MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA A OTIMIZAÇÃO DO ROTEAMENTO DE FROTAS DE VEÍCULOS ELÉTRICOS COM SERVIÇOS DE ENTREGA

Danny García Sánchez[1], Alejandra Tabares Pozos[1], Lucas Teles de Faria[2], José Francisco Resende da Silva[2], John Fredy Franco Baquero[2]
danny.garcia@unesp.br, tabares.pozos@unesp.br, lucas.teles@unesp.br, jose.resende@unesp.br, j.f.franco@ieee.org

Departamento de Engenharia Elétrica - UNESP, Câmpus de Ilha Solteira[1]
Avenida Brasil, 56 – Centro, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil

Curso de Engenharia de Energia - UNESP, Câmpus Experimental de Rosana[2]
Av. dos Barrageiros, 1881, 19274-000, Rosana, SP, Brasil

RESUMO

Como parte das estratégias globais para a minimização das mudanças climáticas os veículos elétricos têm sido gradualmente incorporados a indústria dos transportes, porém, os problemas técnicos relacionados com a sua autonomia continuam a ser uma limitante para sua utilização comercial em massa. Portanto, desenvolvimentos em otimização continuam sendo necessários para resolver o problema do roteamento de veículos elétricos. Este trabalho propõe um modelo de programação linear inteira mista para solucionar o problema de roteamento de uma frota de veículos elétricos, considerando o estado de carga, capacidade de transporte, estações de carregamento e a posição dos clientes. O modelo proposto foi avaliado utilizando dois sistemas teste com 4 e 20 clientes, conformando 6 casos específicos. Conclui-se que a proposta apresenta potencial de aplicação na definição de rotas ótimas para frotas de veículos elétricos de empresas que distribuem mercadorias ou oferecem serviços que requer visitas aos clientes.

PALAVRAS CHAVE. Programação Linear Inteira Mista, Roteamento de Veículos, Veículos Elétricos.

Tópico: Programação matemática.

ABSTRACT

As part of a global strategy for reducing climate change, electric vehicles have been gradually incorporated into the transport industry; however, technical problems related to their autonomy continue to be a limiting factor in their mass commercial use; therefore, developments in optimization are still needed to solve the electric vehicle routing problem. This work proposes a mixed-integer linear programming model to solve the electric vehicle fleet routing problem considering the state of charge, transport capacity, charging stations, and customer's position. The proposed model was evaluated using two test systems with 4 and 20 customers, evaluating 6 specific cases. It is concluded that the proposal has potential for application in the definition of optimal routes for electric vehicle fleets of companies that distribute merchandise or offer services that require visits to customers.

KEYWORDS. Electric Vehicles, Mixed Integer Linear Programming, Vehicle Routing.

Paper topic: Mathematical programming.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

1. Introdução

O setor de transporte é uma das principais fontes poluentes do meio ambiente. Segundo relatórios apresentados pela União Europeia em 2014 [BM 2014], este setor contribui com 20% da emissão de gases que aceleram as mudanças climáticas. As empresas de distribuição de mercadorias e a sociedade civil foram obrigadas a propor estratégias que mitiguem esses efeitos [ONU 2019]. Nos últimos anos, têm-se procurado serviços que garantam o melhor atendimento aos usuários com o mínimo custo operacional e impacto ambiental. Isso leva a um problema maior, onde é necessário fazer o planejamento logístico das rotas de cada veículo em função da mercadoria disponível. [Granada et al. 2019].

Este problema é conhecido como roteamento de veículos (PRV), sendo um problema de otimização onde sua complexidade depende das diferentes características ou restrições que devem ser consideradas para sua solução, e que, em muitos casos, é difícil encontrar soluções exatas em tempos razoáveis. Assim, este é classificado como NP-difícil e têm sido resolvido por meio de heurísticas ou algoritmos que buscam encontrar a melhor solução possível em um tempo limitado [Toth e Vigo 2002]. Atualmente, existem duas abordagens diferentes para resolvê-lo na literatura especializada. A primeira, incorpora os custos de emissão de gases de efeito estufa na função objetivo do modelo. Por sua vez, a segunda sugere o uso de meios de transporte menos poluentes, como veículos elétricos (VEs), em que suas características de operação devem ser incluídas nos modelos de planejamento de rotas. No entanto, a implementação desses meios de transporte cria novos desafios econômicos, políticos e regulatórios [Arango et al. 2018].

A vantagem de incorporar os VEs no sistema é que eles não produzem poluição do ar e poluição sonora. Por outro lado, o uso dessa alternativa possui aspectos relevantes a serem considerados, como o curto tempo de autonomia, onde os VEs precisam visitar estações de carregamento ao longo das rotas e a compra de baterias a um custo elevado, o que na maioria dos cenários não é lucrativo [Granada et al. 2019]. No entanto, a tendência é que essas limitações sejam superadas com o rápido desenvolvimento dessa tecnologia, gerando maior autonomia dos VEs e baterias mais econômicas. Grandes empresas como DHL, UPS e DPD hoje incluem VEs com autonomias entre 161 e 241 km.

Os primeiros desdobramentos no problema de roteamento de VEs baseiam-se em soluções logísticas de transporte com modelos matemáticos desenvolvidos para veículos movidos a combustíveis fósseis, como é a proposta de um modelo para o problema de roteamento de veículos capacitados que entregam mercadorias a um conjunto de clientes. [Toth e Vigo 2002]. A partir desse ponto, metodologias foram desenvolvidas para encontrar soluções exatas para grandes problemas combinatórios de até 135 nós [Fukasawa et al. 2006]. Também, foram estudados algoritmos heurísticos para encontrar soluções exatas ou aproximadas em um tempo computacional menor [Szeto et al. 2011]. Abordagens mais recentes concentram-se no estudo das variantes desse problema, como o desenvolvimento de um modelo matemático para o problema de localização e roteamento de frotas próprias e subcontratadas, sendo resolvido por um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) [Toro et al. 2016].

Trabalhos subsequentes foram realizados com VEs, adicionando restrições à capacidade e operação da bateria. Entre eles estão modelos matemáticos que minimizam a quantidade de VEs a serem utilizados e; por sua vez, a distância total percorrida, com a possibilidade de recarga em qualquer uma das estações disponíveis, dependendo do nível de carga do veículo [Schneider et al. 2014]. Também, consideraram as restrições de capacidade de mercadorias destes, bem como o tempo de espera dos clientes, usando meta-heurísticas híbridas como Busca em Vizinhança Variável e Busca Tabu.

Existem trabalhos que propõem uma solução para obter o gasto energético ideal para as rotas realizadas por VEs, levando em consideração a energia potencial através dos nós, a perda de energia devido ao meio ambiente, o peso dinâmico do veículo e restrições de capacidade da bateria, mediante modelos de programação estocástica [Yi e Bauer 2018]. Outros desenvolvimentos focam em ajudar o motorista a escolher um intervalo de tempo de carregamento adequado, considerando o nível de carga da bateria, o tempo de espera na estação de carregamento e o tempo em que ele

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o Galoá proceedings

não está em serviço, usando algoritmos de teoria dos jogos [Yang et al. 2019]. Além disso, há estudos que propõem, como alternativa de solução, a localização das estações de troca de baterias, cujo objetivo é determinar a estratégia de localização das estações de troca, usando heurísticas hibridas baseadas em Busca Tabu [Yang e Sun, 2015] e; em alguns casos, modelar as perdas no sistema de distribuição de energia elétrica mediante problemas de otimização não linear [Arango et al. 2018]. Também, existem esforços em analisar problemas de tempo de entrega de mercadorias e de otimização de espaço dentro do veículo. Os primeiros são resolvidos por algoritmos genéticos em conjunto com ferramentas de lógica difusa, devido aos tempos não determinísticos que apresentam os percursos dos veículos [Mehlawat et al. 2019], e os segundos são resolvidos por algoritmos de Busca em Vizinhança Variável em conjunto com heurísticas de economia de espaço [Zhu et al. 2020].

Todos esses modelos existentes na literatura têm como motivação resolver problemas específicos, alguns focados na redução do tempo computacional e outros na melhoria da qualidade da solução. Como se observa, ainda são escassos os trabalhos de métodos de programação exata para direcionar os diferentes PRV relacionados com aplicações reais e acadêmicas. Assim, se faz necessário continuar o desenvolvimento de modelos matemáticos que sejam resolvidos por algoritmos especializados que garantem propriedades de convergência e otimalidade, ao tempo que forneçam informação da qualidade da solução. Nesse contexto, este trabalho propõe um modelo de PLIM para o problema de roteamento de uma frota de veículos elétricos (PRFVE) com prestação de serviços de entrega de mercadorias nas respectivas circunstâncias operacionais: posição de clientes, bem como restrições do estado de carga da bateria (abreviado como SOC, do inglês *state-of-charge*), transporte de mercadorias e visitas nas estações de carregamento. O objetivo é minimizar o custo de transporte de mercadorias, encontrando a rota ótima para cada veículo.

As principais contribuições deste trabalho são: 1) Um modelo matemático que integra a geração de rotas para uma frota de veículos elétricos, satisfazendo diferentes características de demanda dos clientes, ao tempo que considera as natureza de carga e descarga das baterias dos VEs; 2) a formulação de um modelo convexo baseado em PLIM, com características de convergência bem conhecidas e que pode ser resolvido de maneira ótima por *solvers* comerciais; 3) uma análise da variação das rotas e do custo para diferentes caraterísticas da frota, como seu número de veículos, sua respectiva capacidade máxima de mercadorias e capacidade da bateria.

O restante do documento está organizado da seguinte forma: a seção 2 descreve a formulação do modelo proposto, os resultados dos sistemas de teste são mostrados na seção 3, e as conclusões são apresentadas na seção 4.

2. Formulação do problema

O PRFVE é formulado nesta seção como um problema de PLIM com um único depósito, um conjunto de clientes de demanda conhecidas que devem ser atendidos por uma frota de veículos elétricos e estações de carregamento previamente definidas. O modelo proposto é descrito por (1)−(20) assumindo que: 1) cada veículo serve apenas uma rota que começa e termina no depósito; 2) cada cliente deve ser visitado apenas uma vez; 3) a demanda de mercadorias total dos clientes em cada rota servida por um veículo não deve exceder sua capacidade de mercadorias; 4) as quantidades de mercadorias disponíveis no depósito devem ser maiores que a demanda de mercadorias total dos clientes; 5) o SOC, ao sair de uma estação ou do depósito, deve respeitar um valor máximo e mínimo (representado em termos da capacidade da bateria pelos fatores α e β, respectivamente); 6) cada estação de carregamento pode ser visitada até uma vez, se for necessário. Destaca-se neste modelo, que a quantidade total de mercadorias que os veículos podem transportar é maior que a demanda de mercadorias total dos clientes.

2.1 Nomenclatura

α Limite superior do estado de carga da bateria
β Limite inferior do estado de carga da bateria

A	Conjunto de arcos
B_k	Capacidade de mercadorias do veículo k
C	Conjunto de clientes
c_{ij}	Custo do transporte do nó i ao nó j
D_j	Demanda de mercadoria do cliente j
d_{ij}	Distância entre os nós i e j
E	Conjunto de estações de carregamento
i-j	Arco em direção do nó i ao nó j
k	Índice dos veículos
N	Conjunto de nós
n	Índice de nós
S_k	Capacidade da bateria do veículo k
V	Conjunto de veículos
W	Capacidade de mercadorias do depósito
x_{ijk}	Variável binária que determina o uso do arco ativo do nó i ao nó j pelo veículo k
y_{ijk}	Variável que representa o fluxo de mercadorias do nó i ao nó j associado ao veículo k
z_{ijk}	Variável que representa o estado de carga da bateria do veículo k ao sair do nó i

2.2 Função Objetivo

O modelo matemático desenvolvido é formulado como um problema de teoria de grafos. É considerado um grafo completo $G = (N, A)$, onde $N = \{1,2 \ldots m\}$ é o conjunto de nós e A o conjunto de arcos. O depósito é denotado pelo nó 1. Pretende-se minimizar o custo de operação ao satisfazer a demanda conhecida (D_j) de um conjunto de clientes (C) alocados em uma distância especifica (d_{ij}) e atendidos por uma frota de VEs (V) com uma capacidade da bateria (S_k) e uma capacidade de mercadorias (B_k) definidas. Deve-se transportar mercadorias entre os clientes (y_{ijk}), considerando seu estado de carga em cada arco (z_{ijk}); em caso de não ter carga suficiente, pode-se visitar um conjunto de estações de carregamento (E). A função objetivo (1) considera os custos (c_{ij}) de percorrer a distância entre os clientes i e j e as estações de carregamento quando o arco na rota estiver ativo (representado pela variável binária x_{ijk}).

$$Min \sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} \qquad (1)$$

2.3 Restrições

O modelo proposto está baseado nas formulações apresentadas nos trabalhos de Toro [2016] e Granada [2019] e é definido pelo conjunto de restrições (2)−(20). As restrições (2)−(6) garantem que as rotas começam e terminam no depósito, visitando os clientes e as estações de carregamento. O fluxo das mercadorias é descrito pelas equações (7)−(9). O conjunto de equações (10)−(15) define o SOC das baterias dos veículos e as condições de operação que devem ser atendidas ao longo das rotas. As equações (16) e (17) indicam como é o fluxo de mercadorias e o SOC nas estações de carregamento e a natureza das variáveis no problema é definida por (18)−(20).

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in C \qquad (2)$$

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

$$\sum_{k \in V} x_{ijk} \leq 1 \qquad \forall (i,j) \in A \tag{3}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ijk} = \sum_{(j,i) \in A} x_{jik} \quad \forall j \in N, \forall k \in V \tag{4}$$

$$\sum_{k \in A} \sum_{(1,j) \in A} x_{1jk} \leq |V| \tag{5}$$

$$\sum_{k \in A} \sum_{(i,1) \in A} x_{i1k} \leq |V| \tag{6}$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} y_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j,i) \in A} y_{jik} + D_j \quad \forall j \in C \tag{7}$$

$$y_{ijk} \leq B_k x_{ijk} \qquad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \tag{8}$$

$$\sum_{(1,j) \in A} y_{1jk} \leq W \qquad \forall k \in V \tag{9}$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} z_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j,i) \in A} z_{jik} + \sum_{k \in V} \sum_{(j,i) \in A} d_{ij} z_{jik} \quad \forall j \in C \tag{10}$$

$$z_{ijk} \leq S_k x_{ijk} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in V \tag{11}$$

$$\sum_{(1,j) \in A} z_{1jk} \leq \alpha S_k \quad \forall k \in V \tag{12}$$

$$\sum_{(1,j) \in A} z_{1jk} \geq \beta S_k \quad \forall k \in V \tag{13}$$

$$z_{i1k} \geq d_{i1} x_{i1k} \qquad \forall i \in C, \forall k \in V \tag{14}$$

$$\beta S_k \sum_{j \in C} x_{ijk} \leq \sum_{j \in C} z_{ijk} \leq \alpha S_k \sum_{j \in C} x_{ijk} \; \forall i \in E, \forall k \in V \tag{15}$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{(i,j) \in A} y_{ijk} = \sum_{k \in V} \sum_{(j,i) \in A} y_{jik} \; \forall j \in E \tag{16}$$

$$\sum_{i \in C} z_{ijk} \geq \sum_{i \in C} d_{ij} x_{ijk} \quad \forall j \in E, \forall k \in V \tag{17}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in N, \forall k \in V \tag{18}$$

$$y_{ijk} \in \mathbb{R} \qquad \forall (i,j) \in N, \forall k \in V \tag{19}$$

$$z_{ijk} \in \mathbb{R} \qquad \forall (i,j) \in N, \forall k \in V \tag{20}$$

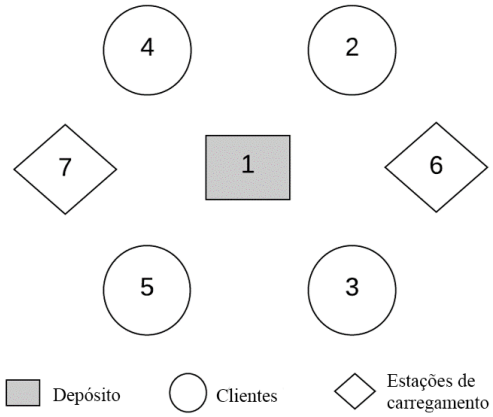


Figura 1. Sistema teste para os Casos 1−5 com 7 nós, 4 clientes, 2 estações de carregamento e um depósito.

A restrição (2) indica que todos os clientes devem ser visitados, portanto, deve existir um nó de saída para cada cliente e (3) indica que existe somente um arco ativo saindo do nó i, isto é, somente um veículo deve atender o cliente. A restrição (4) indica que, para cada nó, o número de arcos de chegada ativos deve ser igual ao número de arcos de saída ativos. As restrições (5) e (6) garantem que os nós de saída e os nós de chegada no depósito, não devem ser maiores que o número de veículos, isto é, o número de rotas saindo do depósito está limitado pelo número de veículos disponíveis.

Como a demanda de mercadoria de cada cliente deve ser atendida, o fluxo de mercadoria no arco anterior ao nó deve ser igual ao fluxo de mercadoria do arco posterior, mais a quantidade de demanda de mercadoria pelo cliente, conforme expresso em (7). A restrição (8) indica que o fluxo máximo de mercadorias por arco não pode ser maior que a capacidade dos veículos e (9) estabelece que o fluxo de mercadorias que sai do depósito não pode ser maior que sua capacidade. A equação (10) permite calcular o SOC considerando a distância percorrida pelo veículo e (11) indica que o SOC nos arcos não pode ser maior que a capacidade da bateria do veículo. Quando um veículo sai do depósito, deve satisfazer os valores máximo e mínimo do SOC (α e β vezes a capacidade máxima da bateria), como garantido nas equações (12) e (13), respetivamente. Além disso, o veículo deve ter carga na bateria para voltar ao depósito no último arco percorrido, como indicado em (14). Da mesma forma, a restrição (15) obriga os veículos a saírem das estações de carregamento com valores de SOC dentro dos limites permitidos. A restrição (16) indica que o fluxo de mercadorias nas estações de carregamento deve ser igual na entrada e na saída e (17) indica que o SOC deve ser suficiente para visitar qualquer estação de carregamento. A natureza binária da variável x_{ijk} é definida por (18) e a natureza das variáveis y_{ijk} e z_{ijk}, é definida por (19) e (20), respetivamente. Portanto, o modelo (1)–(20) é uma formulação de programação linear inteira mista que pode ser representada usando linguagens de modelagem matemática e resolvida por meio de *solvers* comerciais. A seguinte seção apresenta os resultados e testes da formulação proposta.

3. Testes e resultados

O modelo matemático descrito na Seção 2 foi implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL [Fourer 2003] e resolvido via CPLEX [IBM 2009], um *solver* comercial usado para resolver problemas de PLIM. As simulações foram executadas usando um computador com um processador AMD Ryzen 7 3700X-8 Core e 16 GB de RAM.

O modelo proposto foi validado usando dois sistemas teste com 4 e 20 clientes, com um único depósito; foram analisados 6 casos específicos. Os Casos 1−5 consideram 7 nós compostos por 4 clientes (nós 2−5), 2 estações de carregamento (nós 6 e 7) e um depósito (nó 1). A Figura 1

Tabela 1. Distâncias para cada arco nos Casos 1−5.

Distância (km)							
Nodos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	–	10	11	12	13	15	15
2	10	–	5	12	13	3	20
3	11	5	–	13	14	3	20
4	12	12	13	–	5	20	3
5	13	13	14	5	–	20	3
6	15	3	3	20	20	–	22
7	15	20	20	3	3	22	–

Tabela 2. Custo de transporte para cada arco nos Casos 1−5.

Custo de transporte (US$)							
Nodos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	–	30	31	32	33	35	35
2	30	–	10	62	63	8	68
3	31	10	–	63	64	8	68
4	32	62	63	–	10	68	8
5	33	63	64	10	–	68	8
6	35	8	8	68	68	–	70
7	35	68	68	8	8	70	–

Tabela 3. Demanda de mercadorias dos clientes nos Casos 1−5.

	Clientes					**Estações de carregamento**	
	1	2	3	4	5	6	7
Unidades de mercadorias	0	4	3	2	6	0	0

mostra a disposição de cada um desses nós, onde o depósito é representado por um retângulo localizado no centro, os clientes por círculos e as estações de carregamento por losangos. Além disso, esses casos contam com uma frota de 3 veículos elétricos (VEs) com capacidade máxima de mercadorias heterogênea e diferentes capacidades máximas das baterias. A Tabela 1 e a Tabela 2 mostram as informações relacionadas com as distâncias e os custos de transporte, respectivamente, enquanto a Tabela 3 apresenta a demanda de mercadorias de cada cliente.

Por outro lado, o Caso 6 considera 24 nós compostos por 20 clientes (nós 2–21), 3 estações de carregamento (nós 22–24) e um depósito (nó 1). A Figura 2 mostra a disposição de cada um desses nós, onde o depósito é representado por um retângulo localizado no canto inferior esquerdo, os clientes por círculos e as estações de carregamento, por losangos. Além disso, esse caso conta com uma frota de 5 VEs com capacidade máxima de mercadorias homogênea e igual capacidade máxima da bateria. Os valores das distâncias, os custos de transporte e a demanda de mercadorias dos clientes foram tomados dos primeiros 23 dados do Caso de referência *R102* do banco de dados do Solomon [1987].

Para prolongar a vida útil das baterias dos VEs, deve-se impedir que a bateria seja totalmente descarregada ou totalmente carregada. Por esse motivo foram definidos $\alpha = 0{,}8$ e$\beta = 0{,}2$ [Xiong et al. 2019], o que indica que o veículo deve manter o SOC entre 20% e 80% de sua capacidade ao sair do depósito e de uma estação de carregamento. Cabe destacar que todos os casos

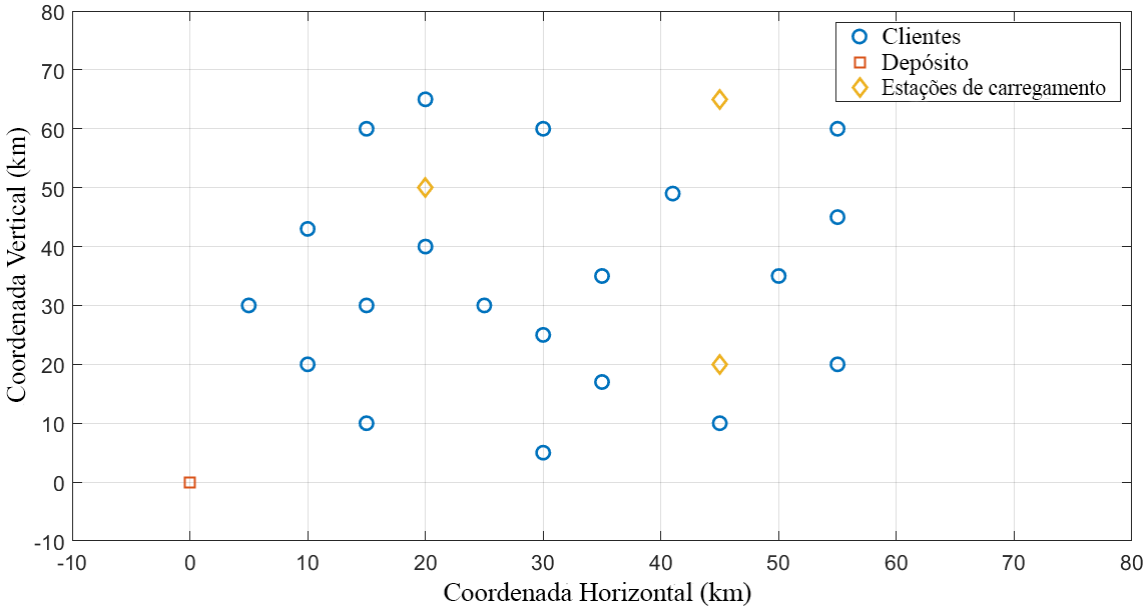


Figura 2. Sistema de teste para o Caso 6 com 24 nós, 20 clientes, 3 estações de carregamento e um depósito.

foram avaliados considerando um único depósito e VEs com uma capacidade total suficiente para atender à demanda total dos clientes. Os resultados detalhados de todos os casos são mostrados na Tabela 4. No Caso 1, foi utilizado um veículo com capacidade de 15 unidades e uma capacidade da bateria de 58 km, suficiente para percorrer todos os nós. No Caso 2, foi considerado um veículo com capacidade de 15 unidades para satisfazer a demanda total dos clientes, uma capacidade da bateria de 38 km, insuficiente para percorrer todos os nós e retornar ao depósito.

No Caso 3, foi utilizado um veículo com capacidade de 15 unidades para satisfazer a demanda total dos clientes e uma capacidade da bateria igual a 38 km, insuficiente para visitar todos os clientes. No Caso 4, foram utilizados 2 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 8 e 7 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 38 e 28 km, respectivamente, insuficiente para visitar todos os clientes. No Caso 5, foram utilizados 3 VEs com capacidade de mercadorias iguais a 8, 7 e 5 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 21, 23 e 25 km, respectivamente, cada um insuficiente para visitar todos os clientes. No Caso 6, foram utilizados 5 VEs; todos, com capacidade de mercadorias igual a 200 unidades, cada um insuficiente para atender todos os clientes, com uma capacidade da bateria igual a 150 km, insuficiente para visitar todos os clientes; além disso, 3 estações de carregamento podem ser visitadas.

O custo total para o PRFVE nos Casos 1– 6 foi US$ 146, US$ 207, US$ 158, US$ 152, US$ 215 e US$ 1462, respectivamente. As soluções para os Casos 1−5, por serem simulações de menor porte e com menos VEs, foram obtidas com tempo computacional inferior a 1 segundo e a solução para o Caso 6 foi obtida em 47 segundos. A Figura 3 e a Figura 4 mostram as topologias finais para os Casos 1−5 e o Caso 6, respectivamente; as setas indicam a direção da viagem do veículo, ou seja, os arcos que foram percorridos. Os números no meio dos arcos em vermelho indicam a quantidade de mercadorias que o veículo carregava quando cruzou o arco e o número em verde nas figuras geométricas, indica o SOC em km do veículo ao partir desse nó; o X nas estações de carregamento indica que a mesma não está ativa.

A partir dos resultados dos custos operacionais da Tabela 4 para os Casos 1−5, é possível observar diferenças notáveis entre o Caso 2 e os demais casos para um veículo só. Isso acontece porque o veículo utiliza a estação de carregamento no meio da rota. Além disso, o Caso 5 apresenta um maior custo devido à utilização de mais veículos para as rotas de entrega. Também, a partir das topologias formadas pelas rotas dos veículos nos casos avaliados, observa-se que os veículos

Tabela 4. Resultados dos diferentes casos analisados, sendo v o número de VEs usados.

Caso	v	Capacidade de mercadorias (unidades)	Capacidade da bateria (km)	Estações de carga ativas	Rota Ótima	Custo Ótimo (US$)	Tempo Computacional (s)
1	1	Veículo 1: 15	Veículo 1: 58	1	Veículo 1: 1-5-4-3-2-1	146	0.12
2	1	Veículo 1: 15	Veículo 1: 38	1	Veículo 1: 1-4-3-6-2-5-1	207	0.43
3	1	Veículo 1: 15	Veículo 1: 38	2	Veículo 1: 1-4-7-5-3-6-2-1	158	0.14
4	2	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7	Veículo 1: 38 Veículo 2: 28	2	Veículo 1: 1-5-4-1 Veículo 2: 1-3-6-2-1	152	0.11
5	3	Veículo 1: 8 Veículo 2: 7 Veículo 3: 5	Veículo 1: 21 Veículo 2: 23 Veículo 3: 25	2	Veículo 1: 1-5-7-4-1 Veículo 2: 1-6-3-1 Veículo 3: 1-2-1	215	0.74
6	5	Veículo 1: 200 Veículo 2: 200 Veículo 3: 200 Veículo 4: 200 Veículo 5: 200	Veículo 1: 150 Veículo 2: 150 Veículo 3: 150 Veículo 4: 150 Veículo 5: 150	3	Veículo 1: 1-17-1 Veículo 2: 1-4-9-23-6-14-5-11-3-12-12-13-21-24-20-10-19-1 Veículo 3: 1-18-1 Veículo 5: 1-15-2-8-7-1 Veículo 5: 1-16-1	1462	47.77

visitam só as estações de carregamento se for necessário para finalizar sua jornada no depósito e ao mesmo tempo, o depósito não serve como estação de carregamento no meio das rotas.

No Caso 1, o veículo retorna no depósito sem visitar a estação de carregamento, porque possui carga suficiente para fazer o percurso completo. No Caso 2, o veículo retorna ao depósito visitando a estação de carregamento disponível depois de entregar mercadorias aos clientes 2 e 3. O Caso 3 mostra que o veículo retorna ao deposito visitando as duas estações de carregamento disponíveis e, diferente do Caso 2, o custo mínimo de transporte é menor. Quando é adicionado um veículo, como no Caso 4, e cada um tem um SOC insuficiente ao sair do depósito para percorrer todos os clientes, então dois veículos são utilizados. Note-se que o veículo 1 não precisa visitar uma estação de carregamento, isso ocorre porque o SOC ao sair do depósito é suficiente para percorrer os clientes 4 e 5. O Caso 5, mostra que ao adicionar outro veículo, o modelo encontra um custo ainda menor utilizando todos os veículos, onde os veículos 1 e 2 visitam as estações de carregamento no meio de suas rotas e retornam no depósito e o veículo 3 somente visita o cliente

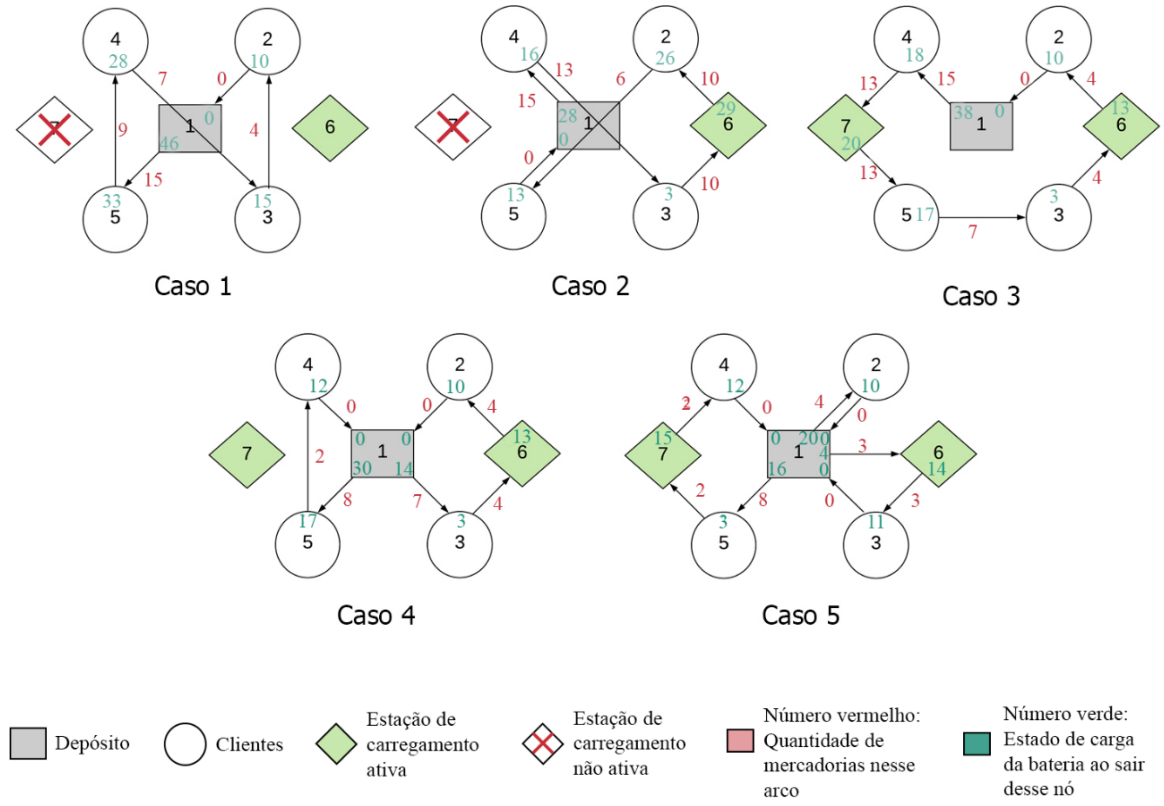


Figura 3. Resultados das rotas para os Casos 1−5 do sistema teste.

2 e retorna ao depósito, sem necessidade de visitar uma estação de carregamento. Observa-se que se o veículo não sai do depósito com suficiente SOC para fazer um percurso completo por todos os clientes, então ele visita primeiro uma estação de carregamento, como é a situação do veículo 2.

O Caso 6 é uma avaliação do modelo para um sistema teste maior, com dados mais próximos da realidade e com o depósito alocado no canto inferior esquerdo do grid da Figura 2. Neste caso, o modelo encontra o custo mínimo utilizando todos os VEs, onde os veículos 1, 3 e 5 somente visitam um cliente e retornam ao depósito. O veículo 4 não precisa visitar uma estação de carregamento e volta ao depósito fazendo entrega de mercadorias para 5 clientes. O veículo 2, faz o maior percurso visitando 13 clientes e 2 estações de carregamento para retornar ao depósito.

Todos os casos foram resolvidos em um tempo computacional relativamente baixo; porém, o tempo de execução depende do número de nós, como pode ser visto comparando os Casos 1–5 em relação ao Caso 6, correspondente ao sistema com maior número de nós e clientes.

4. Conclusões

O problema de roteamento de veículos elétricos (VEs) é um problema complexo de otimização que busca minimizar os custos de transporte associados às rotas de entrega de mercadorias ao tempo que são consideradas as limitantes inerentes à autonomia dos VEs. Assim, é pertinente o desenvolvimento de modelos que permitam a solução desse problema nas diferentes situações operacionais de logística de transporte. Neste artigo foi proposto um modelo de programação linear inteira mista para o problema de roteamento de frotas de VEs, onde é considerado o uso de estações de carregamento, o estado da carga da bateria dos veículos elétricos, suas respectivas capacidades de mercadoria e a posição dos clientes. Os resultados mostram que o modelo funciona para uma frota heterogênea de veículos com uma capacidade máxima da bateria diferente em cada um deles, além de resolver o problema com qualquer número de veículos e estações de carregamento.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

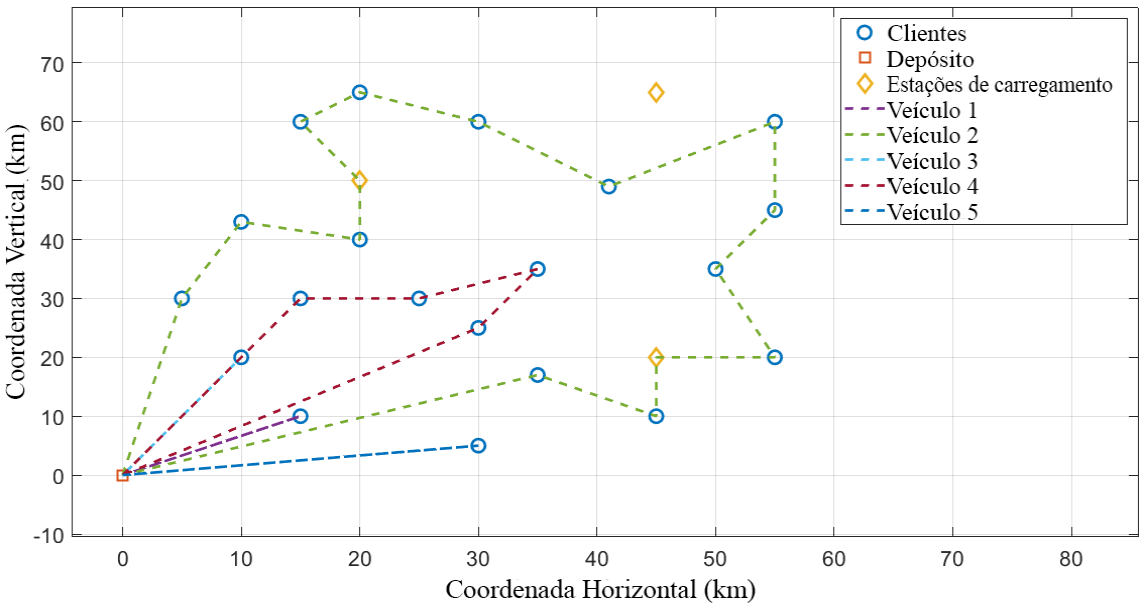


Figura 4. Resultados das rotas para o Caso 6 do sistema teste.

O modelo foi avaliado usando dois sistemas teste que permitem estudar a generalidade do modelo, verificando a convergência às soluções ótimas. Em trabalhos futuros, podem-se resolver sistemas teste maiores e verificar a eficiência da proposta em cada um de eles. Os resultados apresentados neste trabalho podem servir como ponto de referência para trabalhos na área de transporte com VEs. Além disso, a proposta apresenta potencial para ser aplicada na definição de rotas ótimas para frotas de VEs de empresas distribuidoras de mercadorias ou que oferecem serviços visitando clientes.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) pelo fornecimento dos espaços e ferramentas necessárias para viabilizar esta pesquisa, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior- Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos n°. 2015/21972-6, n° 2017/02831-8 e 2018/20990-9 pelo apoio financeiro.

Referências

Arango, J. D. S., Londono, A. A. and Echeverri, M. G. (2018) 'Electric Vehicles for merchandise transportation: Integrated planning taking into acount the electrical distribution system', IEEE Latin America Transactions, 16(8), pp. 2192–2198.

BM (2010) Indicador gases contaminantes. Web page: https://datos.bancomundial.org/indicator/EN.CO2.TRAN.ZS. Acessado: 2020-02-03

Fourer, K. (2003) 'AMPL - A Modeling Language for Mathematical Programming: Second Edition', pp. 519–554.

Fukasawa, R., Longo, H. and Lysgaard (2006) 'Robust Branch-and-Cut-and-Price for the Capacitated Vehicle Routing Problem', Mathematical Programming, 106, pp. 491–511.

Granada-Echeverri, M., Toro, E. M. and Santa, J. J. (2019) 'A mixed integer linear programming formulation for the vehicle routing problem with backhauls', International Journal of Industrial Engineering Computations, 10(2), pp. 295–308.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

IBM (2009) International business machines, IBM ILOG CPLEX. Web page: https://ampl.com/products/solvers/solvers-we-sell/cplex/. Acessado: 2020-02-04.

Mehlawat, M. K. et al. (2019) 'A Hybrid Intelligent Approach to Integrated Fuzzy Multiple Depot Capacitated Green Vehicle Routing Problem with Split Delivery and Vehicle Selection', IEEE Transactions on Fuzzy Systems. IEEE, 28(6), pp. 1–1.

ONU (2019) Cumbre del cambio climático. Web page: https://www.un.org/es/climatechange/. Acessado: 2020-02-05

Schneider, M., Stenger, A. and Goeke, D. (2014) 'The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations', Transportation Science, 48(4), pp. 500–520.

Solomon MM (1987) 'Algortihms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints', Operations Research, 35(2), pp. 254–265.

Szeto, W. Y., Wu, Y. and Ho, S. C. (2011) 'An artificial bee colony algorithm for the capacitated vehicle routing problem', European Journal of Operational Research, 215(1), pp. 126–135.

Toro-Ocampo, E. M., Franco-Baquero, J. F. and Gallego-Rendón, R. A. (2016) 'Mathematical Model for Capacitated Location Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier', Ingeniería, Investigación y Tecnología, 17(3), pp. 357–369.

Toth, P. and Vigo, D. (2002) 'Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem', Discrete Applied Mathematics, 123(1–3), pp. 487–512.

Xiong, R. et al. (2019) 'Lithium-ion battery health prognosis based on a real battery management system used in electric vehicles', IEEE Transactions on Vehicular Technology. IEEE, 68(5), pp. 4110–4121.

Yang, J. and Sun, H. (2015) 'Battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles', Computers and Operations Research. Elsevier, 55, pp. 217–232.

Yang, Z. et al. (2019) 'Distributed approach for temporal-spatial charging coordination of plug-in electric taxi fleet', IEEE Transactions on Industrial Informatics. IEEE, 15(6), pp. 3185–3195.

Yi, Z. and Bauer, P. H. (2018) 'Optimal stochastic eco-routing solutions for electric vehicles', IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. IEEE, 19(12), pp. 3807–3817.

Zhu, X. et al. (2020) 'Logistic Optimization for Multi Depots Loading Capacitated Electric Vehicle Routing Problem from Low Carbon Perspective', IEEE Access. IEEE, 8, pp. 31934–31947.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings