

Dual Hesitant Fuzzy: Uma Revisão da Literatura.

Lucas Daniel Del Rosso Calache

Departamento de Engenharia de Produção, EESC, Universidade de São Paulo
Avenida Trabalhador são-carlense, 400, CEP 13566-590 - São Carlos – SP
lucascalache@usp.br

Lauro Osiro

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Av. Randolfo Borges Júnior, 1400, CEP 38064-200, Uberaba - MG
Lauro.osiro@uftm.edu.br

Luiz Cesar Ribeiro Carpinetti

Departamento de Engenharia de Produção, EESC, Universidade de São Paulo
Avenida Trabalhador são-carlense, 400, CEP 13566-590 - São Carlos – SP
carpinet@sc.usp.br

RESUMO

A tomada de decisão de grupo é uma atividade humana comum e crucial, pela qual dois ou mais especialistas podem lidar com complexos problemas de decisão, envolvendo atributos conflitantes e não comensuráveis. Dessa forma novas abordagens de tomada de decisão vêm sendo propostas para lidar com diferentes tipos de imprecisões. O *Dual Hesitant Fuzzy* (DHF) é uma abordagem recente que se destaca na literatura devido à sua capacidade de combinar as vantagens das representações *Hesitant Fuzzy* e *Intuitionistic Fuzzy*, permitindo diferentes tipos de hesitações. Entretanto, não foi identificado nenhum artigo que busca realizar uma revisão da literatura sobre esta abordagem. Portanto, o objetivo deste artigo é apresentar os resultados de um levantamento bibliográfico sistemático para avaliar o estado da arte do DHF. Além disso, as aplicações existentes são apresentadas e oportunidade de estudos futuros são levantados.

PALAVRAS CHAVE. Dual hesitant fuzzy, decisão em grupo, revisão sistemática.

ADM – Apoio à Decisão Multicritério

ABSTRACT

Group decision making is a common and crucial human activity, whereby two or more specialists can deal with complex decision problems, involving conflicting and non-measurable attributes. Thus, new decision-making approaches have been proposed in order to deal with different types of inaccuracies. The Dual Hesitant Fuzzy (DHF) is a recent approach that stands out in the literature due to its ability to combine the advantages of Hesitant Fuzzy and Intuitionistic Fuzzy representations, allowing different types of hesitations. However, no article has been identified that seeks to conduct a literature review on this theme. Therefore, the purpose of this article is to present the results of a systematic literature review to assess the state of the art of DHF. In addition, existing applications are presented and opportunities for future studies are elucidated.

KEYWORDS. Dual hesitant fuzzy, group decision, literature review.

MDS- Multicriteria Decision Support

1. Introdução

Com um ambiente cada vez mais complexo e competitivo, a tomada de decisão é uma das funções mais importantes dos gestores de qualquer organização [Nooraie 2012]. O processo de tomada de decisão é uma atividade comum pela qual técnicas podem ser utilizadas para subsidiar problemas de seleção, avaliação, ordenação e categorização das alternativas disponíveis [Zhang et al. 2016]. Considerando a evolução dos sistemas produtivos e de gestão, tais como o desenvolvimento da indústria 4.0, um dos desafios atuais e importantes é a modelagem de sistemas de decisão através de abordagens de consenso envolvendo incerteza e lógica *fuzzy* [Molano et al. 2017]. Desta forma, diferentes técnicas com diferentes representações linguísticas são propostas na literatura com o objetivo de lidar com a imprecisão [Ghorabae et al. 2017].

As teorias baseadas nos conjuntos *fuzzy* se destacam nas aplicações por serem as mais utilizadas para a análise de dados que apresentam imprecisões nos problemas considerados estratégicos para a organização [Chang e Hung 2010]. As técnicas MCGDM (Multi-Criteria Group Decision Making) propostas na literatura utilizam representações *fuzzy* específicas que buscam lidar com o problema de tomada de decisão em grupo. Representações de informações que se enquadram nessa categoria, frequentemente encontradas na literatura são: *intuitionistic fuzzy sets* [Ebrahimnejad et al. 2015], *hesitant fuzzy* [Gitinavard et al. 2016], *interval-valued intuitionistic fuzzy* [REN et al. 2017], *interval-valued hesitant fuzzy* [Gitinavard et al. 2017].

Apesar das técnicas baseadas nas representações intuicionistas e hesitantes serem capazes de modelar as incertezas do processo de tomada de decisão em grupo, cada representação vem sendo utilizada para lidar com um tipo de imprecisão presente no problema. As representações hesitantes são mais adequadas quando existem dúvidas no julgamento, podendo ativar um ou mais termos linguísticos da variável [Zhang et al. 2016]. Já a representação intuicionista é mais adequada quando se deseja adicionar uma margem de hesitação na definição dos números *fuzzy* que representam os termos linguísticos [Nguyen 2016].

Uma nova generalização dos conjuntos *fuzzy* foi proposta por Zhu et al. (2012), os conjuntos *dual hesitant fuzzy* (DHFS). Esta representação busca combinar os conceitos intuicionistas e hesitantes, integrando a vantagem de cada uma delas. Os conjuntos *hesitant fuzzy* foram propostos por Torra (2010), o qual permite o grau de pertencimento de um elemento em um conjunto com vários valores possíveis, habilitando a hesitação do tomador de decisão na definição das variáveis que representam seu julgamento [Zhang et al. 2017]. Assim como nos conjuntos *intuitionistic fuzzy*, DHFS também possui funções de graus de pertencimento e não pertencimento; no entanto, essas duas funções são expressas por vários números determinados, em vez de um único número, modelando a imprecisão do mundo real com mais precisão do que outras generalizações da teoria *fuzzy* [Yu et al. 2016].

Recentemente, o DHFS vem sendo amplamente utilizada para problemas de tomada de decisão multicritério, com o desenvolvimento de novos modelos e teorias [Zhang et al. 2017]. Entretanto, não foi encontrado nenhum estudo que apresente o estado da arte sobre essa abordagem. Dessa forma, o presente estudo apresenta uma revisão sistemática que tem por objetivo elucidar o estado da arte sobre o tema e apresentar possibilidades de estudos futuros.

2. Conceitos Básicos do DHFS

Zhu et al. (2012) definem o conceito de *dual hesitant fuzzy* como uma extensão dos conjuntos *hesitant fuzzy*. Dado um conjunto fixo U , um conjunto *Dual Hesitant Fuzzy* (DHF) D em X é representado como na Eq. (1):

$$\tilde{D} = \{(x, \tilde{h}_D(x), \tilde{g}_D(x) \mid x \in U)\} \quad (1)$$

Onde, $\tilde{h}_D(x)$ e $\tilde{g}_D(x)$ são dois conjuntos de algum valor no intervalo $[0,1]$, denotando os graus de pertencimento e não pertencimento possíveis do elemento $x \in U$ ao conjunto D , respectivamente, com as condições: $0 \leq \gamma, \eta \leq 1$ e $0 \leq \gamma^+ + \eta^+ \leq 1$, onde para todo $x \in U$ $\gamma \in \tilde{h}_D(x), \eta \in \tilde{g}_D(x), \gamma^+ \in \tilde{h}_D^+(x) = \cup_{\gamma \in \tilde{h}_D(x)} \text{Max}\{\gamma\}, \eta^+ \in \tilde{g}_D^+(x) = \cup_{\eta \in \tilde{g}_D(x)} \text{Max}\{\eta\}$.

As operações básicas e propriedades dos conjuntos DHF, também foram apresentados por Zhu et al. (2012). Dado três elementos DHF, d , d_1 e d_2 e um número inteiro não negativo n , então as operações básicas podem ser apresentadas na equações (2) a (5) [Yu et al. 2016]:

$$\text{União- Soma: } d_1 \oplus d_2 = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \eta_1 \in g_1, \eta_2 \in g_2} \{\{\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2\}, \{\eta_1 \eta_2\}\} \quad (2)$$

$$\text{Intersecção-Multiplicação: } d_1 \otimes d_2 = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2, \eta_1 \in g_1, \eta_2 \in g_2} \{\{\gamma_1 \gamma_2\}, \{\eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2\}\} \quad (3)$$

$$\text{Multiplicação por } n: nd = \bigcup_{\gamma \in h, \eta \in g} \{\{1 - (1 - \gamma)^n\}, \{\eta^n\}\} \quad (4)$$

$$\text{Potencialização por } n: d^n = \bigcup_{\gamma \in h, \eta \in g} \{\{\gamma^n\}, \{1 - (1 - \eta)^n\}\} \quad (5)$$

Dado $\tilde{d}_j = (\tilde{h}_j, \tilde{g}_j)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) um grupo de elementos DHF, então a função de pontuação $S(d_j)$ é definido conforme Eq. (6) a seguir:

$$S(d_j) = \frac{1}{\#h} \sum_{\gamma_j \in h_j} \gamma_j - \frac{1}{\#g} \sum_{\eta_j \in g_j} \eta_j \quad (6)$$

Por exemplo, caso $S(d_3) > S(d_1) > S(d_2)$, então $d_3 > d_1 > d_2$.

Embasado nos conceitos propostos por Zhu et al. (2012), Wang et al. (2014) desenvolveu alguns operadores de agregação, dentre eles, o *Dual Hesitant Fuzzy weighted Average* (DHFWA) e o *Dual Hesitant Fuzzy weighted geometric* (DHFVG) que é utilizado para calcular médias ponderadas e médias geométricas ponderadas dos julgamentos baseados no DHFS [Zeng et al. 2018]. Em relação as variáveis linguísticas, assim como pode ser observado nos estudos que utilizam variáveis linguísticas DHF, as representações dos termos ativados seguem o mesmo princípio da representação linguística *Hesitant Fuzzy*. Entretanto a representação linguística DHF também considera a imprecisão na hesitação da parametrização dos termos linguísticos, tendo assim graus de pertencimento e de não pertencimento para os termos ativados pelos julgamentos [Wang et al. 2014]. A utilizações dessas representações permite aos tomadores de decisão realizarem julgamentos mais complexos por meio da utilização de sentenças. Sendo assim, Rodrigues et al. (2013) apresentam uma proposta para a transformação das sentenças em conjuntos de termos linguísticos hesitantes.

3. Método para levantamento bibliográfico

Para representar o estado da arte sobre as abordagens *dual hesitant fuzzy* e suas aplicações, um levantamento foi realizado por meio de uma revisão sistemática. As revisões sistemáticas diferem das análises narrativas e exploratórias, adotando um processo replicável, científico e transparente [Tranfield et al., 2003]. Os procedimentos de pesquisa são descritos a seguir e seguem os passos propostos por Sampaio e Mancini (2007):

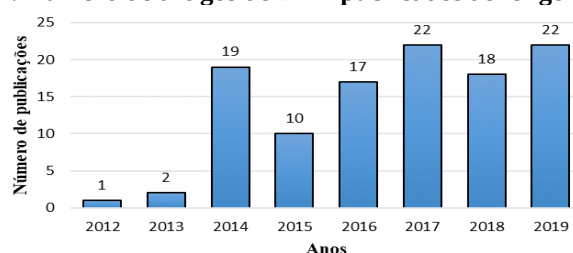
- Pergunta científica analisada: no presente trabalho, buscou-se verificar quais são as aplicações da abordagem *dual hesitant fuzzy*, bem como entender o estado da arte e verificar possibilidades de avanços no tema;
- Definição das bases de dados e palavras chave: foram utilizadas as bases de dados Web of Science (apps.webofknowledge.com), SCOPUS (www.scopus.com) e EMERALD (https://www.emerald.com/insight/) devido aos seus vastos acervos relacionados à gestão de operações. O conjunto de palavras (“*dual hesitant fuzzy*”) foi aplicado, retornando um total de 80 artigos na base Web of Science e 86 artigos na SCOPUS e 10 na EMERALD.
- Estratégia de pesquisa: Todos os artigos de periódicos, congressos e livros retornados da pesquisa até o final do ano de 2019 foram analisados. Inicialmente as duplicidades foram eliminadas resultando em um total de 126 artigos. A estratégia de busca foi ler inicialmente o resumo e palavras chaves, e em caso de dúvidas, as seções seguintes dos artigos eram lidas para avaliação do seu escopo.
- Seleção e classificação dos artigos relevantes: foram selecionados 116 artigos que estavam relacionados diretamente com a aplicação ou desenvolvimento da abordagem DHFS. Esses artigos foram lidos e classificados de acordo com o ano de publicação, país

de origem da universidade do primeiro autor, tema de aplicação e técnica multicritério combinada.

4. Resultados e discussões

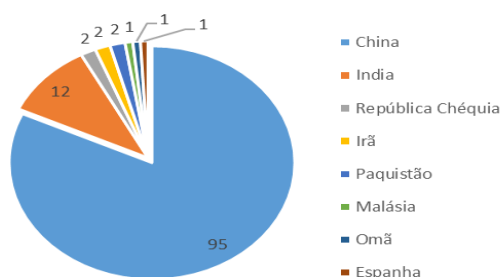
A partir de sua proposição, o Dual Hesitante Fuzzy apresentou um rápido aumento na quantidade de estudos que vêm desenvolvendo a abordagem e/ou aplicando para diferentes tipos de contextos. A Figura 1 apresenta a evolução do número de publicações ao longo dos anos com relação ao DHFS. Apesar da abordagem ser recente, a sua origem é baseada na combinação das generalizações *fuzzy Intuitionistic Fuzzy* e *Hesitant Fuzzy*, que já são amplamente difundidas na literatura de tomada de decisão em grupo [Qu et al. 2017].

Figura 1: Número de artigos de DHF publicados ao longo dos anos.



Apesar do rápido incremento no número de publicações relacionados a abordagem, de acordo com a Figura 2, é possível verificar que o tema ainda está muito concentrado em poucos países. A China é o país que mais publica artigos de DHFS com 82% de participação, seguida pela Índia com 10 % das contribuições. Não foi encontrado nenhum país do continente americano que tenha estudos relacionados com DHFS. A identificação desses países é importante para levantar possíveis parcerias de colaborações internacionais. Além disso, verifica-se que a técnica apresenta uma certa hegemonia em seu desenvolvimento e aplicação.

Figura 2: Distribuição dos artigos de DHFS de acordo com o país da universidade do primeiro autor.



Em relação a disseminação do conteúdo pelos periódicos é possível verificar uma concentração de artigos em periódicos focados no desenvolvimento e aplicação de teorias fuzzy, sendo que o periódico *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* apresenta maior número de artigos de DHFS com 22,4% do total das contribuições levantadas. Entretanto, 53 periódicos diferentes já publicaram artigos sobre o tema, e considerando-se os últimos anos de 2019 e 2020, observa-se uma grande disseminação do tema em variados periódicos de alto impacto, tais como *Computers & Industrial Engineering*, *Information Sciences* e *Symmetry* por exemplo. Esse levantamento pode contribuir para os autores identificarem os periódicos mais complacentes com o tema abordado, e assim direcionarem suas submissões.

Em relação às aplicações, os artigos foram caracterizados conforme apresentado na Tabela 1. A literatura apresenta propostas de aplicações da representação dual hesitant fuzzy para

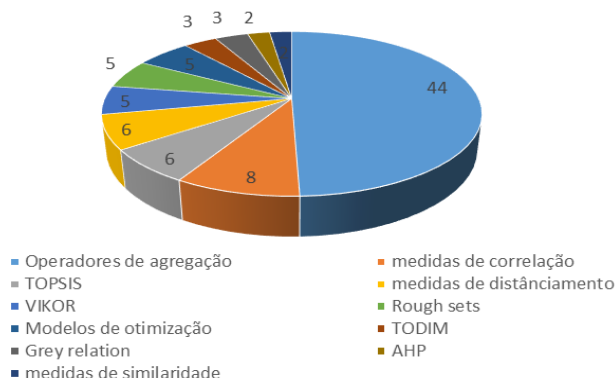
problemas de gestão. Apesar da variedade de aplicações considerando vários problemas de tomada de decisão, ainda se observa uma pequena preocupação com aspectos relacionados ao desenvolvimento sustentáveis com apenas 4,3% dos estudos abordando temas correlacionados [Qi et al. 2018; Qu et al. 2017; Qi et al. 2017; Qu et al. 2016; Zhang et al. 2016]. Além disso, a maioria dos estudos estão desenvolvendo avanços na abordagem DHF, como por exemplo a proposta de novos operadores de agregação (49%) [Liang et al. 2019; Zhang et al. 2019], métodos de avaliação de distância entre avaliações (7%) [Liu et al. 2020; Chen et al. 2018], entre outros, conforme apresentado no gráfico da Figura 3. Dessa forma, as aplicações são, em geral, mais ilustrativas para exemplificação das propostas.

Tabela 1: Classificação das aplicações dos estudos com DHF.

Temas de aplicações	Referencias
Avaliação e/ou seleção de fornecedores: artigos que apresentam problemas relacionados ao processo de escolha de um fornecedor novo ou avaliação do desempenho de fornecedores ou serviços já existentes	Yu et al. 2016; Qu et al. 2017; Qu et al. 2016; Qi et al. 2018; Wei 2017; Li et al. 2019; Ren et al. 2017; Yu et al. 2016; Zhao et al. 2016; Zhang et al. 2018; Wei 2017; Wang et al. 2016.
Avaliação e/ou seleção de investimentos: seleção de carteiras de investimento e priorização de investimentos em projetos.	Ju et al. 2014; Ju et al. 2014b; Singh 2017; Tang et al. 2017; Yang e Ju 2014; Yang e Ju 2015; Ye 2014; Zang et al. 2018; Zang et al. 2018; Tang et al. 2018; Chen et al. 2019; Gong e Chen 2019; Liu et al. 2019; Qu et al. 2019; Jamil e Rashid 2018; Ju et al. 2014; Liang et al. 2020; Xu et al. 2015; Liang et al. 2019; Peng et al. 2018; Xue et al. 2016; Li et al. 2019.
Aplicações médicas: identificação de doenças; avaliações de riscos hospitalares; avaliação de baldeação de sangue.	Liang et al. 2017; Zhang et al. 2015; Xu et al. 2019; Zhang et al. 2017; Wu et al., 2019; Wang et al. 2013; Zhang et al. 2018; Zhang et al. 2019; Arora e Garg 2018; Farhadinia 2014; Garg e Kaur 2020; Garg e Arora 2017; Yu 2015; Chen e Huang 2017.
Avaliação e/ou seleção de equipamentos e sistemas: identificação dos melhores equipamentos e materiais; seleção de sistemas de tecnologia e informação; seleção de sistemas de segurança.	Qu et al. 2018; Maity et al. 2019; Zhang 2015; Zhang 2016; Chen et al. 2018; Yu et al. 2016; Ju et al. 2014; Lu et al. 2016; Zhang et al. 2014; Qu et al. 2017; Wang et al. 2014; Wang et al. 2014; Chen et al. 2014.
Decisões estratégicas: seleção de estratégias; seleção de locais de instalação; decisões estratégicas militares;	Wang et al. 2016; Huang et al. 2013; Ren et al. 2017; Wang 2016; Jana e Roy 2019; Meng et al. 2019; Narayanamoorthy et al. 2019; Jana e Roy 2018; Ren et al. 2019; Zhu et al. 2018; Ren et al. 2017.
Recursos humanos: alocação de pessoal; seleção de colaboradores; avaliação de desempenho.	Su et al. 2019; Yu 2014; Garg e Kaur 2019; Rodzi 2020; Bashir et al. 2019; Ren e Wei 2017; Yu e Li 2014; Singh 2014.
Planos de Emergência: avaliação de soluções para respostas em emergências; planos de resgate	Zhang et al. 2019; Qi et al. 2017; Garg e Arora 2020; Zhang et al. 2016; Garg e Arora 2018.
Desenvolvimento de produtos: avaliação da qualidade de projetos e design de produtos	Li 2014; Xu 2016; Qiu 2017.

Destaca-se que até o momento poucas técnicas multicritério foram combinadas com a abordagem DHF e poucos modelos de tomada de decisão foram propostos [Lu e Wei 2016; Wang et al. 2016; Xu 2016; Zhang 2016]. As abordagens de consenso propostas até o momento estão relacionadas a diminuição entre as distâncias das avaliações entre os tomadores de decisão, e para isso, modelos de otimização vem sendo propostos [Gong e Chen 2019; Maity et al. 2019]. Devido ao grau de complexidade das abordagens baseadas no Dual Hesitant Fuzzy, os modelos de otimização apresentam múltiplos objetivos e/ou programações não lineares [Qu et al. 2019; Li et al. 2019]. Não foram encontrados artigos que combinem meta-heurísticas com o DHFS, o que pode trazer uma menor complexidade na resolução desses problemas, apesar de não garantir a otimalidade da solução [Ehrgott e Gandibleux 2008; Viana e De Souza 2000].

Figura 3: Técnicas utilizadas em conjunto com DHFS.



5. Conclusões

O presente estudo apresentou o atual estado da arte relacionado à abordagem *Dual Hesitant Fuzzy*. Essa forma de representação de informação vem se destacando na literatura devido sua capacidade de lidar com diferentes tipos de imprecisões na informação. Para isso, as vantagens das abordagens *hesitant fuzzy* e *intuitionistic fuzzy* foram combinadas, possibilitando modelar a hesitação das avaliações dos tomadores de decisão e hesitação na parametrização das variáveis linguísticas utilizadas.

Por meio do levantamento realizado foi possível observar que a técnica apresentou um rápido incremento no número de estudos e aplicações. Uma possível explicação é a sua capacidade de lidar com o processo de tomada de decisão em grupo. Dessa forma, a grande maioria dos trabalhos buscam agregar os julgamentos dos tomadores de decisão, tentando modelar os diferentes pontos de vistas dentro de uma organização [Tang et al. 2018; Qi et al. 2018; Yu et al. 2016]. Por outro lado, alguns estudos apresentam técnicas de consenso para minimizar a divergência do grupo de tomadores de decisão para chegar em uma solução em comum [Zhang et al. 2016; Zhao et al. 2016]. Entretanto, os estudos que tratam sobre técnicas de consenso não processam matematicamente os termos linguísticos. Sendo assim, com os resultados do levantamento bibliográfico foi possível identificar algumas possibilidades de estudos futuros, tais como:

- a combinação de métodos de estruturação de problemas para elucidação das alternativas e critérios e aplicação da abordagem DHFS para avaliação do desempenho das alternativas;
- a combinação de diferentes técnicas multicritério com a representação DHFS para considerar os diferentes tipos de hesitação existentes em um processo de decisão;
- a combinação de meta-heurísticas com a representação DHFS para lidar com problemas de decisão em grupo que envolvem multiobjectivos e/ou apresentam uma modelagem de programação não linear;
- o desenvolvimento de um modelo prescritivo que possa auxiliar os tomadores de decisão nos passos para o processo de tomada de decisão considerando diferentes etapas e abordagens para diferentes objetivos específicos, tais como estruturação do problema, consenso entre os especialistas e agregação de julgamentos;
- aplicação da abordagem DHFS em contextos reais, principalmente considerando o contexto de desenvolvimento sustentável, o qual é pouco explorado nos estudos levantados nessa revisão.

Agradecimentos

À Capes (001) e Fapesp (2018/21129-5) pelo apoio financeiro.

Referências

- Arora, R., & Garg, H. (2018). A robust correlation coefficient measure of dual hesitant fuzzy soft sets and their application in decision making. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 72, 80-92.
- Bashir, Z., Bashir, Y., Rashid, T., Ali, J., & Gao, W. (2019). A Novel Multi-Attribute Group Decision-Making Approach in the Framework of Proportional Dual Hesitant Fuzzy Sets. *Applied Sciences*, 9(6), 1232.
- Chang, B., & Hung, H. F. (2010). A study of using RST to create the supplier selection model and decision-making rules. *Expert Systems with Applications*, 37(12), 8284-8295.
- Chen, H., Xu, G., & Yang, P. (2019). Multi-Attribute Decision-Making Approach Based on Dual Hesitant Fuzzy Information Measures and Their Applications. *Mathematics*, 7(9), 786.
- Chen, J., & Huang, X. (2017). Dual hesitant fuzzy probability. *Symmetry*, 9(4), 52.
- Chen, J., Huang, X., & Tang, J. (2018). Distance measures for higher order dual hesitant fuzzy sets. *Computational and Applied Mathematics*, 37(2), 1784-1806.
- Chen, Y., Peng, X., Guan, G., & Jiang, H. (2014). Approaches to multiple attribute decision making based on the correlation coefficient with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 26(5), 2547-2556.
- Ebrahimnejad, S., Hashemi, H., Mousavi, S. M., & Vahdani, B. (2015). A new interval-valued intuitionistic fuzzy model to group decision making for the selection of outsourcing providers. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 49(2).
- Farhadinia, B. (2014). Correlation for dual hesitant fuzzy sets and dual interval-valued hesitant fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 29(2), 184-205.
- Garg, H., & Arora, R. (2017). Distance and similarity measures for dual hesitant fuzzy soft sets and their applications in multicriteria decision making problem. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 7(3).
- Garg, H., & Arora, R. (2018). Dual Hesitant Fuzzy Soft Aggregation Operators and Their Application in Decision-Making. *Cognitive Computation*, 1-21.
- Garg, H., & Arora, R. (2020). Maclaurin symmetric mean aggregation operators based on t-norm operations for the dual hesitant fuzzy soft set. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 11(1), 375-410.
- Garg, H., & Kaur, G. (2019). A robust correlation coefficient for probabilistic dual hesitant fuzzy sets and its applications. *Neural Computing and Applications*, 1-20.
- Garg, H., & Kaur, G. (2020). Quantifying gesture information in brain hemorrhage patients using probabilistic dual hesitant fuzzy sets with unknown probability information. *Computers & Industrial Engineering*, 140, 106211.
- Gitinavard, H., Mousavi, S. M., & Vahdani, B. (2016). A new multi-criteria weighting and ranking model for group decision-making analysis based on interval-valued hesitant fuzzy sets to selection problems. *Neural Computing and Applications*, 27(6), 1593-1605.
- Gong, K., & Chen, C. (2019). Multiple-attribute decision making based on equivalence consistency under probabilistic linguistic dual hesitant fuzzy environment. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 85, 393-401.
- Ghorabae, M. K., Amiri, M., Zavadskas, E. K., & Antucheviciene, J. (2017). Supplier evaluation and selection in fuzzy environments: a review of MADM approaches. *Economic research-Ekonomska istraživanja*, 30(1), 1073-1118.
- Huang, H. B., Cai, L. N., & Cai, P. C. (2013). Dual Hesitant Fuzzy Information Aggregation in Decision Making. In *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 389, pp. 854-859). Trans Tech Publications.

Jamil, R. N., & Rashid, T. (2018). Application of Dual Hesitant Fuzzy Geometric Bonferroni Mean Operators in Deciding an Energy Policy for the Society. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018.

Jana, J., & Roy, S. K. (2018). Dual hesitant fuzzy matrix games: based on new similarity measure. *Soft Computing*, 1-14.

Jana, J., & Roy, S. K. (2019). Dual hesitant fuzzy matrix games: based on new similarity measure. *Soft Computing*, 23(18), 8873-8886.

Ju, Y., Liu, X., & Yang, S. (2014). Interval-valued dual hesitant fuzzy aggregation operators and their applications to multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(3), 1203-1218.

Ju, Y., Yang, S., & Liu, X. (2014). A novel method for multiattribute decision making with dual hesitant fuzzy triangular linguistic information. *Journal of Applied Mathematics*, 2014.

Ju, Y., Yang, S., & Liu, X. (2014). Some new dual hesitant fuzzy aggregation operators based on Choquet integral and their applications to multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(6), 2857-2868.

Ju, Y., Zhang, W., & Yang, S. (2014). Some dual hesitant fuzzy Hamacher aggregation operators and their applications to multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(5), 2481-2495.

Li, B., Yang, Y., Su, J., Zhang, N., & Wang, S. (2019). Two-sided matching model for complex product manufacturing tasks based on dual hesitant fuzzy preference information. *Knowledge-Based Systems*, 186, 104989.

Li, W., Zhuang, Y., & Ren, Z. (2019). An extended TODIM method and its application in the stock selection under dual hesitant fuzzy linguistic information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, (Preprint), 1-16.

Li, Y. M. (2014). An approach to evaluate the clothing creative design with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Control Science and Engineering*, 2014, 11.

Liang, D., Darko, A. P., Xu, Z., & Wang, M. (2019). Aggregation of dual hesitant fuzzy heterogenous related information with extended Bonferroni mean and its application to MULTIMOORA. *Computers & Industrial Engineering*, 135, 156-176.

Liang, D., Wang, M., Xu, Z., & Liu, D. (2020). Risk appetite dual hesitant fuzzy three-way decisions with TODIM. *Information Sciences*, 507, 585-605.

Liang, D., Xu, Z., & Liu, D. (2017). Three-way decisions based on decision-theoretic rough sets with dual hesitant fuzzy information. *Information Sciences*, 396, 127-143.

Liu, J. B., Malik, M. A., Ayub, N., & Siddiqui, H. M. A. (2020). Distance Measures for Multiple-Attributes Decision-Making Based on Connection Numbers of Set Pair Analysis With Dual Hesitant Fuzzy Sets. *IEEE Access*, 8, 9172-9184.

Lu, M., & Wei, G. W. (2016). Models for multiple attribute decision making with dual hesitant fuzzy uncertain linguistic information. *International Journal of Knowledge-based and Intelligent Engineering Systems*, 20(4), 217-227.

Maity, G., Mardanya, D., Roy, S. K., & Weber, G. W. (2019). A new approach for solving dual-hesitant fuzzy transportation problem with restrictions. *Sādhanā*, 44(4), 75.

Meng, F., Xu, Y., & Wang, N. (2019). Correlation coefficients of dual hesitant fuzzy sets and their application in engineering management. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 1-19.

Molano, J. I. R., Lovelle, J. M. C., Montenegro, C. E., Granados, J. J. R., & Crespo, R. G. (2018). Metamodel for integration of internet of things, social networks, the cloud and industry 4.0. *Journal of ambient intelligence and humanized computing*, 9(3), 709-723.

Narayanamoorthy, S., Ramya, L., Baleanu, D., Kureethara, J. V., & Annapoorani, V. (2019). Application of normal wiggly dual hesitant fuzzy sets to site selection for hydrogen underground storage. *International Journal of Hydrogen Energy*, 44(54), 28874-28892.

Nguyen, H. (2016). A new interval-valued knowledge measure for interval-valued intuitionistic fuzzy sets and application in decision making. *Expert Systems with Applications*, 56, 143-155.

Nooraie, M. (2012). Factors influencing strategic decision-making processes. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 2(7), 405.

Peng, X., Dai, J., & Liu, L. (2018). Interval-valued dual hesitant fuzzy information aggregation and its application in multiple attribute decision making. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 8(4).

Qi, X. W., Zhang, J. L., & Liang, C. Y. (2018). Multiple Attributes Group Decision-Making under Interval-Valued Dual Hesitant Fuzzy Unbalanced Linguistic Environment with Prioritized Attributes and Unknown Decision-Makers' Weights. *Information*, 9(6), 145.

Qi, X. W., Zhang, J. L., Zhao, S. P., & Liang, C. Y. (2017). Tackling complex emergency response solutions evaluation problems in sustainable development by fuzzy group decision making approaches with considering decision hesitancy and prioritization among assessing criteria. *International journal of environmental research and public health*, 14(10), 1165.

Qi, X., Zhang, J., & Liang, C. (2018). Multiple Attributes Group Decision-Making Approaches Based on Interval-Valued Dual Hesitant Fuzzy Unbalanced Linguistic Set and Their Applications. *Complexity*, 2018.

Qiu, Z. (2017). Product design scheme evaluation method based on AHP and dual hesitant fuzzy sets. *Revista de la Facultad de Ingeniería*, 31(10).

Qu, G., An, Q., Qu, W., Deng, F., & Li, T. (2019). Multiple attribute decision making based on bidirectional projection measures of dual hesitant fuzzy set. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 37(5), 7087-7102.

Qu, G., Li, T., Qu, W., Xu, L., & Ma, X. (2019). Algorithms for regret theory and group satisfaction degree under interval-valued dual hesitant fuzzy sets in stochastic multiple attribute decision making method. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, (Preprint), 1-15.

Qu, G., Li, Y., Qu, W., & Li, C. (2017). Some new Shapley dual hesitant fuzzy Choquet aggregation operators and their applications to multiple attribute group decision making-based TOPSIS. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(4), 2463-2483.

Qu, G., Qu, W., & Li, C. (2017). Some new interval-valued dual hesitant fuzzy Choquet integral aggregation operators and their applications. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, (Preprint), 1-22.

Qu, G., Zhang, H., Qu, W., & Zhang, Z. (2016). Induced generalized dual hesitant fuzzy Shapley hybrid operators and their application in multi-attributes decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 31(1), 633-650.

Qu, G., Zhou, H., Qu, W., & Li, C. (2018). Shapley interval-valued dual hesitant fuzzy Choquet integral aggregation operators in multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, (Preprint), 1-19.

Ren, Z. L., Xu, Z. S., & Wang, H. (2017, December). An extended TODIM method under probabilistic dual hesitant fuzzy information and its application on enterprise strategic assessment. In *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2017 IEEE International Conference on* (pp. 1464-1468). IEEE.

Ren, Z., & Wei, C. (2017). A multi-attribute decision-making method with prioritization relationship and dual hesitant fuzzy decision information. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 8(3), 755-763.

Ren, Z., Xu, Z., & Wang, H. (2017). Dual hesitant fuzzy VIKOR method for multi-criteria group decision making based on fuzzy measure and new comparison method. *Information Sciences*, 388, 1-16.

Ren, Z., Xu, Z., & Wang, H. (2018). Multi-criteria group decision-making based on quasi-order for dual hesitant fuzzy sets and professional degrees of decision makers. *Applied Soft Computing*, 71, 20-35.

Ren, Z., Xu, Z., & Wang, H. (2019). The Strategy Selection Problem on Artificial Intelligence With an Integrated VIKOR and AHP Method Under Probabilistic Dual Hesitant Fuzzy Information. *IEEE Access*, 7, 103979-103999.

Rodríguez, R. M., Martínez, L., & Herrera, F. (2013). A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets. *Information Sciences*, 241, 28-42.

Rodzi, Z. M. (2020). Fuzzy parameterized dual hesitant fuzzy soft sets and its application in topsis. *Mathematics and Statistics*, 8(1), 32-41.

Singh, P. (2014). A new method for solving dual hesitant fuzzy assignment problems with restrictions based on similarity measure. *Applied Soft Computing*, 24, 559-571.

Singh, P. (2017). Distance and similarity measures for multiple-attribute decision making with dual hesitant fuzzy sets. *Computational and Applied Mathematics*, 36(1), 111-126.

Solairaju, A., & Mahalakshmi, S. (2018). Dual hesitant fuzzy soft n-ideals. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 118(10), 13-22.

Su, Z., Xu, Z., Zhao, H., & Liu, S. (2019). Distribution-based approaches to deriving weights from dual hesitant fuzzy information. *Symmetry*, 11(1), 85.

Tang, X., Fu, C., Xu, D. L., & Yang, S. (2017). Analysis of fuzzy Hamacher aggregation functions for uncertain multiple attribute decision making. *Information Sciences*, 387, 19-33.

Tang, X., Yang, S., & Pedrycz, W. (2018). Multiple attribute decision-making approach based on dual hesitant fuzzy Frank aggregation operators. *Applied Soft Computing*, 68, 525-547.

Torra, V. (2010). Hesitant fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 25(6), 529-539.

Tranfield, D., Denyer, D., & Smart, P. (2003). Towards a methodology for developing evidence-informed management knowledge by means of systematic review. *British journal of management*, 14(3), 207-222.

Wang, H., Zhao, X., & Wei, G. (2014). Dual hesitant fuzzy aggregation operators in multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 26(5), 2281-2290.

Wang, L., Ni, M., & Zhu, L. (2013). Correlation measures of dual hesitant fuzzy sets. *Journal of Applied Mathematics*, 2013.

Wang, L., Wang, Q., Xu, S., & Ni, M. (2014, May). Distance and similarity measures of dual hesitant fuzzy sets with their applications to multiple attribute decision making. In *Progress in Informatics and Computing (PIC), 2014 International Conference on* (pp. 88-92). IEEE.

Wang, L., Zheng, X., Zhang, L., & Yue, Q. (2016). Notes on Distance and Similarity Measures of Dual Hesitant Fuzzy Sets. *International Journal of Applied Mathematics*, 46(4).

Wang, S. W., Ding, X. Q., & Ding, Z. Z. (2016). Model for performance evaluation in customs service management with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(4), 2131-2137.

Wang, Y. X. (2016). Research on the efficiency evaluation of venture capital of high-science and technology companies with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 31(3), 1183-1187.

Wei, G. (2017). Interval-valued dual hesitant fuzzy uncertain linguistic aggregation operators in multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(3), 1881-1893.

Wu, Z., Zhang, F., Sun, J., Wang, W., & Tang, X. (2019). Novel Parameterized Utility Function on Dual Hesitant Fuzzy Rough Sets and Its Application in Pattern Recognition. *Information*, 10(2), 71.

Xu, Y. (2016). Model for evaluating the mechanical product design quality with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(1), 1-6.

Xu, Y., Rui, D., & Wang, H. (2015). Dual hesitant fuzzy interaction operators and their application to group decision making. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 32(4), 273-290.

Xu, Y., Shang, X., Wang, J., Zhao, H., Zhang, R., & Bai, K. (2019). Some interval-valued q-rung dual hesitant fuzzy Muirhead mean operators with their application to multi-attribute decision-making. *IEEE Access*, 7, 54724-54745.

Xue, M., Tang, X., & Feng, N. (2016). An extended VIKOR method for multiple attribute decision analysis with bidimensional dual hesitant fuzzy information. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016.

Yang, S., & Ju, Y. (2014). Dual hesitant fuzzy linguistic aggregation operators and their applications to multi-attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(4), 1935-1947.

Yang, S., & Ju, Y. (2015). A GRA method for investment alternative selection under dual hesitant fuzzy environment with incomplete weight information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 28(4), 1533-1543.

Ye, J. (2014). Correlation coefficient of dual hesitant fuzzy sets and its application to multiple attribute decision making. *Applied Mathematical Modelling*, 38(2), 659-666.

Yu, D. (2014). Some generalized dual hesitant fuzzy geometric aggregation operators and applications. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 22(03), 367-384.

Yu, D. (2015). Archimedean aggregation operators based on dual hesitant fuzzy set and their application to GDM. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 23(05), 761-780.

Yu, D. J., & Li, D. F. (2014). Dual hesitant fuzzy multi-criteria decision making and its application to teaching quality assessment. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 27(4), 1679-1688.

Yu, D., Li, D. F., & Merigo, J. M. (2016). Dual hesitant fuzzy group decision making method and its application to supplier selection. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 7(5), 819-831.

Yu, D., Merigó, J. M., & Xu, Y. (2016). Group decision making in information systems security assessment using dual hesitant fuzzy set. *International Journal of Intelligent Systems*, 31(8), 786-812.

Yu, D., Zhang, W., & Huang, G. (2016). Dual hesitant fuzzy aggregation operators. *Technological and Economic Development of Economy*, 22(2), 194-209.

Zang, Y., Sun, W., & Han, S. (2017). Grey relational projection method for multiple attribute decision making with interval-valued dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(2), 1053-1066.

Zang, Y., Zhao, X., & Li, S. (2018). Interval-Valued Dual Hesitant Fuzzy Heronian Mean Aggregation Operators and their Application to Multi-Attribute Decision Making. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, 17(01), 1850005.

Zeng, W., Xi, Y., Yin, Q., & Guo, P. (2018, November). Weighted dual hesitant fuzzy sets and its application in group decision making. In *2018 14th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)* (pp. 77-82). IEEE.

Zhang, C., Li, D., & Yan, Y. (2015). A dual hesitant fuzzy multigranulation rough set over two-universe model for medical diagnoses. *Computational and mathematical methods in medicine*.

Zhang, F., Chen, J., Zhu, Y., Li, J., Li, Q., & Zhuang, Z. (2017). A Dual Hesitant Fuzzy Rough Pattern Recognition Approach Based on Deviation Theories and Its Application in Urban Traffic Modes Recognition. *Symmetry*, 9(11), 262.

Zhang, H., He, Y., & Xiong, L. (2016). Multi-granulation dual hesitant fuzzy rough sets. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(2), 623-637.

Zhang, H., Shu, L., Liao, S., & Xiawu, C. (2017). Dual hesitant fuzzy rough set and its application. *Soft Computing*, 21(12), 3287-3305.

Zhang, J., Hegde, G. G., Shang, J., & Qi, X. (2016). Evaluating emergency response solutions for sustainable community development by using fuzzy multi-criteria group decision making approaches: IVDHF-TOPSIS and IVDHF-VIKOR. *Sustainability*, 8(4), 291.

Zhang, N., Jian, J., & Su, J. (2019). Dual hesitant fuzzy linguistic power-average operators based on archimedean t-conorms and t-norms. *IEEE Access*, 7, 40602-40624.

Zhang, N., Yao, Z., Zhou, Y., & Wei, G. (2018). Some new dual hesitant fuzzy linguistic operators based on Archimedean t-norm and t-conorm. *Neural Computing and Applications*, 1-24.

Zhang, R., Li, Z., & Liao, H. (2018). Multiple-attribute decision-making method based on the correlation coefficient between dual hesitant fuzzy linguistic term sets. *Knowledge-Based Systems*, 159, 186-192.

Zhang, W., Li, X., & Ju, Y. (2014). Some aggregation operators based on Einstein operations under interval-valued dual hesitant fuzzy setting and their application. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.

Zhang, Y. (2015). Research on the computer network security evaluation based on the DHFHCG operator with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 28(1), 199-204.

Zhang, Y. (2016). Performance evaluation models for parallel computing with dual hesitant fuzzy information. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 30(4), 2067-2071.

Zhang, Y., Wang, L., Yu, X., & Yao, C. (2019). A new concept of Cosine similarity measures based on dual hesitant fuzzy sets and its possible applications. *Cluster Computing*, 22(6), 15483-15492.

Zhao, N., Xu, Z., & Liu, F. (2016). Group decision making with dual hesitant fuzzy preference relations. *Cognitive Computation*, 8(6), 1119-1143.

Zhu, B., Xu, Z., & Xia, M. (2012). Dual hesitant fuzzy sets. *Journal of Applied Mathematics*, 2012.

Zhu, L., Wang, L., Yang, Y., & Yao, C. (2018). Research on Evolutionary Model for Trust of Nodes Based on the Fuzzy Correlation Measures. *Wireless Personal Communications*, 102(4), 3647-3662.