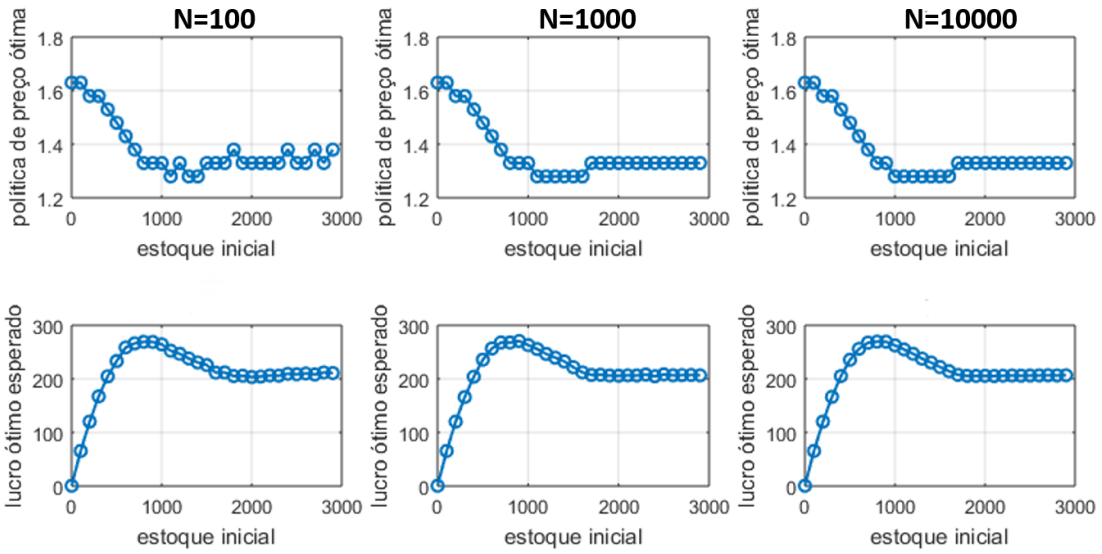


Figura 5: Política de preços em função do estoque para diferentes esforços computacionais

1.1.2 Gere aleatoriamente um vetor $N \times 1$ com N simulações de $w_k^{(i)}$, $i = 1, ..., N$ normalmente distribuídos com média $\mu_k(x_k, a_k)$ e desvio-padrão de 10%.

1.1.3 Calcule o valor do lucro segundo Eq. (2) para cada simulação $i = 1, .., N$:

$$J_k(x_k, a_k, w_k^{(i)}) = w_k^{(i)}(a_k - c) - c(x_k - w_k^{(i)}).$$

1.1.4 Defina a estimativa da função lucro $J_k(x_k, a_k)$ como:

$$\bar{J}_k(x_k, a_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} J_k(x_k, a_k, w_k^{(i)}).$$

1.2 Defina melhor ação a_k^* que gera a maior função lucro estimada $\bar{J}_k^*(x_k, a_k^*)$:

$$a_k^* = \arg_A \max \left\{ \bar{J}_k(x_k, a_k) \right\}.$$

Observa-se que os estados de estoques iniciais foram simplificados em volumes de 100 em 100. Já os prelos admissíveis variam de R$0,05. Vale ressaltar que no passo 1.1.2 há a necessidade de se estabelecer um limite superior no valor da demanda para que o estoque final do período seja positivo. Isto é, $x_{k+1} > 0$.

A seguir, será apresentado o pseudocódigo para esses demais períodos.

---

0 Faça $k = k - 1$, isto é, programação recursiva nos períodos. Declaração dos parâmetros de entrada: espaço de ações admissíveis $A_k = \{a_k^{min}, a_k^{min} + 0,01, a_k^{min} + 0,02, ..., a_k^{max}\}$.

1 Para cada estado de estoque inicial $x_k \in X$, faça:

1.1 Para cada ação admissível $a_k \in A$, faça:

1.1.1 Defina a média da distribuição normal da demanda $\mu_k(x_k, a_k)$ de acordo com modelo de demanda em Eq. (4) e Eq. (5).

1.1.2 Gere aleatoriamente um vetor $N \times 1$ com N simulações de $w_k^{(i)}$, $i = 1, ..., N$ normalmente distribuídos com média $\mu_k(x_k, a_k)$ e desvio-padrão de 10%.

1.1.3 Calcule o valor do lucro segundo Eq. (3) para cada simulação $i = 1, .., N$:

$$J_k(x_k, a_k, w_k^{(i)}) = w_k^{(i)}(a_k - c) + \bar{J}_{k+1}^*(x_{k+1}, a_{k+1}^*).$$

1.1.4 Defina a estimativa da função lucro $J_k(x_k, a_k)$ como:

$$\bar{J}_k(x_k, a_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} J_k(x_k, a_k, w_k^{(i)}).$$

1.2 Defina melhor ação a_k^* que gera a maior função lucro estimada $\bar{J}_k^*(x_k, a_k^*)$:

$$a_k^* = \arg_A \max \left\{ \bar{J}_k(x_k, a_k) \right\}.$$

A principal diferença entre a rotina de programação dos períodos iniciais $k = 1, ..., 4$ e o período terminal $k = 5$ está no cálculo do lucro simulado nos passos 1.1.3. Para $k = 5$ há o descarte de produtos que atingiram o prazo de validade sem serem vendidos. Para demais períodos $k = 1, ..., 4$, há a somatória de lucros futuros estimados $\bar{J}_k^*(x_k, a_k^*)$.

Para esses períodos ($k = 1, ..., 4$), é necessário projetar o estoque inicial do período subsequente (x_{k+1}) a fim de se definir $\bar{J}_{k+1}^*(x_{k+1}, a_{k+1}^*)$ em Eq. (3). Alguns desses valores já foram definidos no passo 1.2 do primeiro pseudocódigo. Para problemas com espaço de estados grandes, é possível utilizar aproximações paramétricas de $\bar{J}_{k+1}^*(x_{k+1}, a_{k+1}^*)$ como em [Tsitsiklis e Van Roy, 2001] e [Pimentel e Santiago, 2015] para reduzir o esforço computacional. Aqui, utilizamos uma simples interpolação em x_k para estimar valores intermediários de $\bar{J}_{k+1}^*(x_{k+1}, a_{k+1}^*)$.

Após o modelo ser executado para cada um dos períodos recursivamente, até se chegar ao final da rotina para $k = 1$, é definida a política ótima de precificação $a_k^*(x_k)$ para todas as categorias de prazos de validade $k = 1, ..., 5$ e para todo estoque x_k de 0 até a capacidade máxima x^{max}.

Ressaltamos aqui a característica dinâmica e de multiperíodos da precificação apresentada. O modelo capta o valor do produto perecível ao longo do tempo através dos períodos e estabelece a melhor estratégia de precificação dado o volume de estoque ainda disponível para venda.

3. Análise dos resultados obtidos

No período $k = 5$ (5 dias para o prazo de validade), as unidades de venda já estão prestes a se perder. Para um estoque inicial x_5 entre 0 e 800 unidades, o preço ótimo tem uma variação entre R$1,00 e R$1,50, conforme mostra Figura 6, sem que houvesse prejuízo (i.e., lucro negativo). Para um estoque inicial maior que 800 unidades, o preço se estabilizaria próximo a R$1,00, um pouco acima custo de R$0,98. O modelo sugere que não necessariamente todo o estoque será vendido. Portanto, há possibilidade de lucro negativo nesse período terminal.

A Figura 7 mostra os resultados do período $k = 4$ (10 dias para o prazo de validade). Entre 0 e 1000 unidades de estoque, o preço ótimo varia entre R$1,60 e R$1,30, gerando um aumento consistente no lucro esperado. O preço ótimo se estabiliza entre 1000 e 1500 unidades a um valor de aproximadamente R$1,28. Nessa faixa, o lucro apresenta um movimento descendente. Para estoques maiores que 1600 unidades, ocorre a estabilização do preço ótimo em torno de R$1,35 e do lucro esperado, em tordo de R$200,00.

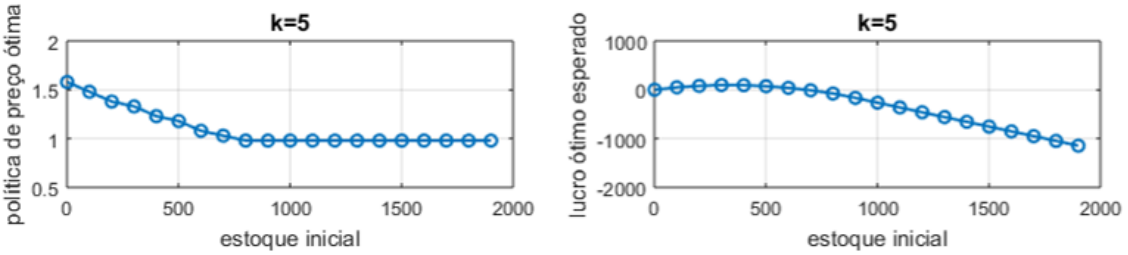


Figura 6: Política de preços e lucro esperado para a categoria E ($k = 5$)

A política ótima desse período apresenta valores maiores em comparação ao período terminal. Esse comportamento é esperado, já que o produto possui uma folga maior até o prazo de validade. O lucro ótimo esperado em $k = 4$ engloba o lucro obtido das vendas nesse período adicionado do lucro estimado em $k = 5$, dado o estoque final remanescente em $k = 4$. É esperado que o preço ótimo em $k = 4$ diminua com volumes maiores de estoque, para se evitar as faixas de prejuízo em $k = 5$.

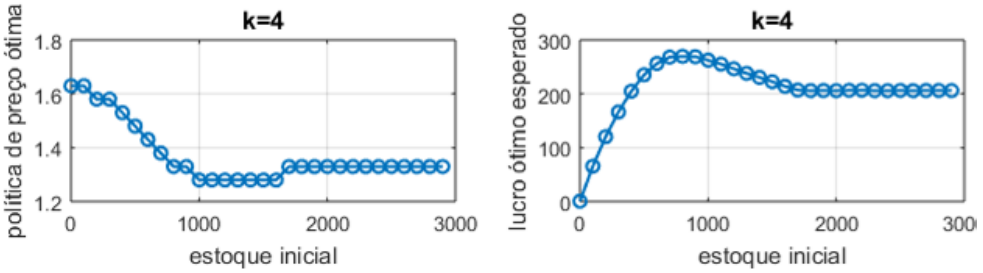


Figura 7: Política de preços e lucro esperado para a categoria D ($k = 4$)

A Figura 8 mostra os resultados para $k = 3$ (14 dias para o prazo de validade). A política ótima aqui é similar aquela em $k = 4$, porem com valores mais elevados. É interessante observar que o lucro esperado não se altera nessa faixa de estoques mais elevados. Esse comportamento pode ser explicado pelos preços mais baixos, próximos do custo, nos períodos seguintes para faixas de estoques também mais elevados. As pequenas variações do preço ótimo para estoques acima de 2.000 unidades pode ser um efeito do tamanho da simulação N. Tamanhos maiores de N levariam a uma suavização dessa variabilidade.

