LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
João Pessoa - PB, 3 a 5 de novembro de 2020

Otimização da programação integrada de curto prazo na mineração

Juliano dos Santos Corrêa
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional , CEFET-MG
Av. Amazonas, 5253, CEP 30421-169, Belo Horizonte (MG), Brasil
julianokz@gmail.com

Gustavo Campos Menezes
Departamento de Eletroeletrônica e Computação, CEFET-MG
Alameda das Perdizes, 61, 32146-054, Cabral, Contagem, MG, Brasil
gustavo@cefetmg.br

RESUMO

O setor de extração mineral é uma atividade de grande fonte de renda, contribuindo financeira e economicamente, e no Brasil, essa contribuição é muito relevante devido às escalas globais dos ativos minerários existentes em solo. As grandes mineradoras no Brasil possuem múltiplos ativos produtivos e logísticos, o que necessitam ter um planejamento integrado de forma a otimizar a utilização desses ativos objetivando o atendimento das demandas dos clientes e a redução dos custos operacionais. Neste contexto, é definido o problema de programação integrada de curto prazo em minas, em que as decisões de nível tático são definidas conjuntamente em centros de operações integradas (COI). O problema é resolvido utilizando programação por metas, duas estratégias distintas da heurística $Relax - and - Fix$ e $Fix - and - Optimize$.

PALAVRAS CHAVE. Mineração. Programação por metas. $Relax - and - Fix$**.**

PO na indústria

ABSTRACT

The mineral extraction sector is an activity of great source of income, contributing financially and economically, and in Brazil, this contribution is very relevant due to the global scales of mining assets existing on the ground. Large mining companies in Brazil have multiple productive and logistical assets, which need to have integrated planning to optimize the use of these assets in order to meet customer demands and reduce operating costs. In this context, the problem of integrated short-term programming in mines is defined, in which tactical-level decisions are defined jointly in integrated operations centers (IOC). The problem is solved using goal programming and two different strategies from the $Relax - and - Fix$ and $Fix - and - Optimize$ heuristic.

KEYWORDS. Mining. Goal programming. $Relax - and - Fix$**.**

OR in Industry

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

1. Introdução

A exportação do minério de Ferro contribui fortemente para a balança comercial do Brasil, bem como outros benefícios desta atividade econômica (geração de empregos e impostos). No Brasil, pode-se dividir em três grandes circuitos de minério de ferro, sendo: Quadrilátero Ferrífero - MG: Localizado na região centro sul de Minas Gerais, com aproximadamente 7 mil quilômetros quadrados e contemplando aproximadamente 26 cidades; Serra de Carajás - PA: Localizado na região sudeste do Pará; Maciço de Urucum - MS: Localizado na região sudeste de Corumbá no Mato Grosso do Sul;

Devido a grande dispersão geográfica da formação rochosa no Brasil, grandes mineradoras possuem diversas minas com diferentes capacidades, instalações de tratamento de minério (ITM), áreas de estocagem, usinas de pelotização, além de uma complexa malha de transporte que podem incluir minerodutos, correias transportadoras de longa distância, terminais ferroviários, rodoviários e portuários. Todo este conjunto de ativos são necessários para que as mineradoras garantam a exploração, escoamento e entrega do produto final aos clientes finais. Os principais clientes estão localizados na China (mais de 40% de toda produção do Brasil), Índia, Reino Unido e Estados Unidos (ANM [2018]).

Considerando toda esta dispersão geográfica e a quantidade diversa de ativos (minas, ITMs, ferrovias e portos), periodicamente as mineradoras devem tomar decisões relacionadas com a produção e transporte dos minérios, tomando como base suas capacidades produtivas e demandas dos mercados interno e externo (Toffolo [2009]). Tradicionalmente, a programação dessas decisões visava minimizar custos operacionais de cada uma das unidades produtivas buscando atender as metas operacionais de minério beneficiado em termos de quantidade e qualidade (Almeida [2013]).

Com o término do super ciclo das $commodities$ por volta de 2013 (fazendo com que a cotação da tonelada de minério de ferro reduzisse drasticamente), dificuldades na alocação de mão de obra em áreas remotas e a evolução das tecnologias resultaram na centralização das operações em centros de operação integradas - COI, reduzindo acidentes e exposição ao risco operacional. Outro benefício do COI foi a transferência de uma estratégia local (tradicional) para uma estratégia global. Com essa mudança organizacional, as grandes mineradoras começaram a trabalhar com uma visão integrada para atender a demanda do mercado buscando o ótimo global e não apenas o ótimo local.

O atendimento do ótimo global necessita de um planejamento de curto prazo com a geração dos planos de fluxos de produtos (FP), desde a extração até a venda envolvendo os custos com deslocamento do minério, atendimento às demandas de massa e qualidade sujeitas a restrições de produção e escoamento. No caso do minério de ferro, existe uma variabilidade muito alta das características físicas e químicas, fazendo com que a mistura de diferentes minérios sejam fundamentais para o atendimento das especificações dos clientes finais.

As pesquisas operacionais aplicadas à industria da mineração podem ser classificadas em diferentes níveis hierárquicos de tomada de decisão (Estratégico: decisões de longo prazo, envolvendo políticas gerenciais; Tático: decisões de médio e curto prazo envolvendo alocação eficaz e utilização adequada dos recursos; Operacional: decisões de escopo menor ou local e de curto prazo envolvendo a organização do trabalho dos recursos) e pelo contexto operacional e/ou funcional (mina, usina de beneficiamento, pátio de estocagem, ferrovia e porto).

As grandes mineradoras do mundo são compostas por vários ativos produtivos e logísticos, sejam elas as minas, as usinas de beneficiamento, os pátios de estocagem, as ferrovias e os portos. Cada ativo apresenta capacidade de produção e localização geográfica distintas. De acordo com as exigências dos clientes nacionais e internacionais, e dependendo das características dos pro-

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

dutos de minério fornecidos por cada mina, decisões de quais ativos (minas, usinas, pátios, ferrovia ou porto), manuseio, mistura e expedição podem envolver diferentes instalações em diferentes estágios da cadeia de fornecimento. Uma cadeia global de fornecimento na mineração pode ser definida como uma rede de instalações integradas e projetadas para explorar, processar, transportar e entregar o produto aos clientes finais a distâncias geográficas significativas (Tsiakis [2008]).

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 é caracterizado o problema de programação integrado de curto prazo - PPICPM. A seção 3 é feita uma revisão da literatura. A seção 4 apresenta o modelo matemático proposto para resolver o problema PPICPM. Na seção 5 são descritos os experimentos computacionais, quais instâncias foram utilizadas, resultados obtidos para cada um dos algoritmos implementos e uma análise dos resultados. Por fim, a seção 6 apresenta as conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

2. Caracterização do problema

De acordo com a seção 1, é definido o Problema de Programação Integrado de Curto Prazo em Minas (PPICPM) que exploram minério de ferro. No PPICPM, o seguinte conjunto de itens são considerados: Definição da sequencia de exploração de cada bloco de lavra e ou frente de lavra disponíveis ao longo do horizonte de programação, considerando os parâmetros de granulometria e os parâmetros de qualidade resultantes das análises de amostras feitas nos laboratório (amostras dos furos de sondagem executadas nas frentes de lavra); Definição de qual sequenciamento de exploração de cada mina considerando as demandas das usinas de beneficiamento; Fazer a mistura do ROM (run of mine) que são explorados nas minas e fornecidos às usinas de beneficiamento de acordo com os parâmetros de qualidade e quantidade previamente definidos pelas usinas de beneficiamento; Definição da produtividade das usinas de beneficiamento de acordo com os parâmetros de recuperação metalúrgica; Quais pilhas de produtos finais serão estocadas nos pátios de estocagem ou pátios de carregamento ferroviário; Atendimento da demanda do cliente final, no que tange a quantidade de produto, parâmetros de qualidade e tipo de produto. O PPICPM é um problema de nível hierárquico de decisão tática e operacional/funcional Mina e Usina.

O PPICPM foi inicialmente tratado em Almeida [2013] no qual foi tratado a integração entre minas, usina de beneficiamento e pátio de estocagem. Também, pode-se perceber nos trabalhos do Moreno [2016] e do Costa [2005] tratando do problema de programação de produção de minas ao céu aberto (OPMPSP) considerando como base para o trabalho o bloco de lavra.

Diante dessas referências,o modelo irá tratar a cadeia integrada desde do bloco de lavra até o pátio de estocagem localizado na região de embarque ferroviário, que será considerado o cliente final, em um cenário com múltiplas minas, usinas de beneficiamento e pátios de estocagem.

O principal objetivo do PPICPM é atender a demanda dos clientes finais nos seguintes requisitos: Quantidade de massa de minério de ferro; Tipo de produto final produzido pelas usinas de beneficiamento e armazenado nos pátios de estocagem (podendo ser Lump Ore, Hematitinha, Pellet Feed ou Sinter Feed); Parâmetros de especificação de qualidade (ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação - PPC, magnetita).

3. Revisão de literatura

Dadas a complexidade e a escala dos ativos produtivos e logísticos envolvidos, a indústria da mineração deve ser tratada como uma grande cadeia de suprimentos, no qual minas, usinas de beneficiamento, ferrovias, portos e entrepostos sejam geridos de forma a garantir o máximo de integração e efetividade na execução das operações (Pimentel [2011]). Nesse sentido, no desenvolvimento de sistemas de suporte à decisão em mineração, a integração de diferentes estágios da cadeia e de diferentes níveis de decisão deve ser cuidadosamente considerada.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings

Em Drumond e Mateus [2000] trata do planejamento integrado do Porto, considerando toda a logística portuária, mas sem levar em conta as movimentações entre mina e porto. Em Pimentel [2011] considera a logística entre mina e porto, propondo uma abordagem baseada no conceito de cadeia de suprimentos. Nesta abordagem, o fluxo de matérias-primas e produtos acabados, bem como as operações de transformação, armazenagem e distribuição são tratados de forma integrada.

Em Toffolo [2009] aborda que a escolha do minério a ser utilizado na composição dos produtos e uma complexa malha de transporte que inclui minerodutos, correias transportadoras, terminais ferroviários e portuários devem ser considerados. Propõe algoritmos para o Problema do Planejamento do Fluxo dos Produtos (FP) de uma empresa mineradora, que engloba alguns problemas clássicos da literatura de forma integrada, tais como Mistura de Minérios, Planejamento de Transporte e Planejamento e Sequenciamento da Produção. O FP foi tratado em diferentes horizontes de planejamento: anual, trimestral, mensal e diário. Um modelo multiobjetivo baseado em programação linear por metas foi proposto, sendo capaz de resolver apenas instâncias dos horizontes anual e trimestral em tempo aceitável. Para tratar as instâncias dos horizontes mensal e diário, foram desenvolvidos algoritmos heurísticos $Relax - and - Fix$, GRASP e ILS.

No trabalho de Almeida [2013], trata o PPICPM no qual, as decisões de nível operacional do complexo são definidas conjuntamente, buscando minimizar os custos operacionais de cada etapa do processo produtivo (minas, usinas e pátios) bem como os custos de integração da cadeia. Apresenta como objetivo o entendimento do problema de programação integrada, elaboração de um modelo matemático e avaliação das soluções através da VSI (valor da solução integrada) comparando com os resultados obtidos de otimização de cada uma das etapas de forma isolada. Propõem um modelo matemático de programação inteira mista e a formulação matemática desenvolvida é avaliada através de uma metodologia denominada valor de solução integrada que permite comparar os custos da programação feita de forma integrada com soluções não integradas. Além disto foram desenvolvidos algoritmos heurísticos baseados nas técnicas de $Relax - and - Fix$.

Tanto Toffolo [2009] como Almeida [2013] tratam da cadeia integrada da mina até o pátio de carregamento (o primeiro considerando o pátio de carregamento do porto e o segundo o pátio de carregamento da ferrovia) e o trabalho em Menezes [2016] já trabalha com a estratégia tático e operacional do terminal portuário.

Em Menezes [2016] no seu trabalho propõe um modelo matemático considerando operações logísticas no porto de granéis, no entanto, é genérico o suficiente para ser adaptado a várias situações. O principal objetivo está em desenvolver uma formulação integrada para os problemas de planejamento, sequenciamento e alocação, bem como projetar algoritmos capazes de fornecer soluções de qualidade para instâncias de grande porte do problema.

Por fim, uma extensa contribuição para a literatura feito em Leite e Marujo [2019]. Os autores fazem uma grande revisão bibliográfica dos modelos integrados da cadeia de fornecimento, desde a mina até o cliente final. Nesse trabalho são analisados e agrupados centenas de artigos, por problemas, objetivos e restrições, nas quais foram aplicadas técnicas (determinísticas ou estocástica) para otimizar e encontrar soluções para os ativos produtivos e logísticos.

4. Modelo matemático proposto

O modelo matemático descrito a seguir integra as decisões de planejamento tático dos ativos produtivos e logísticos. As definições dos conjuntos considerados no modelo estão descritos na tabela 1. Também será detalhado a função objetivo (seção 4.1), as restrições do problema (seção 4.2), os limites (seção 4.3) e todas as variáveis e parâmetros considerados.

Tabela 1: Definição dos conjuntos para o PPICPM

Conjuntos	Descrição
T, TL, TU	Períodos de tempo do horizonte de programação, das operações das minas e das usinas de beneficiamento
F, M, J	Conjunto de blocos de lavra, das minas e usinas de beneficiamento
P, S, K	Conjunto de produtos, pátios de estocagem e dos parâmetros de qualidade

4.1. Função objetivo

As definições dos parâmetros considerados da função objetivo estão descritos na tabela 2.

Tabela 2: Definição dos parâmetros da Função Objetivo

Parâmetro	Descrição
α_{mi}	Penalidade por unidade de massa de minério ROM não explorada da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$
π_{mi}	Penalidade por passar a explorar minério de uma frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$. Representa o custo de deslocamento do maquinário utilizado.
β_{mi}	Penalidade por passar a explorar minério de uma nova frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$, excedendo o limite máximo simultânea da mina $m \in M$
μ_{mj}	Penalidade pelo excedente de demanda de ROM na usina $j \in J$ não atendida pelas minas $m \in M$
δ^j_{pk}	Penalidade por desvio positivo em relação a meta de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina $j \in J$
η^j_{pk}	Penalidade por desvio negativo em relação a meta de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina $j \in J$
$\kappa^j_{p_k}$	Penalidade por desvio positivo em relação a especificação superior de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina $j \in J$
λ^j_{pk}	Penalidade por desvio negativo em relação a especificação inferior de qualidade do parâmetro $k \in K$ na geração de um produto $p \in P$ na usina $j \in J$
ψ_{ps}	Penalidade pela existência de estoque. O estoque existente no pátio $s \in S$ é dividido por pilhas para cada produto $p \in P$
σ_p	Penalidade por unidade de massa do produto $p \in P$ que não atendeu o cliente. É o excedente da demanda não atendida pelo estoque e/ou da produção das usinas

As definições das variáveis da função objetivo estão descritas da tabela 3.

Tabela 3: Definição das variáveis da Função Objetivo

Variáveis	Descrição
p^t_{mi}	Quantidade de minério ROM não explorado da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ ao longo do horizonte de programação $t \in TU$
r^t_{mi}	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ que não estava sendo utilizada no período $t-1$ passou a ser explorada no período t na mina $m \in M$.
n^t_{mi}	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ nova começou a ser explorada na mina $m \in M$ ao longo do horizonte de programação $t \in TU$

f_j^t	Determina a falta de ROM para atender a demanda da usina $j \in J$ ao longo do horizonte de programação $t \in TU$
$dm_{j_{pkm+}}^t$	Desvio positivo das frentes de lavra da mina $m \in M$ para a meta de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$dm_{j_{pkm-}}^t$	Desvio negativo das frentes de lavra da mina $m \in M$ para a meta de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no período $t \in TU$
$de_{j_{pkm+}}^t$	Desvio positivo das frentes de lavra da mina $m \in M$ para a especificação superior de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no $t \in TU$
$de_{j_{pkm-}}^t$	Desvio negativo das frentes de lavra da mina $m \in M$ para especificação inferior de qualidade $k \in K$ do produto $p \in P$ gerado na usina $j \in J$ no $t \in TU$
q_p^t	Determina a diferença entre a demanda do produto $p \in P$ no período $t \in T$ e a quantidade produzida pelas usinas do complexo minerador.
c_{ps}^t	Determina o excedente da demanda do cliente. É calculado pela diferença entre a demanda do produto $p \in P$ no período $t \in T$ e a quantidade produzida pelas usinas do complexo minerador mais o estoque do pátio $s \in S$
e_p^t	Estoque do produto $p \in P$, no pátio de produtos finais ao final do período $t \in TU$

A função objetivo é composta por sete parcelas objetivando minimizar as penalidades de não atender as demandas dos clientes e os custos operacionais (qualidade, quantidade, tipo de produto e prazo).

Minimizar

$$\sum_{t\in TL}\sum_{m\in M}\sum_{i\in F}\alpha_{mi}p_{mi}^t \tag{1}$$

$$+\sum_{t\in TL}\sum_{m\in M}\sum_{i\in F}\pi_{mi}r_{mi}^t \tag{2}$$

$$+\sum_{t\in TL}\sum_{m\in M}\sum_{i\in F}\beta_{mi}n_{mi}^t \tag{3}$$

$$+\sum_{t\in TL}\sum_{j\in J}\sum_{m\in M}\mu_{mj}f_j^t \tag{4}$$

$$+\sum_{t\in TU}\sum_{j\in J}\sum_{p\in P}\sum_{k\in K}\sum_{m\in M}(\delta_{pk}^j dm_{j_{pkm+}}^t + \eta_{pk}^j dm_{j_{pkm-}}^t + \kappa_{pk}^j de_{j_{pkm+}}^t + \lambda_{pk}^j de_{j_{pkm-}}^t) \tag{5}$$

$$+\sum_{t\in TU}\sum_{s\in S}\sum_{p\in P}\psi_{ps}(q_p^t - e_p^t) \tag{6}$$

$$+\sum_{t\in TU}\sum_{s\in S}\sum_{p\in P}\sigma_p c_{ps}^t \tag{7}$$

A parcela da função objetivo 1 minimiza o excedente de oferta dos blocos das frentes de lavra no período $t \in TL$. O custo é definido em função do volume de oferta excedente. A parcela 2 minimiza custo de sequenciamento das minas. Esta expressão define a redução do custo operacional das minas atrelado ao deslocamento e alocação de maquinários em diferentes frentes de lavra ao longo do horizonte de programação das minas. A parcela 3 minimiza o custo de alocar novas frentes de lavra de uma mina $m \in M$ que excedam o limite máximo de exploração simultânea. A parcela 4 minimiza o excedente de demanda de ROM das usinas de beneficiamento de forma a

evitar parada de produção ou sub-utilização dos ativos da usina. A parcela 5 minimiza os desvios dos parâmetros de controle de qualidade, tanto em relação às metas como em relação aos limites superiores e inferiores de parâmetros de controle da qualidade do ROM que irá alimentar as usinas de beneficiamento. A parcela 6 minimiza o custo de estocagem no pátio $s \in S$. O estoque é calculado pela diferença entre o que é produzido pelas usinas $j \in J$ mais o estoque inicial e a demanda do cliente. A parcela 7 minimiza custos de excedente da demanda do cliente.

4.2. Restrições do problema

Na modelagem do PPICPM foram adicionadas vários restrições de forma a limitar a quantidade de frentes de lavra que serão exploradas simultaneamente, dos desvios dos parâmetros de controle de qualidade tanto em relação a meta como aos limites da especificação, capacidade de recebimento de massa pelas usinas de beneficiamento, o fator de recuperação metalúrgica, a limitação do pátio de estocagem entre outros fatores que serão detalhados nesta seção.

As definições dos parâmetros considerados nas restrições estão descritos na tabela 4.

Tabela 4: Definição dos parâmetros das restrições

Parâmetro	Descrição
ϕ_j^t	Demanda de ROM da usina $j \in J$ no intervalo de tempo $t \in TL$
ρ_{mi}^t	Capacidade máxima de minério da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ que pode ser explorado no intervalo de tempo $t \in TL$
ν_{mi}	Capacidade máxima de ROM da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ que pode ser explorado até que esta frente de lavra $i \in F$ seja exaurida
ι_m	Número de blocos de frentes de lavras que podem ser exploradas simultaneamente a cada período do horizonte de programação da mina $m \in M$
γ_{mik}	Parâmetro de qualidade (em %) do ROM explorado da frente de lavra $i \in F$ da mina $m \in M$ considerando os parâmetros de controle de qualidade $k \in K$
ξ_{jmpk}	Meta de qualidade (em %) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ considerando a qualidade $k \in K$
ζ_{jmpk}	Limite superior de qualidade (em %) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ na qualidade $k \in K$
τ_{jmpk}	Limite inferior de qualidade (em %) que a usina $j \in J$ espera receber de ROM das minas $m \in M$ para produzir o produto $p \in P$ na qualidade $k \in K$
ϵ_{pi}	Porcentagem do produto $p \in P$ da frente de lavra $i \in F$ resultante de análises estatísticas dos furos de sondagens
ω_{jp}	Consiste na recuperação metalúrgica da usina $j \in J$. A recuperação metalúrgica é a relação de concentrado e da alimentação para cada um dos parâmetros de controle de qualidade $k \in K$ e também de massa
θ_p^t	Demanda final do cliente pelo produto $p \in P$ armazenado no pátio no intervalo de tempo $t \in T$

As definições das variáveis das restrições estão descritas da tabela 5.

Tabela 5: Definição das variáveis das restrições

Variáveis	Descrição
x_{mij}^t	Quantidade do minério ROM explorada do bloco de lavra $i \in F$, na mina $m \in M$, aplicada na usina $j \in J$ ao longo do horizonte de programação $t \in TU$

l^t_{mi}	Determina se uma frente de lavra $i \in F$ está sendo explorada no período $t \in TL$ na mina $m \in M$
g^t_{jp}	Determina se o produto $p \in P$ foi gerado pela usina de beneficiamento $j \in J$ no período $t \in TU$
z^t_{jps}	Quantidade do produto $p \in P$ que foi gerado pela usina de beneficiamento $j \in J$ no período $t \in TU$ e armazenado no pátio $s \in S$
y^t_{ps}	Massa do produto $p \in P$, armazenado no pátio de produtos finais, utilizado para atender a demanda dos clientes no período $t \in TU$

Foram considerados 13 restrições para o problema PPICPM, sendo:

Sujeito a:

$$\sum_{m\in M}\sum_{i\in F} x^t_{i_j} + f^t_j \leq \phi^t_j \qquad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{8}$$

$$\sum_{j\in J} x^t_{i_j} + p^t_{mi} \leq \rho^t_{mi} l^t_{mi} \qquad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \tag{9}$$

$$\sum_{t\in TL}\sum_{j\in J} x^t_{i_j} \leq \nu_{mi} \qquad \forall i \in F \quad \forall m \in M \tag{10}$$

$$\sum_{i\in F} l^t_{mi} - n^t_{mi} = \iota_m \qquad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \tag{11}$$

$$r^t_{mi} - l^t_{mi} + l^{t-1}_i \geq 0 \qquad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall t \in TL \tag{12}$$

$$\sum_{m\in m}\sum_{i\in F}(\gamma_{m_{ik}} - \xi_{j_{pk}})x^t_{mij} + dm^t_{j_{pkm-}} - dm^t_{j_{pkm+}} = 0 \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{13}$$

$$\sum_{m\in m}\sum_{i\in F}(\gamma_{m_{ik}} - \zeta_{j_{pk}})x^t_{i_j} - de^t_{j_{pkm+}} \leq 0 \qquad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{14}$$

$$\sum_{m\in m}\sum_{i\in F}(\gamma_{m_{ik}} - \tau_{j_{pk}})x^t_{i_j} + de^t_{j_{pkm-}} \geq 0 \qquad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{15}$$

$$g^t_{jp} = \sum_{m\in m}\sum_{i\in F}(\epsilon_{pi} x^t_{mij}) \qquad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TU \tag{16}$$

$$z^t_{jps} = \omega_{jp} g^t_{jp} \qquad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{17}$$

$$e^t_p = e^{t-1}_p + \sum_{j\in J} z^t_{jps} - y^t_{ps} + c^t_{ps} \qquad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{18}$$

$$y^t_{ps} = \theta_p \qquad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{19}$$

$$e^t_p \leq \upsilon_{sp} \qquad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{20}$$

A restrição 8 assegura que a quantidade de ROM explorado nas minas tem que ser menor ou igual a demanda de recebimento de ROM na usina de beneficiamento de forma que a usina possa trabalhar na sua capacidade nominal no intervalo de tempo $t \in TL$. A restrição 9 admite a quantidade de ROM explorado na frente de lavra não pode ser maior que a capacidade de produção para cada intervalo de tempo $t \in TL$. A restrição 10 visa a quantidade de ROM explorado na frente de lavra não pode ser maior que o máximo de ROM existente nesta frente de lavra. A restrição 11 limita o número de frentes de lavra que podem ser exploradas simultaneamente por período. A restrição 12 define quais ativações e desativações de uma frente de lavra. As restrições 13, 14 e 15 determinam o balanço entre os parâmetros de controle de qualidade do minério ROM que chega em

cada usina, a sua meta e os limites superiores e inferiores da especificação. A restrição 16 restringe a quantidade máxima de cada produto que será fabricado na usina no intervalo de tempo $t \in TU$. A restrição 17 limita a quantidade de produto gerado considerando a recuperação metalúrgica. Toda usina de beneficiamento tem o seu parâmetro de recuperação metalúrgica que varia ao longo do tempo dependendo os ajustes das variáveis de processo (aumentando a eficiência). A restrição 18 visa o balanço de massa entre o que foi produzido, o estoque inicial e a demanda do cliente. A restrição 19 assegura o atendimento a demanda e a restrição 20 determina a quantidade de produto final que irá ficar no estoque após o atendimento da demanda do cliente.

4.3. Restrições para os limites das variáveis

As restrições para os limites inferiores e/ou superiores de todas as variáveis descritas nas tabelas 3 e 5 estão descritos abaixo.

Limites

$$x^t_{mij}, f^t_j, p^t_{mi} \geq 0 \qquad \forall i \in F \quad \forall m \in M \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{21}$$

$$n^t_{mi}, r^t_{mi}, l^t_{mi} \in \{0, 1\} \tag{22}$$

$$dm^t_{j_{pkm-}}, dm^t_{j_{pkm+}} \geq 0 \qquad \forall m \in M \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{23}$$

$$de^t_{j_{pkm-}}, de^t_{j_{pkm+}} \geq 0 \qquad \forall m \in M \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P \quad \forall j \in J \quad \forall t \in TL \tag{24}$$

$$z^t_{jps}, q^t_p, y^t_{ps} \geq 0 \qquad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{25}$$

$$e^t_p, c^t_{ps}, g^t_{jp} \geq 0 \qquad \forall p \in P \quad \forall s \in S \quad \forall t \in TU \tag{26}$$

5. Experimentos computacionais

Todo o trabalho foi elaborado utilizando as seguintes configurações de computador: Processador de 6-core Intel(R) Core(TM) i5-6200U, CPU 2,30GHz e 8GB RAM. O desenvolvimento do algoritmo foi na IDE PyCharm 2018.3.5 da JetBrains (JRE: 1.8.0 e JVM: OpenJDK 64-Bit), na linguagem de programação Python 3.7.1 e o framework PuLP. O framework PuLP (Roy e Mitchell [2019]) é um modelador de programação linear escrito em Python com licenciamento aberto de acordo com o BSD (Berkeley Software Distribution). No trabalho, foi utilizado o resolvedor CBC 2.9.0 (Coin-or branch and cut).

Foram utilizados o solver CPLEX (programação matemática inteira mista utilizando técnicas de programação por metas), o $Relax - and - Fix$ e o $Fix - and - Optimize$ para resolver o PPICPM. No caso do $Relax - and - Fix$, foram desenvolvidos duas estratégias para fazer a fixação das variáveis binárias (RF1: maiores que 0,5; RF2: ordenação decrescente). Para o $Fix - and - Optimize$ fui utilizado a estratégia de fixar um subconjunto em zero e no outro subconjunto as variáveis estão restrita a tomarem apenas valores binários.

O $Relax - and - Fix$ (Dillenberger [1994]) é uma abordagem baseada em métodos exatos. Nesta abordagem o problema de otimização inteira mista tem seu conjunto de variáveis inteiras particionado em sub-conjuntos, sem interseção. Inicialmente todas as variáveis inteiras são relaxadas (de inteiras para contínuas) e a cada passo, um subconjunto dessas variáveis é escolhido e aplica-se algum método exato, fixando desse subconjunto de variáveis como inteiro. Ao final do passo já tem-se aquele subconjunto de variáveis com valor inteiro e um novo subconjunto é escolhido.

O $Fix - and - Optimize$ (Sahling e Helber [2009]) é uma heurística baseada no particionamento de variáveis de decisão do problema. Este particionamento pode ser feito de diferentes

maneiras tais como: particionamento por itens, períodos e processos. Em cada iteração, um subconjunto de variáveis binárias são liberadas para otimização e as outras variáveis da partição são fixadas no valor da solução incumbente.

5.1. Descrição das instancias e dos valores dos parâmetros

Os múltiplos ativos produtivos e logísticos foram divididos em três níveis de complexidade, sendo: Baixo: 3 minas, 2 usinas e 1 pátios; Médio: 6 minas, 6 usinas e 3 pátios; Alto: 13 minas, 16 usinas e 8 pátios. Em todas as complexidades foram consideradas 60 blocos de lavra.

Os elementos químicos considerados são: ferro, sílica, fósforo, alumina, manganês, perda por calcinação - PPC, magnetita; e os produtos são: Lump Ore, Hematitinha, Pellet Feed ou Sinter Feed. As instancias de teste foram construídas, com as seguintes informações para cada ativo: Bloco de lavra: Ritmo de produção, capacidade máxima, porcentagem de cada um dos produtos e qualidade (de acordo com as informações dos furos de sondagem); Mina: Quantidade de blocos de lavra que podem ser explorados simultaneamente; Usina de beneficiamento: recuperação metalúrgica, capacidade máxima de ROM alimentado e qualidade (meta, especificação inferior e superior) do ROM; Pátio de estocagem: Capacidade máxima do pátio de estocagem; Demanda do cliente: Quantidade de produto (em toneladas) por intervalo de tempo. Foi considerado 7 períodos de tempo.

Foram desenvolvidos cinco cenários com o fim de variar as penalizações da função objetivo para cada fase da cadeia produtiva. O cenário 1 foi aplicado o mesmo peso para todas as parcelas da função objetivo. O cenário 2 foi atribuído um peso de mil para as parcelas 6 e 7, zero para a meta de qualidade e um para outras parcelas. O cenário 3 foi atribuído um peso de mil para as parcelas 4 e 5 e um para outras parcelas. O cenário 4 foi atribuído um peso de mil para as parcelas 1, 2 e 3 e um para outras parcelas. O cenário 5 foi atribuído pesos proporcionais priorizando o atendimento da demanda do cliente, depois excesso de estoque e por fim o excedente de demanda de ROM das usinas. O principal objetivo da construção de cinco cenários foi para avaliar o valor da cadeia integrada e como que cada parcela pode ser ajustada e/ou priorizada devido a alterações nos parâmetros de custo.

5.2. Resultados

Utilizando as instancias descritas no item 5.1 e os algoritmos CPLEX, $Relax-and-Fix$ (com as duas estratégias: RF1 e RF2) e o $Fix-and-Optimize$ (FO), foram gerados os resultados descritos na tabela 6. Pode-se perceber que os resultados da função objetivo estão descritos pela variável Z e o GAP foi apresentado em porcentagem para o CPLEX. Quando o GAP é zero, significa que foi encontrada a solução ótima e para os outros casos, foi encontrada uma solução viável para o tempo de execução de três horas. Além dos valores Z e GAP, também foi levantado a média de execução de cada algoritmo, sendo: CPLEX: 105 minutos; RF1: 2 minutos; RF2: 2 minutos; FO: 5 minutos.

5.3. Análise dos resultados

De acordo com os resultados apresentados na tabela 6, pode-se concluir que as estratégias de fixação RF1 (maiores que 0,5) e o RF2 (ordenação decrescente) apresentarem piores resultados que o CPLEX e FO, apesar de apresentar a média de tempo de execução menor. Este resultado deve-se principalmente a escolha indevida dos blocos de lavra que penalizam as Usinas de Beneficiamento (parâmetros de qualidade) e a oferta de massa para atender as demandas dos clientes finais nos Pátios de estocagem.

Analisando apenas os resultados do CPLEX e do FO, pode-se perceber que o FO apresentou resultados menores ou iguais ao CPLEX em 80% dos casos de teste, ou seja, em apenas 3 casos de teste o CPLEX apresentou solução melhor (um cenário foi devido ao excedente de demanda do

Tabela 6: Resultados do CPLEX, das duas estratégias do $Relax - and - Fix$ e $Fix - and - Optimize$

Casos de Teste		CPLEX			RF1		RF2		FO	
Comp	Cen*	Z	GAP (%)	t(s)	Z	t(s)	Z	t(s)	Z	t(s)
Baixa	1	0	0	56	147138	42	67201	40	0	39
Baixa	2	0	0	32	0	39	2	34	0	33
Baixa	3	0	0	39	176705	35	119093	36	0	211
Baixa	4	0	0	39	196485	31	69532	37	0	334
Baixa	5	0	0	93	377041	33	102762	35	0	62
Média	1	816	1	10890	543092	108	184413	142	22	432
Média	2	0	0	75	49727805	98	1346202	123	0	106
Média	3	24	0,24	10871	764810	112	640409	135	4900	431
Média	4	10066	1	10872	634731	106	473856	127	40515	440
Média	5	13391	1	10867	3963180	230	2066549	132	48966	434
Alta	1	161535	0,5847	10911	668877	199	771083	264	95416	582
Alta	2	6	0	5798	134789115	190	17574490	201	6	298
Alta	3	205401	0,74	11027	206282998	313	1258193	276	79250	649
Alta	4	227173	0,16	10940	1113872	231	1196835	251	124219	581
Alta	5	3236272	0,04	10919	61594510	235	22970689	268	2482511	609

cliente, outro devido à grande quantidade de sequenciamento dos blocos de lavra e o último devido as metas e especificações de qualidade)

Fazendo uma análise pelos cenários (das cinco alternativas), o cenário 2 foi o que apresentou melhores resultados devido ao parâmetro custo da meta de qualidade estar zerado. Com isto, permite que a otimização tenha uma região de solução viável/ótima maior e melhor para trabalhar, uma vez que não esta limitação a participação exata da qualidade (atendimento da meta) e sim, ao limite superior e inferior para cada uma dos parâmetros de qualidade.

Com relação à complexidade, não é possível comparar entre elas uma vez que esta diretamente relacionado à quantidade dos ativos produtivos e logísticos.

6. Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho foi proposto uma solução para o problema de programação integrada de curto prazo em uma mineradora visando a minimização dos custos operacionais e o atendimento das demandas finais dos clientes.

Após uma contextualização da mineração e alguns motivadores descritos na seção 1, foi caracterizado o problema existente na cadeia integrada da mineração na seção 2 (desde o bloco de lavra até o pátio de estocagem) e logo após a realização de uma revisão da literatura na seção 3, no qual verificou-se os modelos matemáticos e ferramentas computacionais utilizados na otimização.

De posse do detalhamento do problema existente nas mineradoras, foi elaborado uma formulação matemática (seção 4) objetivando a minimização dos custos de não atendimento às demandas dos clientes finais por minério de ferro e custos operacionais por não atender as especificações da ordem de venda (qualidade, quantidade, tipo de produto e prazo). Para resolver computacionalmente o modelo matemático, foi desenvolvido três algoritmos (programação por metas, $Relax - and - Fix$ e $Fix - and - Optimize$) na seção 5.

Após a execução de todos os casos de teste e análise dos resultados (seção 5.3), foi possível verificar e validar a utilização do método $Fix - and - Optimize$ para resolver o modelo o PPICPM. Também foi possível validar que o cenário 2 apresenta melhores resultados devido a necessidade de não atender a meta de qualidade.

Como trabalho futuro, pretende-se implementar um algoritmo de $Local\ Branching$ (Fischetti [2003]) para resolver o PPICPM.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, FAPEMIG, CEFET-MG e a Vale.

Referências

Almeida, F. (2013). Modelos e algoritmos para o problema de programação integrada de curto prazo em minas. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

ANM (2018). Agência nacional de mineração. *Informe Mineral*, 1(1). ISSN 1807-0388.

Costa, F. P. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Master's thesis, Universidade Federal de Ouro Preto, Brasil.

Dillenberger, L. F. W. A. . Z. W., C.; Escudero (1994). On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. *European Journal of Operational Research*.

Drumond, F. e Mateus, G. (2000). Efficient production planning and scheduling integrated applicataion. In *World conference on production and operations management*, p. 165–174, Spain.

Fischetti, A., M. e Lodi (2003). *Local branching. Mathematical programming*. 98. Springer Berlin.

Leite, E. B. L., J.M.; Arruda e Marujo, L. (2019). Modeling the integrated mine-to-client supply chain: a survey. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 0(0):1–47. URL `https://doi.org/10.1080/17480930.2019.1579693`.

Menezes, G. e. R. M., G.C. Mateus (2016). A hierarchical approach to solve a production planning and scheduling problem in bulk cargo terminal. *Computers Industrial Engineering*.

Moreno, M. N. A. e. F. F., E.; Rezakhah (2016). Linear models for stockpiling in open-pit mine production scheduling problems. *European Journal of Operational Research*. URL `http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.014`.

Pimentel, B. (2011). Modelos e algoritmos para planejamento integrado na indústria da mineração. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

Roy, J. e Mitchell, S. (2019). Pulp. https://pypi.org/project/PuLP/. Acessado: 2019-04-17.

Sahling, L. B. H. T., F. e Helber, S. (2009). Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers Operations Research*, p. 2546–2553.

Toffolo, T. (2009). Otimização do fluxo de produtos de uma empresa mineradora. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.

Tsiakis, L. G., P. e Papageorgiou (2008). Optimal production allocation and distribution supply chain networks. *International Journal of Production Economics*, p. 111:468–483.

Galoá { Este trabalho foi publicado utilizando o **Galoá** proceedings