

Modelos exatos para alocação do Root Sequence Index

Mariana A. Londe

Departamento de Engenharia Industrial
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
R. Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, 22452-900
mlonde@aluno.puc-rio.br

Carlos E. Andrade

AT&T Labs Research
200 South Laurel Avenue, Middletown, NJ 07748 USA
cea@research.att.com

Luciana S. Pessoa

Departamento de Engenharia Industrial
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
R. Marquês de São Vicente, 225, Gávea, Rio de Janeiro, RJ, 22452-900
lucianapessoa@puc-rio.br

RESUMO

Desde sua introdução, a comunicação móvel sem fio cresceu e se modificou severamente. Seu crescimento acentuado significa que a alocação de diferentes parâmetros para antenas ou estação ganhou diversos graus de complexidade. Um parâmetro é o *Root Sequence Index* (RSI), relacionado com os preâmbulos do *Random Access Channel* (PRACH), usado para alocar canais de upload entre o equipamento do usuário e a estação rádio-base. A alocação de RSIs próximos a antenas vizinhas pode causar colisões, que são responsáveis por falhas no estabelecimento do serviço de comunicação e, portanto, degradação no desempenho da rede. Em geral, tais problemas de alocação são modelados como um Problema de Coloração de Grafos, incluindo diversas restrições. O objetivo deste artigo é introduzir uma modelagem exata para esse problema, juntamente de diversas instâncias extraídas de uma grande empresa de telecomunicações.

PALAVRAS CHAVE. Problema de alocação de RSI, Coloração de Grafos, Modelos exatos.

Tópicos: TEL&SI (PO em Telecomunicações e Sistemas de Informações), OC (Otimização Combinatória)

ABSTRACT

Since its introduction, mobile wireless communication has grown and changed substantially. This massive growth leads to different levels of complexity, mainly concerned with the assignment of different parameters to antennas or base stations. One parameter is the Root Sequence Index (RSI), related to the Physical Random Access Channel (PRACH) preambles, used to allocate uplink channels between the user equipment and the base station. The assignment of RSIs close-in-range to neighbor antennas may cause collisions, which are responsible for failures on service

establishment, and therefore, performance degradation. Such allocation problems can be modeled as Graph Coloring Problems, including several additional constraints. The objective of this study is to develop a method for allocating the RSI, trying to lessen the risk of collision and obeying other constraints. In this paper, we introduce an exact model for this problem alongside several instances extracted from a large carrier.

KEYWORDS. RSI Assignment problem, Graph coloring, Exact models.

Paper topics: TEL&SI (PO in Telecommunications and Information Systems), OC (Combinatorial Optimization)

1. Introdução

A comunicação em redes sem-fio se modificou em diversas maneiras desde sua introdução no final da década de 1970. As várias alterações na capacidade da tecnologia, em conjunto com os novos dispositivos como *smartphones* e *tablets*, causou um crescimento exponencial no uso da rede [Gupta e Jha, 2015]. Em 2018, 22 bilhões de dispositivos estavam conectados a redes, com 40 bilhões previstos até 2025 [StrategyAnalytics, 2019].

Esse crescimento acentuado em volume de conexões, com diferentes dispositivos e requisitos, é algo que a quinta geração de sistemas de comunicação sem fio, conhecida como 5G, deve tratar [Osseiran et al., 2014]. Neste contexto de redes massivas, não só a implementação dessas redes [Andrade et al., 2015], mas também a alocação de parâmetros a antenas ou estações ganha diversos níveis de complexidade.

Um destes parâmetros é o *Root Sequence Index* (RSI). Relacionado com o procedimento de acesso aleatório para estabelecimento de canais de upload entre o equipamento do usuário e a estação rádio-base, esse parâmetro é utilizado para calcular variáveis do *Physical Random Access Channel* (PRACH). Entretanto, se duas ou mais antenas adjacentes ou estações possuem o mesmo valor de RSI pode ocorrer uma colisão de RSIs. As colisões de RSI podem levar a um aumento de falhas de conexão [Veríssimo et al., 2018].

Problemas de alocação de parâmetros em telecomunicação são, geralmente, modelados como problemas de coloração de grafos (PCG)[Malaguti e Toth, 2010]. Hale [1980] introduz o problema de alocação de canais ou frequências, que foi estudado extensivamente por autores como Siddiqi e Sait [2019]. Acedo-Hernández et al. [2017], de maneira similar, utilizam grafos para definir a alocação do *Physical Cell Identification* (PCI), um parâmetro de telecomunicação que, como o RSI, pode sofrer de colisões. Contudo, não há ainda estudos que foquem na alocação de RSI e as possíveis colisões, levando as características necessárias para uma alocação correta.

Neste contexto, este estudo se propõe a definir modelos exatos para a alocação do RSI, com a meta de obter configurações válidas para aplicações reais. O artigo está dividido em cinco seções, com esta primeira sendo a introdução e motivação para o estudo. A segunda seção define o problema de alocação do RSI, apresentando as características desse parâmetro que influenciam em sua alocação. A terceira seção apresenta formulações exatas propostas para o problema, que tem seu desempenho comparado para diversas instâncias na quarta seção. Por fim, temos as considerações finais sobre este estudo.

2. Definição do Problema

O RSI está relacionado com o procedimento de acesso aleatório, e é um parâmetro que sofre de colisões quando dois nós possuem valores próximos. O procedimento de acesso aleatório (PRACH) ocorre quando um equipamento de usuário (UE) tenta se conectar a uma rede ou estabelecer uma conexão. Esse procedimento pode ser baseado em contenção ou não. O UE se utiliza de 64 preâmbulos para essa conexão, sendo 24 para o acesso sem contenção, e 40 selecionados aleatoriamente pelo UE para o acesso de contenção [Holma e Toskala, 2017]. O principal propósito do PRACH é conseguir a sincronização entre o UE e um eNodeB, que pode ser uma antena ou estação rádio-base. O RSI é utilizado para calcular os 40 preâmbulos do acesso de contenção do PRACH. Se dois vizinhos possuem o mesmo RSI na mesma frequência, então os mesmos valores de PRACH serão calculados, de maneira que colisões podem ocorrer [Cox, 2014].

O RSI pode ter dois conjuntos de valores. Eles dependem da frequência utilizada e do tipo da célula. A sequência longa (*Long Sequence*) possui quatro formatos de preâmbulo, que são utilizados na instalação de células de grande cobertura (macro-células) e possuem valores entre 0 e 839. Já a sequência curta (*Short Sequence*) possui valores entre 0 e 139, indicativos de nove formatos de preâmbulo. Esses formatos são utilizados para instalação de pequenas células, incluindo cobertura de locais internos.

A diferença mínima ($minDist$) entre dois valores vizinhos, de modo que não haja interferência, é calculada a partir do maior valor da sequência, chamado de L_{RA} (o menor valor é chamado de $minRSI$), e do valor do *cyclic shift* N_{CS} [Cox, 2014], que provém de características da rede e, assim, é igual para todos os seus nós. O cálculo é mostrado na Equação (1):

$$LimiteInferior = \frac{64}{L_{RA}/N_{CS}}. \quad (1)$$

A Figura 1 possui uma representação de como uma rede pode ser configurada, na qual o valor mínimo da diferença de nós adjacentes é igual a 10 unidades. Note que, embora nessa representação as antenas são dispostas de forma adjacente, na prática existe uma sobreposição de sinais e antenas, e portanto, o problema não pode ser modelado como um simples grafo planar. De fato, este é o caso mais comum em redes 5G: em geral temos uma macro-célula de *cobertura* e várias pequenas células de *capacidade* dentro do raio de cobertura da macro-célula, como mostrado na Figura 2. Note que neste exemplo, as duas células pequenas podem ter interferência entre si tão como delas para a macrocélula.

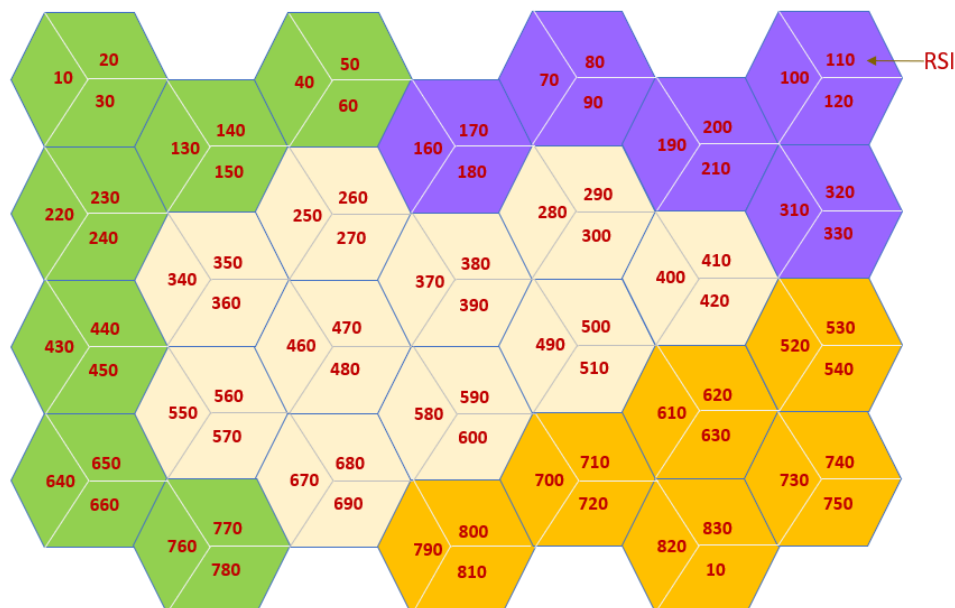


Figura 1: Esquema representativo da alocação de RSI. Cada hexágono representa uma estação rádio-base com três antenas dispostas em ângulos de cobertura de 120° cada. As bordas de cada hexágono indicam nós adjacentes, que devem ter ao menos uma diferença de 10 unidades entre seus RSI. Hexágonos de diferentes cores representam torres em regiões ou mercados diferentes.

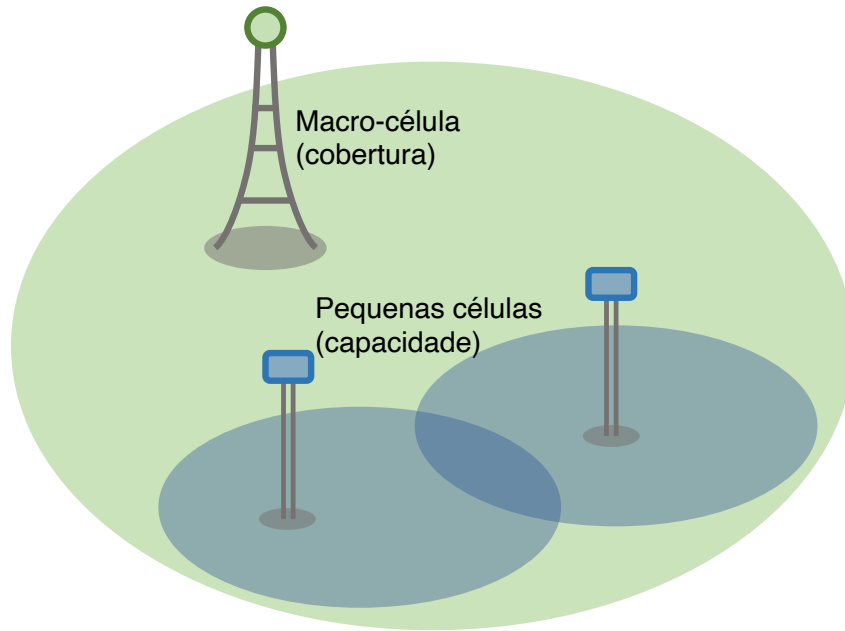


Figura 2: Típica implantação de macrocélulas e pequenas células em 4G e 5G. Note que a macrocélula “cobre” uma grande área (grande elipse em verde) que inclui pequenas células de capacidade com raio de ação menor (pequenas elipses em azul). Note que é possível que outras macrocélulas podem ter interseção tanto com a macrocélula como com as pequenas células mostradas na figura.

Por outro lado, o RSI está inserido em um contexto de redes ultradensas. Dessa maneira, torna-se interessante também colocar um limite superior ($maxDist$) para a diferença entre valores de dois vizinhos. Isso iria permitir a colocação de um maior número de nós em cada rede, de maneira que haja maior cobertura e acesso.

As Figuras 3 e 4 ilustram como essas características influenciam nos valores de RSI para uma célula X. Na Figura 3, X é somente vizinha da célula N. Os valores de RSI para X, assim, devem se encontrar dentro de um dos intervalos indicados em amarelo, pois são os valores que respeitam as diferenças mínima e máxima, e se encontram dentro dos valores possíveis para o RSI. Já a Figura 4 apresenta um caso com mais de um nó adjacente. Neste caso, o RSI de X deve respeitar as diferenças para ambos os vizinhos, o que diminui os valores possíveis de RSI e aumenta assim a complexidade da escolha.

É possível argumentar que esse problema de alocação é uma aplicação do problema das T-colorações. Esse problema, introduzido em [Liu, 1992], define que uma T-coloração é tal que o módulo da diferença do valor das cores de nós adjacentes não deve se encontrar em uma lista T de valores. Esse conjunto pode ser não sequencial, o que torna este problema uma generalização do problema de alocação de frequências. No caso de existir um conjunto de valores possíveis para as cores dos nós, esse problema torna-se uma T-coloração com lista. Essa variação do problema de coloração de grafos é um problema NP-difícil [Junosza-Szaniawski e Rzazewski, 2014].

Para o caso da alocação do RSI, pode-se definir o conjunto T de diferenças proibidas e a lista Λ de cores possíveis como:

$$T_{vw} = \{0, \dots, minDist\} \cup \{maxDist, \dots, L_{RA}\} \quad \forall vw \in E \quad (2)$$

$$\Lambda_v = \{minRSI, \dots, L_{RA}\} \quad \forall v \in V \quad (3)$$

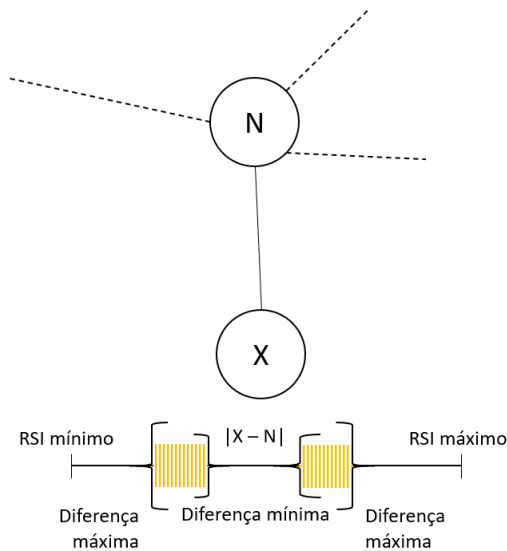


Figura 3: Ilustração do RSI para nó com somente uma aresta. Nos intervalos com hachura amarela vertical, os valores possíveis para o RSI do nó X.

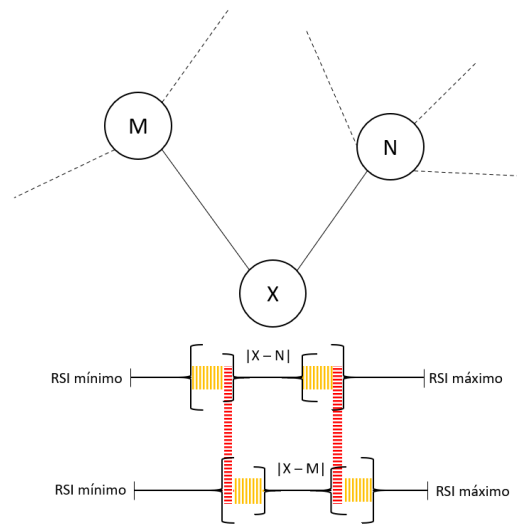


Figura 4: Ilustração do RSI para nó com mais de uma aresta. Nos intervalos com hachura vermelha horizontal, os valores possíveis para o RSI do nó X.

Dentre os autores que focam no problema das T-colorações, temos McDiarmid [2003], que detalha uma aplicação para transmissões UHF; Xu e Wang [2014], que estudaram versões do problema para alocação de frequências em redes de telefonia móvel e Junosza-Szaniawski e Rzazewski [2014], que introduzem um algoritmo exato para solucionar o problema.

3. Formulação Exata

O problema de alocação de RSI foi modelado a partir de um grafo $G = (V, E)$, em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas existentes. Uma aresta indica que dois vértices são vizinhos e, assim, uma alocação incorreta pode causar colisão entre seus RSI. Consideramos que o grafo já possui uma coloração antes da aplicação do modelo. Essa coloração indica uma configuração já existente, mas que pode não estar de acordo com as restrições ou que deve ser acrescida de novos nós e, portanto, reconfigurada.

Para os modelos, temos dois diferentes conjuntos. O primeiro é composto pelos vértices do grafo e representado no modelo por i e j . O segundo indica os valores possíveis para o RSI, que são mostrados pelo conjunto Λ , definido na Equação (3), e é indicado por k . Os parâmetros e variáveis dos modelos estão detalhados na Tabela 1.

As formulações nomeadas (NC), do inglês *non-linear change model*, e (LC), do inglês *linear change model*, possuem como objetivo minimizar a quantidade de mudanças nos valores do RSI dos nós. Isso torna o modelo mais realista, pois esse cenário ocorre quando há a introdução de novos nós no sistema e deve-se modificá-lo o menos possível ao alocá-los.

A seguir encontram-se ambas formulações. As Equações (4)–(11) compõem a formulação (NC). Enquanto isso, as Equações (12)–(22) fazem a formulação (LC).

Tabela 1: Parâmetros e Variáveis do modelo.

Símbolo	Definição
$value_k$	Valores numéricos do RSI
old_i	Coloração anterior do nó
$maxDist$	Distância máxima entre alocação de nós vizinhos
$minDist$	Distância mínima entre alocação de nós vizinhos
$edge_{i,j}$	Indica a existência de uma aresta entre dois nós
$M1, M2$	Valores muito grandes
$new_{i,j}$	Alocação entre vértice e cor
rsi_i	Cor alocada ao vértice
$y_{i,j}$	Variável auxiliar para manter as distâncias na coloração
$change_i$	Indicador se houve ou não mudança no RSI do nó
min_span	Valor mínimo da diferença entre dois nós adjacentes

$$\min \sum_i change_i \quad (4)$$

$$s.t. \sum_k new_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (5)$$

$$rsi_i = \sum_k new_{i,k} \cdot value_k \quad \forall i \in V \quad (6)$$

$$minDist \leq |rsi_i - rsi_j| \leq maxDist \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (7)$$

$$M1 \cdot change_i \geq |rsi_i - old_i| \quad \forall i \in V \quad (8)$$

$$change_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V \quad (9)$$

$$new_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, k \in \Lambda \quad (10)$$

$$rsi_i \in \Lambda \quad \forall i \in V \quad (11)$$

A Equação (4) indica o objetivo desta formulação, que é a minimização do número de mudanças de coloração. A Equação (5) garante que todos os pontos serão coloridos pelo modelo. Já a Restrição (6) indica a relação entre as duas variáveis de atribuição do RSI, e a Restrição (7) garante que a coloração irá respeitar as distâncias máxima e mínima entre pontos adjacentes, se utilizando do valor absoluto da diferença. A Restrição (8) indica se o vértice teve uma mudança no valor de seu RSI. A utilização dos operadores de módulo é o que torna este modelo não-linear. Finalmente, as Equações (9)–(11) definem o domínio das variáveis.

Para (LC), o objetivo encontra-se na Equação (12). As Restrições (13) e (14) são análogas as Equações (5) e (6) de (NC). Enquanto isso, as Restrições (15) e (16) restringem as distâncias máxima e mínima, se utilizando de uma variável auxiliar para indicar se a diferença é negativa ou positiva. Pela simetria do modelo, um deles deve ser positivo e o outro, o negativo dele. As Restrições (17) e (18) permitem que o modelo registre uma mudança caso o valor novo do RSI seja maior, ou menor, do que o valor do antigo. As Restrições (19)–(22) definem a binaridade e não-negatividade das variáveis.

$$\min \sum_i change_i \quad (12)$$

$$s.t. \sum_k new_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (13)$$

$$rsi_i = \sum_k new_{i,k} \cdot value_k \quad \forall i \in V \quad (14)$$

$$minDist \cdot (1 - y_{i,j}) - maxDist \cdot y_{i,j} \leq rsi_i - rsi_j \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (15)$$

$$rsi_i - rsi_j \leq maxDist \cdot (1 - y_{i,j}) - minDist \cdot y_{i,j} \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (16)$$

$$M1 \cdot change_i \geq rsi_i - old_i \quad \forall i \in V \quad (17)$$

$$M1 \cdot change_i \geq old_i - rsi_i \quad \forall i \in V \quad (18)$$

$$change_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V \quad (19)$$

$$new_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, k \in \Lambda \quad (20)$$

$$rsi_i \in \Lambda \quad \forall i \in V \quad (21)$$

$$y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V | i \neq j \quad (22)$$

As formulações (NS), do inglês *non-linear span model*, e (LS), do inglês *linear span model*, por outro lado, procuram maximizar a menor das diferenças entre o RSI de vizinhos. Esse cenário considera a necessidade de colocar o maior número possível de nós em um dado local. Para isso, é necessário que hajam valores disponíveis para o RSI desses nós, o que significa aumentar ao máximo a distância entre eles. (NS) é composta pelas Equações (23)–(29), e (LS), por (30)–(38).

$$\max \min_span \quad (23)$$

$$s.t. \sum_k new_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (24)$$

$$rsi_i = \sum_k new_{i,k} \cdot value_k \quad \forall i \in V \quad (25)$$

$$minDist \leq |rsi_i - rsi_j| \leq maxDist \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (26)$$

$$\min_span \leq |rsi_i - rsi_j| \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (27)$$

$$new_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, k \in \Lambda \quad (28)$$

$$rsi_i \in \Lambda \quad \forall i \in V \quad (29)$$

As Restrições (24)–(26) e (28)–(29) são iguais as (5)–(7) e (10)–(11) da formulação (NC), respectivamente. Isso torna essa formulação igualmente não linear. A função objetivo na Equação (23) indica que queremos maximizar a menor das diferenças, que é definida na Restrição (27) como o módulo da menor distância entre o RSI de dois nós vizinhos.

As Equações (31)–(34) e (36)–(38) as mesmas retratadas na em (13)–(16) e (20)–(22), respectivamente, da formulação (LC), e a função objetiva (30) é igual a de (NS). A diferença ocorre na Restrição (35), que calcula o valor da diferença a partir de uma variável auxiliar. Caso a diferença entre o RSI de dois nós seja negativa, ela será somada a um *Big M* que impedirá esse valor de afetar a solução.

$$\max \quad \min_span \quad (30)$$

$$s.t. \quad \sum_k new_{i,k} = 1 \quad \forall i \in V \quad (31)$$

$$rsi_i = \sum_k new_{i,k} \cdot value_k \quad \forall i \in V \quad (32)$$

$$\minDist \cdot (1 - y_{i,j}) - \maxDist \cdot y_{i,j} \leq rsi_i - rsi_j \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (33)$$

$$rsi_i - rsi_j \leq \maxDist \cdot (1 - y_{i,j}) - \minDist \cdot y_{i,j} \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (34)$$

$$\min_span \leq rsi_i - rsi_j + M2 \cdot y_{i,j} \quad \forall i, j \in V | edge_{i,j} \quad (35)$$

$$new_{i,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, k \in \Lambda \quad (36)$$

$$rsi_i \in \Lambda \quad \forall i \in V \quad (37)$$

$$y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V | i \neq j \quad (38)$$

4. Experimentos Computacionais

4.1. Instâncias e ambiente computacional

Para os experimentos, foram utilizadas 139 instâncias inéditas baseadas em cenários reais de uma grande empresa de telecomunicações. Elas estão divididas em dois grupos, indicando se os valores do RSI pertencem a sequências curtas ou longas. Cada instância contém o número de nós, a menor e a maior distâncias permitidas, os valores originais do RSI para cada nó e as relações de vizinhança (arestas). São 57 instâncias no grupo de sequência curta, com 30 a 1348 nós, e 82 no grupo de sequência longa, que possuem entre 30 e 4125 vértices.

Os experimentos foram conduzidos em um cluster de máquinas idênticas, cada uma contendo um processador Intel Xeon E5-2650 CPU a 2.0 GHz (12 núcleos / 24 threads) e 128 GB de RAM rodando CentOS Linux 6.9. Utilizamos o resolvidor IBM ILOG CPLEX 12.10. Cada rodada foi limitada a uma hora de relógio real/parede, quatro threads e 100 GB de RAM. Os tempos são reportados em segundos de relógio real/parede, excluindo o tempo necessário para carregamento da instância.

4.2. Resultado dos experimentos

Lembremos que as formulações (NC) e (NS) são compostas por restrições não lineares, enquanto os modelos (LC) e (LS) são completamente lineares. (NC) e (LC) procuram minimizar o número de mudanças na coloração dos nós, e (NS) e (LS), maximizar a menor diferença entre o RSI de dois nós adjacentes. Figura 5 representa uma solução para a instância `long_n0030_r030_150` que contém 30 nós e para qual atribuímos RSIs para sequências longas.

Nessas circunstâncias, 40 instâncias (28%) não foram solucionadas em, pelo menos, uma das formulações. Dessas 40 instâncias, 17 (12%) não tiveram resultado em nenhum modelo. A Tabela 2 resume os resultados para as instâncias sem solução. Nessa tabela, “# inst.” indica o número de instâncias que não obtiveram solução, “# med. nós” é o número de nós dessas instâncias e “Dif. média” é a diferença média entre *minDist* e *maxDist* das instâncias. “#curta” e “#longa” são a contagem de instâncias que pertencem a sequência curta ou longa.

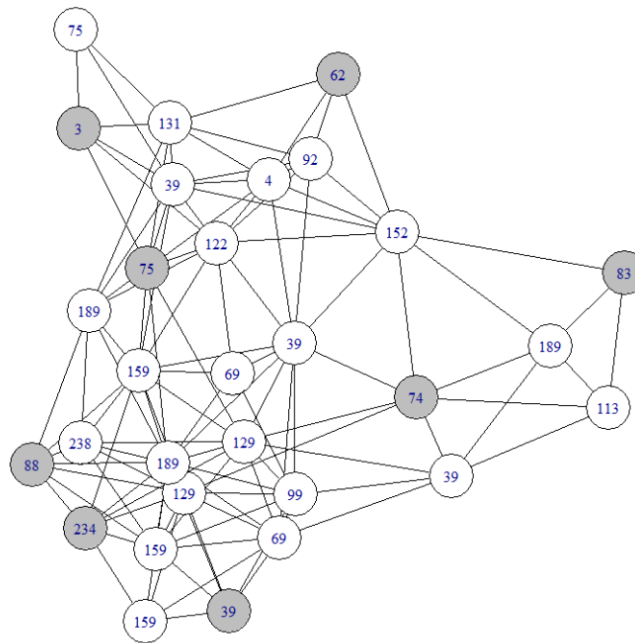


Figura 5: Solução ótima para instância `long_n0030_r030_150`. Os valores do RSI estão indicados em cada nó, e um preenchimento cinza indica que não houve alteração no valor do RSI do nó.

É possível ver que os modelos lineares tiveram menor quantidade de instâncias sem resultado em comparação com os modelos não lineares. Além disso, as instâncias dos modelos lineares possuem, em média, número de vértices e diferença entre *minDist* e *maxDist* maiores, o que é indicativo de instâncias mais difíceis e com maior número de variáveis. Em acréscimo, para todos os modelos, o número de instâncias sem solução que pertencem à sequência longa é maior do que o da sequência curta. Novamente, isso é uma indicação da exigência de mais variáveis e restrições, tornando os modelos mais difíceis para o caso da sequência longa.

A Tabela 3 sintetiza os resultados para as instâncias que obtiveram pelo menos uma solução em um dos modelos. Nessa tabela, os valores médios foram obtidos a partir de todas as instâncias que a formulação conseguiu pelo menos uma solução. “# inst.” é a quantidade de instâncias que obtiveram ótimo ou não. “Tempo médio” é o tempo em segundos até que os ótimos

Tabela 2: Instâncias sem solução em 1 hora por modelo.

Formulação	# inst.	# méd. nós	Dif. média	# curta	# longa
(NC)	31	944.77	430.74	12	19
(NS)	33	938.91	439.55	13	20
(LC)	27	1067.26	493.41	8	19
(LS)	22	1254.14	506.00	8	14
Nenhuma Formulação	17	1336.59	456.94	8	9
Total	40	875.20	444.25	14	26

foram encontrados. Por fim, “GAP(%) médio” indica a diferença percentual entre os limites superior e inferior para instâncias que não chegaram ao ótimo.

Tabela 3: Resumo dos resultados para instâncias com pelo menos uma solução em 3600 segundos. Note que assumimos que cplex rodou por 1hr para todas instâncias não ótimas.

Formulação	Ótimos		Não Ótimos	
	# inst.	Tempo médio	# inst.	GAP(%) médio
(NC)	11	613	97	30,82
(NS)	2	1524	104	705,97
(LC)	21	1187	91	23,31
(LS)	10	1057	107	455,99

Pode-se notar o número baixo de instâncias que chegou ao ótimo. De fato, das 139 instâncias somente 24 (17%) tiveram seu ótimo encontrado em pelo menos um dos modelos, e nenhuma instância foi solucionada, ao mesmo tempo, por todas as formulações. Ainda, é observável que nenhuma das formulações conseguiu ter um maior número de ótimos do que de instâncias sem solução. Pelos critérios adotados na Tabela 3, a formulação (LC) aparenta ser a melhor. Pelas mesmas métricas, o modelo (NS) é, claramente, o pior. Contudo, é de nota que as medidas apontam o modelo (NC) como melhor do que o (LS), preferindo a formulação não linear em prol da linear. Isso é um sinal de que formular esse problema como um de minimização da quantidade de mudanças na alocação do RSI aumenta as chances de encontrar boas soluções no tempo de 3600 segundos.

A Figura 6 mostra o GAP(%) para as instâncias de sequência longa que tiveram ao menos uma solução em algum dos modelos. Enquanto isso, a Figura 7 é uma aproximação da Figura 6, de modo que somente sejam mostrados os GAP(%) até 100. As Figuras 7 e 8 tem o mesmo propósito para as instâncias de sequência curta. É visível que o GAP(%) está fortemente relacionado com o tamanho da instâncias, com tendência crescente para todos os modelos. De maneira similar, o objetivo de minimizar as mudanças possui sempre menores valores do que o caso de maximização da menor diferença, e o modelo linear que minimiza mudanças apresenta os menores GAPs consistentemente. Também é interessante observar que os modelos lineares apresentam melhores GAPs que suas contra-partidas de forma consistente.

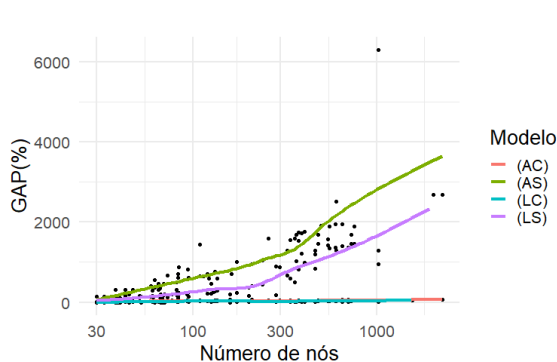


Figura 6: GAP(%) dado o tamanho da instância. Instâncias de preâmbulo longo, e GAP(%) em escala logarítmica de base 10.

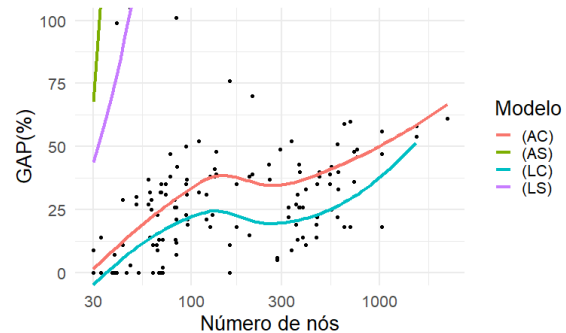


Figura 7: Aproximação do GAP(%), até 100%, dado o tamanho da instância. Instâncias de preâmbulo longo, e GAP(%) em escala logarítmica de base 10.

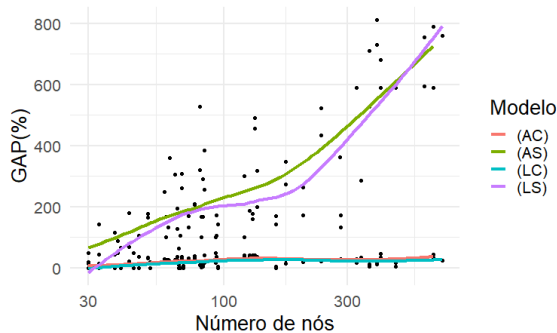


Figura 8: GAP(%) dado o tamanho da instância. Instâncias de preâmbulo curto, e GAP(%) em escala logarítmica de base 10.

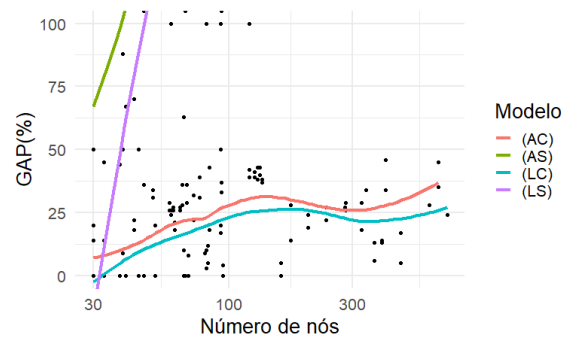


Figura 9: Aproximação do GAP(%), até 100%, dado o tamanho da instância. Instâncias de preâmbulo curto, e GAP(%) em escala logarítmica de base 10.

5. Conclusão e estudos futuros

Esse trabalho introduz o problema de alocação de *Root Sequence Index* para uma rede de telecomunicações. Este problema, por ser uma aplicação do problema de t-colorações, é considerado NP-difícil, o que afirma uma dificuldade para solucionar esse problema de forma ótima. Foram elaboradas diferentes formulações exatas para solucionar esse problema, que foram testadas em instâncias obtidas de dados reais.

Os resultados apontam que modelos com objetivo de minimizar as mudanças no RSI dos nós tendem a obter soluções de maior qualidade, e que formulações não lineares conseguem obter soluções de mais instâncias do que as não lineares. As instâncias pertencentes à sequência longa aparentam ser mais difíceis de solucionar, o que é coerente com seu maior número de variáveis. De fato, o problema possui alta dificuldade, como mostra a quantidade de instâncias sem nenhum resultado nos quatro modelos e o pequeno número de ótimos encontrados.

Como trabalhos futuros, sugere-se a utilização de outros métodos para a solução do problema. Para o caso de modelos exatos, a aplicação de desigualdades válidas pode ser uma opção para diminuir a simetria das soluções e, assim, obter melhores resultados. Outra possibilidade é a aplicação de heurísticas, que são frequentemente utilizadas para solucionar problemas análogos de coloração de grafos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, da FAPERJ (E-26/211.086/2019 e E-26/211.389/2019), e do CNPq.

Referências

- Acedo-Hernández, R., Toril, M., Luna-Ramírez, S., e Úbeda, C. (2017). A pci planning algorithm for jointly reducing reference signal collisions in lte uplink and downlink. *Computer Networks*, 119:112–123.
- Andrade, C. E., Resende, M. G. C., Zhang, W., Sinha, R. K., Reichmann, K. C., Doverspike, R. D., e Miyazawa, F. K. (2015). A biased random-key genetic algorithm for wireless backhaul network design. *Applied Soft Computing*, 33:150–169.

- Cox, C. (2014). *An Introduction to LTE, LTE-advanced, SAE, VoLTE and 4G Mobile Communications, Second Edition*. Wiley Publishing, New York.
- Gupta, A. e Jha, R. K. (2015). A survey of 5g network: Architecture and emerging technologies. *IEEE access*, 3:1206–1232.
- Hale, W. K. (1980). Frequency assignment: Theory and applications. *Proceedings of the IEEE*, 68 (12):1497–1514.
- Holma, H. e Toskala, A. (2017). *WCDMA for UMTS: HSPA Evolution and LTE, Fourth Editio*. Wiley Publishing, New York.
- Junosza-Szaniawski, K. e Rzazewski, P. (2014). An exact algorithm for the generalized list t-coloring problem. *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 16(3):77–95.
- Liu, D. D.-F. (1992). T-colorings of graphs. *Discrete Mathematics*, 101(1-3):203–212.
- Malaguti, E. e Toth, P. (2010). A survey on vertex coloring problems. *International Transactions in Operational Research*, 17(1):1–34.
- McDiarmid, C. (2003). *Discrete mathematics and radio channel assignment*, p. 27–63. Springer.
- Osseiran, A., Boccardi, F., Braun, V., Kusume, K., Marsch, P., Maternia, M., Queseth, O., Schellmann, M., Schotten, H., Taoka, H., Tullberg, H., Uusitalo, M. A., Timus, B., e Fallgren, M. (2014). Scenarios for 5g mobile and wireless communications: the vision of the metis project. *IEEE communications magazine*, 52(5):26–35.
- Siddiqi, U. F. e Sait, S. M. (2019). A neighborhood search-based heuristic for the fixed spectrum frequency assignment problem. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 44(4):2985–2994.
- StrategyAnalytics (2019). Strategy Analytics internet of things now numbers 22 billion devices but where is the revenue? URL <https://www.strategyanalytics.com/access-services/devices/connected-home/consumer-electronics/reports/report-detail/global-connected-and-iot-device-forecast-update>. Acesso em: 16 de abril de 2020.
- Veríssimo, R., Vieira, P., Rodrigues, A., e Queluz, M. P. (2018). PCI and RSI conflict detection in a real lte network using supervised learning. *URSI Radio Science Bulletin*, 364:11–19.
- Xu, M. e Wang, Y. (2014). T-coloring of graphs with application to frequency assignment in cellular mobile networks. In *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*, p. 2536–2541.