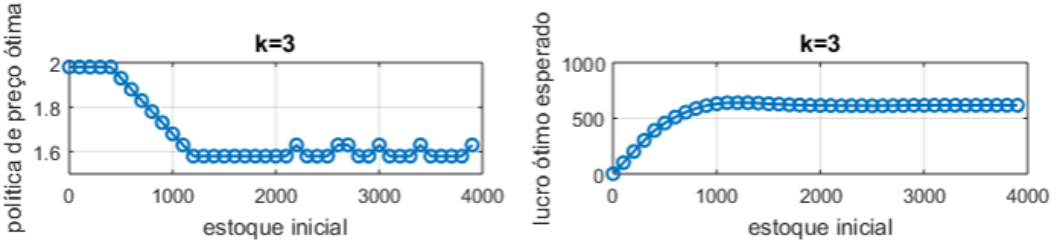


Figura 8: Política de preços e lucro esperado para a categoria C ($k = 3$)

A Figura 9 mostra os resultados para o período $k = 2$ (20 dias para o prazo de validade). Novamente, o comportamento dos preços ótimos e lucros esperados são similares àqueles em $k = 3$.

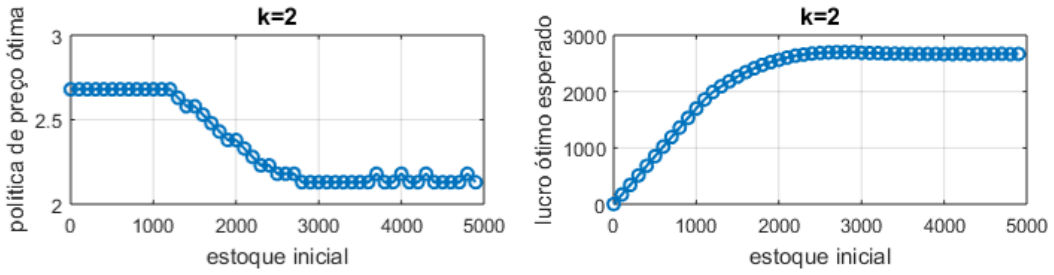


Figura 9: Política de preços e lucro esperado para a categoria B ($k = 2$)

Finalmente, a Figura 10 mostra os resultados obtidos em $k = 1$ (24 dias para o prazo de validade). Dado que o produto está praticamente novo, seria possível praticar preços ótimos próximos a R$5,50, (maior valor praticado nessa categoria), para estoques iniciais de até 2000 unidades. A partir desse volume de estoque, o preço ótimo decresce constantemente. Entretanto, há um comportamento distinto no lucro esperado em comparação aos demais períodos, quando foi observada uma estabilização. Para a categoria de produtos mais novo, o lucro esperado cresce constantemente até a capacidade máxima de estoque (6.000 unidades). É interessante notar a redução de preços para estoques maiores que 2.000 unidades. Esse comportamento sugere que é melhor praticar pequenos descontos logo no início da vida do produto, quando preços altas ainda são praticados, para se evitar descontos cada vez maiores ao longo de sua vida útil.

O desconto médio sugerido atualmente para a categoria A é de 4%. Entretanto, o modelo indica uma política de descontos que pode chegar até aproximadamente 20% para essa categoria. Além disso, o modelo também sugere que, quanto maior o estoque disponível desse produto no início de sua vida, maior será o lucro esperado.

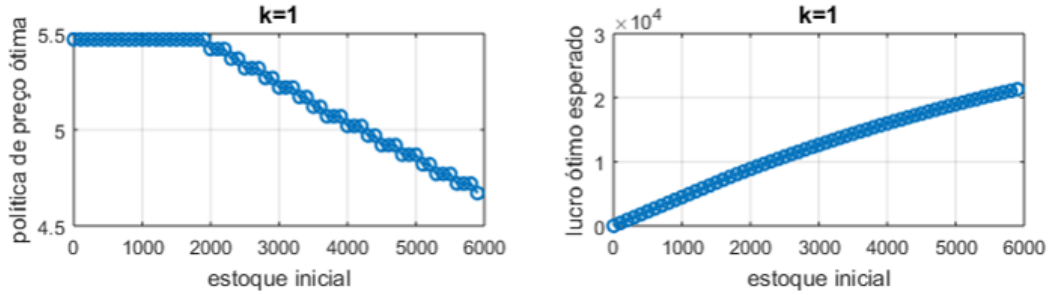


Figura 10: Política de preços e lucro esperado para a categoria A ($k = 1$)

Essa análise é intuitiva, tendo em vista que uma vez que o produto está fresco, o cliente possui maior WTP (Willingness to Pay) pelo fato de lhe parecer mais justo pagar por um produto que lhe ofereça prazo maior para o consumo além de aparentar maior qualidade devido ao frescor. Isso caracteriza um cenário favorável à lucratividade do negócio.

4. Conclusão

O presente trabalho evidencia que o estudo da precificação ótima para produtos perecíveis é uma área com boas oportunidades para organizações que possuem a peculiaridade da perecibilidade em seu estoque. A utilização de métodos de pesquisa operacional mais sofisticados pode potencializar a eficiência dessas políticas de precificação. Em particular, a combinação da programação dinâmica estocástica com simulação ainda está em evolução na literatura. Esse trabalho contribui para o desenvolvimento dessa combinação principalmente por ser um trabalho aplicado. Além disso, possibilita à empresa objeto de estudo uma estratégia proativa e robusta dentro do mercado de produtos perecíveis, uma vantagem competitiva à organização.

O estudo permitiu a confirmação de que seria viável à empresa a prática de descontos no estágio inicial da vida útil, de forma a elevar suas vendas em períodos mais distantes do prazo de validade. Nessa perspectiva, o frescor do produto aumenta a WTP dos clientes, possibilitando assim uma margem de lucro maior em comparação aos descontos praticados nos períodos subsequentes (quando há um menor frescor).

Uma limitação do modelo é a não classificação da demanda por classe de clientes. Seria interessante que houvesse uma segmentação da demanda de forma mais elaborada tendo em vista que, de acordo com o poder de compra em determinados nichos de mercado, seria possível adotar diferentes políticas de precificação para aumento do desempenho financeiro.

A principal evolução do modelo construído está relacionada com a modelagem da demanda. A política ótima é significativamente sensível a alterações dessa modelagem, portanto há a necessidade de um estudo dedicado apenas a esse tema. Em especial, consideramos a existência de apenas um lote disponível para vendas. Entretanto, na realidade, muitas vezes um novo lote é produzido antes de outros terem sido completamente vendidos ou atingirem o prazo de validade.

Referências

Bertsekas, D. P. (2005). *Dynamic Programming and Optimal Control*, volume 1. Athena Scientific, 3 edition.

Chung, L. e Li, D. (2014). A simulation of the impacts of dynamic price management for perishable foods on retailer performance in the presence of need-driven purchasing consumers. *Journal of the Operational Research Society*, 65:1177–1188.

Feng, Q. e Shanthikumar, J. G. (2018). Supply and demand functions in inventory models. *Operations Research*, 66(1):77–91.

Herbon, A. (2018). Optimal two-level piecewise-constant price discrimination for a storable perishable product. *International Journal of Production Research*, 56(5):1738–1756.

Pimentel, L. F. e Santiago, L. P. (2015). Regression methods for pricing complex american-style options. *Emerging Markets Finance and Trade*, 51:14–26.

Pindyck, R. e Rubinfeld, D. (2012). *Microeconomics*. Pearson Education. ISBN 9780133127249.

Podesta, I. (2017). Agropecuária puxa o pib de 2017. *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística*.

Shi, X., Shen, H., Wu, T., e Cheng, T. (2014). Production planning and pricing policy in a make-to-stock system with uncertain demand subject to machine breakdowns. *European Journal of Operational Research*, "238"("1"):122 – 129.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

Tsitsiklis, J. N. e Van Roy, B. (2001). Regression methods for pricing complex american-style options. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 12(4):694–703.

Wang, X., Fan, Z., Wang, Y., e Li, M. (2015). A laboratory exploration for multi-period perishable food pricing. *British Food Journal*, 117(9):2214–2233.

Zabihi, Z., F. e Bafruei, M. K. (2017). Pricing and determining the optimal discount time of perishable goods with time and price dependent demand. *RAIRO-Oper. Res.*, 51(2):509–518.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings