Modelagem e controle de sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas utilizando modelos em redes de Petri^{*}

Braian Igreja de Freitas^{*} João Carlos Basilio^{*}

^{*} COPPE - Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ (e-mail: bfreitas@poli.ufrj.br, basilio@dee.ufrj.br)

Abstract: Bicycle sharing has, as principle, to allow people to travel between two points using a bicycle, being public bicycle sharing systems (PBSS) originated from. PBSS are formed with stations where users can pick up bicycles to move themselves around the stations. Depending on the usage of the stations, they may have all the bicycles removed from them or may become full, restricting the movement of bicycles through the stations. One way to solve this issue is to implement balancing strategies by using a vehicle to exchange bicycles between stations, balancing them. In this paper, we proposed a model of a generic PBSS using Petri nets in order to evaluate different strategies based on a single simulation algorithm. The proposed model is then validated by an analyze of the design of Integra UFRJ PBSS system with the combination of three different balancing strategies, also proposed in this paper.

Resumo: Compartilhamento de bicicletas possui como princípio possibilitar que um indivíduo trafegue de um ponto a outro com bicicletas. Com base nessa concepção, originaram-se os sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas (SPCB), que consistem de estações onde os usuários podem retirar bicicletas para se locomoverem entre elas. Dependendo do uso das estações, elas podem ficar vazias ou lotadas, restringindo a movimentação de bicicletas nelas. Uma maneira de solucionar esse problema é implementar estratégias de balanceamento utilizando um veículo para realizar trocas de bicicletas entre as estações, equilibrando-as. Neste artigo, será proposto um modelo de um SPCB genérico em redes de Petri para avaliar diferentes estratégias em um único algoritmo de simulação. O modelo proposto será validado pela análise do desempenho do projeto de SPCB Integra UFRJ com a combinação de três tipos diferentes de estratégias de balanceamento formuladas neste artigo.

Keywords: Discrete event systems, Petri net, PBSS; transportation; redistribution.

Palavras-chaves: Sistemas a eventos discretos, Redes de Petri, SPCB, transportes, redistribuição.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas públicos de compartilhamento de bicicletas (SPCB) têm como princípio permitir que um indivíduo possa retirar uma bicicleta de um lugar e devolvê-la a outro, possibilitando que ele trafegue de um ponto a outro. Cada SPCB é composto por estações, cada uma com um número fixo de vagas de bicicletas.

Durante o funcionamento do SPCB, os usuários retiram bicicletas das estações que possuam pelo menos uma bicicleta disponível e as depositam nas suas estações de destino que devem possuir pelo menos uma vaga de bicicleta livre. Assim, para que um SPCB possa atender às necessidades de mobilidade dos seus usuários em uma dada região com maior êxito, seus parâmetros, tais como quantidade e localização de estações e o número de vagas de bicicletas de cada estação, devem ser bem planejados.

^{*} Este trabalho foi financiado em parte pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Código de Financiamento 001, e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo número 309652/2017-0.

Apesar do bom planejamento do sistema ajudar no seu funcionamento, o fluxo de usuários entre as estações não é uniforme ao longo do dia. Por isso, dois problemas podem surgir: muitos usuários podem desejar sair de uma mesma estação simultaneamente, retirando bicicletas até que ela fique sem bicicletas, ou muitos usuários podem viajar para o mesmo destino, lotando a estação e impedindo que outros ciclistas depositem nela as suas bicicletas.

Para evitar que a quantidade de bicicletas nas estações sejam alterados apenas pelos usuários, alguns sistemas adotam a utilização de veículos, para realizar a redistribuição de bicicletas entre as estações, cuja função é retirar bicicletas das estações que estão cheias de bicicletas e repor bicicletas nos locais que estão vazios por meio de rondas executadas durante o dia entre as estações. Nesse sentido, diversos estudos de algoritmos de balanceamento foram propostos (Chemla et al., 2013; Vogel and Mattfeld, 2010; Shu et al., 2010; Benarbia et al., 2013) e de modelos de SPCB (Vogel et al., 2011; Labadi et al., 2012, 2014; Antunes et al., 2016).

Neste artigo será proposto um modelo em redes de Petri capaz de não só reproduzir o comportamento do SPCB real como também analisar o desempenho do sistema em função de diferentes estratégias de balanceamento. Para tanto, será proposto as redes de Petri estocásticas com controles externos, que permitem modelar tanto um sistema a eventos discretos por redes de Petri como também algoritmos externos de controle.

Para validar a abordagem proposta, será utilizado o SPCB recentemente implementado na Ilha do Fundão da cidade Rio de Janeiro, o projeto Integra UFRJ.

2. CONCEITOS TEÓRICOS

Uma rede de Petri é um grafo bipartido ponderado definido pela quádrupla $\mathcal{N} = (P, T, Pre, Post)$ (Murata, 1989; David and Alla, 1994), em que $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ é o conjunto finito de lugares, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ é o conjunto finito de transições, Pre (resp. $Post$) é uma matriz $m \times n$ cujo elemento $Pre(i, j)$ (resp. $Post(i, j)$) representa o peso do arco que liga o lugar p_i (resp. transição t_i) com a transição t_j (resp. lugar p_j). Os conjuntos de entradas de uma transição t_j (resp. um lugar p_i) são denominados lugares (resp. transições) de entrada e são denotados por $I(t_j)$ (resp. $I(p_i)$). Analogamente, os lugares e transições de saída são denotados por $O(t_j)$ e $O(p_i)$, respectivamente.

O estado atual de uma rede de Petri é representado por um vetor de marcações de lugares $\underline{m} = [m(p_1) \ m(p_2) \ \dots \ m(p_n)]^T$, cujos componentes $m(p_i)$ representam a quantidades de fichas em cada lugar $p_i \in P$. O estado inicial de uma rede de Petri é representado por $\underline{m}_0$. Uma transição t_j está habilitada quando o número de fichas de cada um dos seus lugares de entrada for maior ou igual do que os pesos dos arcos que ligam esses lugares à transição t_j . Quando uma transição t_j , que está habilitada, dispara, as fichas se movimentam de acordo a seguinte equação

$$m'(p_i) = m(p_i) - Pre(p_i, t_j) - Post, \forall p_i \in P(t_j, p_i),$$

em que $m(p_i)$ e $m'(p_i)$ denotam as marcações do lugar p_i antes e depois do disparo de t_j , respectivamente.

Para que o disparo da transição seja determinado por um intervalo de tempo que deve transcorrer desde o instante em que a transição foi habilitada, o conjunto de transições T deve ser particionado nos conjuntos T_i e T_d , que são formados, respectivamente, pelas transições imediatas, que disparam assim que habilitadas, e pelas transições temporizadas, que disparam após a passagem de um tempo depois da sua habilitação. Graficamente, as transições temporizadas são caixas retangulares vazias.

Redes de Petri podem possuir lugares com mais de uma transição de saída. Essa ocorrência é chamada de conflito estrutural (David and Alla, 1994), sendo denotado pela dupla $C(p, \{t_1, t_2, \dots, t_k\})$ formada pelo lugar p e pelo conjunto $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$, das transições que formam o conflito.

Com o objetivo de adicionar características probabilísticas aos disparos das transições, torna-se necessário utilizar as chamadas redes de Petri estocásticas generalizadas (RPEG), que permitem: (i) atribuir a transições temporizadas, tempos de disparos definidos estocasticamente; (ii) resolver conflitos entre transições imediatas por meio de probabilidades. As RPEG são definidas pela sétupla

Tabela 1. Interpretações dos parâmetros da rede de Petri proposta.

Parâmetro	Interpretação
R_i	Número de reordenação de cada estação S_i .
C_i	Capacidade da estação S_i .
C_v	Capacidade do veículo de redistribuição.
N_B	Número total de bicicletas no SPCB.

$\mathcal{NE} = (\mathcal{N}, \underline{m}_0, \Lambda_d, \Lambda_i)$, sendo Λ_d e Λ_i definidos como: para cada transição $t_j \in T_d$ é definida um função densidade de probabilidade que determina estocasticamente o intervalo de disparo, e para cada transição $t_j \in C(p, \{t_1, t_2, \dots, t_k\})$ é atribuída uma probabilidade $\Lambda_i(t_j, p)$ de disparo de t_j dado que as transições $t_1, t_2, \dots, t_k$ estão habilitadas por p . Formalmente, λ_d é definido, para $t \in T_d$, como

$$\Lambda_d(t) = fdp(x), \quad (1)$$

em que x é uma variável aleatória tal que a probabilidade $p(x \leq d_t) = \int_0^{d_t} fdp_{t_j}(x)dx$, sendo d_t o tempo de retardo de disparo da transição t_j . Em contrapartida, λ_i é formalmente definido como

$$\Lambda_i(t, p) = PRC(t|p), \forall t \in C(p, \{t_1, t_2, \dots, t_k\}), \quad (2)$$

em que $PRC(t_j|p)$ representa, para cada transição $t_j \in T_i$ envolvida no conflito em p , a probabilidade dessa transição ser escolhida para disparar. Note que a soma de todos os $PRC(t_j|p)$ do conflito $C(p, \{t_1, t_2, \dots, t_k\})$ é igual a 1.

Caso um conflito estrutural $C(p, \{t_1, t_2, \dots, t_k\})$ precise ser resolvido por meio de um agente externo, torna-se necessário estender a RPEG de forma a levar em conta a atuação do agente externo. A essa nova rede de Petri dá-se o nome de rede de Petri estocástica generalizada com controle externo (RPEGCE), que é definida como $\mathcal{NC} = (\mathcal{NE}, Esc)$, sendo $Esc(t_c, p) = 1$ para a transição $t_c \in \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ escolhida para disparo e $Esc(t, p) = 0$, para as demais.

3. MODELO PROPOSTO PARA UM SPCB

O modelo em RPEGCE proposto neste artigo estende aquele proposto em Antunes et al. (2016), e permite simular e avaliar o desempenho de SPCB com N estações, $S_1, S_2, \dots, S_N$, e um veículo de redistribuição, o qual é capaz de remanejar um certo número de bicicletas nas visitas realizadas às estações em diferentes momentos do dia. Um agente externo definirá a ordem em que as visitas às estações serão realizadas, podendo, inclusive variar de acordo com o estado atual do sistema. A figura 1 mostra a rede de Petri do modelo da estação S_1 de um SPCB com três estações. Os correspondentes lugares, transições e parâmetros são definidos, respectivamente, pelas tabelas 1, 2, 3. Note que podem ser destacadas três sub-redes:

- **Sub-rede do fluxo de bicicletas** (Lugares pretos). Representa a movimentação das bicicletas entre as estações pelos usuários. Como em um SPCB, cada estação S_i possui um número fixo de vagas C_i que são ocupadas por bicicletas ao longo do funcionamento do sistema, torna-se necessário definir os lugares PBS_i e PES_i para representarem, respectivamente, o número de bicicletas que ocupam a estação e o número de vagas disponíveis na estação. Se um usuário desejar alugar uma bicicleta da estação S_i e a estação possuir pelo menos uma bicicleta disponível, ou seja, $m(PBS_i) \geq 1$, ele irá retirar a bicicleta da estação. Essa ação é representada pelo disparo da

• **Sub-rede do controle de estações** (Lugares vermelhos). Essa sub-rede representa os componentes do modelo envolvidos na reposição/retirada de bicicletas em cada estação realizada pelo veículo de redistribuição. Assim como as estações, os lugares $PBSCar$ e $PESCar$ representam, respectivamente, a quantidade de bicicletas que ocupam o veículo de redistribuição e as vagas disponíveis no veículo. Para verificar em qual estação o veículo está efetuando o balanceamento, é utilizado o lugar $PCar_i$, que indica que o veículo está realizando o balanceamento da estação S_i . Durante o balanceamento da estação S_i , o veículo é capaz de executar dois tipos de operações:

(i) *Operação de adição de bicicletas na estação*. Realizada pela transição $TAdd_i$, cuja habilitação ocorre quando a quantidade de bicicletas em S_i for menor que o seu número de reordenação R_i e se o veículo de redistribuição possuir pelo menos uma bicicleta.

(ii) *Operação de remoção de bicicletas na estação*: Realizada pela transição $TRem_i$, cuja habilitação ocorre quando a quantidade de bicicletas em S_i for maior que o seu número de reordenação R_i e se o veículo possuir pelo menos uma vaga de bicicleta disponível.

Essas operações são feitas com o objetivo de igualar a quantidades de bicicletas das estações com seus respectivos números de reordenação R_i . Porém, durante o balanceamento o veículo pode não ser capaz de balancear completamente uma estação. nesse caso, o modelo considera o balanceamento da estação S_i pelo veículo de redistribuição como finalizado na ocorrência de uma das seguintes condições: (a) Quando o veículo de redistribuição estiver cheio e a quantidade de bicicletas na estação S_i for maior que o número de reordenação R_i ; (b) quando o veículo de redistribuição estiver vazio e a quantidade de bicicletas na estação S_i for menor que o número de reordenação R_i ; (c) quando o veículo foi capaz de balancear completamente a estação, que ocorre quando o número de bicicletas na estação PBS_i é igual ao número de reordenação R_i . Caso uma dessas condições ocorra, uma transição TE_{ji} dispara, movendo a ficha do veículo de redistribuição para PE_i .

• **Sub-rede do fluxo do veículo de redistribuição** (Lugares verdes). Representa a movimentação do veículo entre as estações e o centro de redistribuição. No início, o veículo está estacionado no centro de redistribuição, o que é representado pela marcação $m(PCar_C) = 1$, cuja ficha é deslocada entre os lugares da sub-rede para representar o estado do veículo do balanceamento. Para decidir quando o veículo deve sair do centro e para qual estação ele deve ir para fazer seu primeiro balanceamento, é utilizada um controle externo para escolher, através dos $Esc(TCarInd_C, PCar_C)$, qual transição $TCarInd_C$ deve disparar, começando o movimento do veículo para a estação escolhida S_i . Decorrido um intervalo de tempo definido estocasticamente, a transição temporizada $TtCar_C$ dispara, transmitido a ficha para o lugar $PCar_i$, representando que o veículo chegou a estação S_i . Quando o balanceamento da estação for finalizado, a sub-rede do controle de estações dispara a transição TE_{ki} , movendo a ficha para PE_i , representando que deve ser escolhido o próximo destino do veículo através de $Esc(TCarInd_{ij}, PE_i)$. Caso o destino escolhido seja outra estação S_j , a transição $TCarInd_{ij}$ dispara, continuando o balanceamento, e caso o destino seja o centro de redistribuição, $TCarInd_{iC}$ é

escolhido para disparar e após a passagem de um tempo estocástico, a ficha que representa o veículo volta para $PCar_C$.

4. MATRIZES DE INCIDÊNCIA DO MODELO PROPOSTO PARA UM SPCB COM N ESTAÇÕES

Com a RPEGCE definida, é possível descrever sua dinâmica através da equação $m_{k+1}(p) = m_k(p) + A\sigma(t)$, em que $A = Post - Pre$, e p e t são, respectivamente, os vetores dos lugares e das transições da rede de Petri. Para tanto, os lugares são agrupados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \underline{pb}_{S_i} &= [PIn_i \ PInhib_i \ PE_i \ PES_i \ PBS_i \ PR_i \ PWin_i \ PCar_i]^T, \\ \underline{pr}_{S_i} &= [PR_{i1} \ PR_{i2} \ \dots \ PR_{iN}]^T, \\ \underline{pcar}_{S_i} &= [PCarR_{i1} \ PCarR_{i2} \ \dots \ PCarR_{i(i-1)} \ PCarR_{iC} \\ &\quad PCarR_{i(i+1)} \ \dots \ PCarR_{iN}]^T, \\ \underline{p}_{S_i} &= [\underline{pb}_{S_i}^T \ \underline{pr}_{S_i}^T \ \underline{pcar}_{S_i}^T]^T \text{ em que } i \in \{1, 2, \dots, N\}, \\ \underline{pcar}_C &= [PCar_C \ PCarR_{C1} \ PCarR_{C2} \ \dots \ PCarR_{CN}]^T, \\ \underline{pcar} &= [PBSCar \ PESCar]^T. \end{aligned}$$

As transições são agrupadas nos vetores:

$$\begin{aligned} \underline{tb}_{S_i} &= [TOut_i \ TIn_i \ TWin_i \ TAdd_i \ TRem_i \ TE_{1i} \ TE_{2i} \ TE_{3i}]^T, \\ \underline{tr}_{S_i} &= [T_{i1} \ T_{i2} \ \dots \ T_{iN}]^T, \\ \underline{ti}_{S_i} &= [TInd_{i1} \ TInd_{i2} \ \dots \ TInd_{iN}]^T, \\ \underline{tt}_{S_i} &= [Tt_{i1} \ Tt_{i2} \ \dots \ Tt_{iN}]^T, \\ \underline{tcari}_{S_i} &= [TCarInd_{i1} \ TCarInd_{i2} \ \dots \ TCarInd_{i(i-1)} \ TCarInd_{iC} \\ &\quad TCarInd_{i(i+1)} \ \dots \ TCarInd_{iN}]^T, \\ \underline{ttcar}_{S_i} &= [TtCar_{i1} \ TtCar_{i2} \ \dots \ TtCar_{i(i-1)} \ TtCar_{iC} \\ &\quad TtCar_{i(i+1)} \ \dots \ TtCar_{iN}]^T, \\ \underline{t}_{S_i} &= [\underline{tb}_{S_i}^T \ \underline{tr}_{S_i}^T \ \underline{ti}_{S_i}^T \ \underline{tt}_{S_i}^T \ \underline{tcari}_{S_i}^T \ \underline{ttcar}_{S_i}^T]^T. \end{aligned}$$

em que $i \in \{1, 2, \dots, N\}$,

$$\begin{aligned} \underline{tcar}_C &= [TCar_{C1} \ TCar_{C2} \ \dots \ TCar_{CN}]^T, \\ \underline{ttcar}_C &= [TtCar_{C1} \ TtCar_{C2} \ \dots \ TtCar_{CN}]^T, \\ \underline{t} &= [\underline{t}_{S_1}^T \ \dots \ \underline{t}_{S_N}^T \ \underline{tcar}_C^T \ \underline{ttcar}_C^T]^T \end{aligned}$$

Com os vetores definidos, é possível descrever as matrizes Pre e $Post$ em função de blocos de matrizes:

$$Pre = \begin{bmatrix} \underline{p}_{S_1} \dots \underline{p}_{S_N} & \underline{tcar}_C & \underline{ttcar}_C \\ \underline{pcar}_C & 0 & 0 \\ \underline{pcar} & PreCC & 0 \end{bmatrix} \quad Post = \begin{bmatrix} \underline{p}_{S_1} \dots \underline{p}_{S_N} & \underline{tcar}_C & \underline{ttcar}_C \\ \underline{pcar}_C & PostS & PostCC \\ \underline{pcar} & PostCC & PostCCC \end{bmatrix}$$

A seguir, são descritos cada um dos blocos e sub-blocos pertencentes às matrizes Pre e Pos .

• **$PreS$** : Matriz diagonal por blocos de dimensões $(2N^2 + 8N) \times (5N^2 + 8N)$ que pode ser escrita como $PreS = \text{blockdiag}\{PreS_1 \ PreS_2 \ \dots \ PreS_N\}$

• **$PreS_i$** : Matriz de dimensões $(2N + 8) \times (5N + 8)$ de uma estação S_i definida como:

$$PreS_i = \begin{bmatrix} \underline{pb}_{S_i} & \underline{tr}_{S_i} & \underline{ti}_{S_i} & \underline{tt}_{S_i} & \underline{tcari}_{S_i} & \underline{ttcar}_{S_i} \\ \underline{pr}_{S_i} & \underline{PreST}_i & \underline{PreSI}_i & 0_{N \times N} & \underline{PreSCI}_i & 0_{N \times N} \\ \underline{pcar}_{S_i} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix}$$

• **$PreSB_i$** : Matriz de dimensões 8×8 de uma estação S_i definida como:

$$PreSB_i = \begin{bmatrix} TOut_i & TIn_i & TWin_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ PIn_i & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PInhib_i & 0 & N_R - C_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PE_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PBS_i & 0 & 1 & 1 & C_i - R_i + 1 & 0 & C_i - R_i + 1 & C_i - R_i \\ PR_i & 1 & 0 & 0 & 0 & R_i + 1 & R_i + 1 & R_i \\ PWin_i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PCar_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

• **$PreST_i$** : Matriz de dimensões $8 \times N$ de uma estação S_i . Nela, todas as N colunas j são definidas como:

$$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ C_i \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ se } i \neq j; [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ C_i \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ se } i = j$$

• $PreSI_i$: Matriz de dimensões $8 \times N$ de uma estação S_i . Nela, todos os elementos são nulos, exceto a sexta linha, cujos elementos são uns.

• $PreSCI_i$: Matriz de dimensões $8 \times N$ de uma estação S_i . Nela, todos os elementos são nulos, exceto a terceira linha, cujos elementos são uns.

• $PreC$: Matriz de dimensões $2 \times (5N^2 + 8N)$. Ela é dividida nos seguintes sub-blocos de colunas:

$$PreC = \begin{bmatrix} \underline{t}_{S1} & \underline{t}_{S2} & \dots & \underline{t}_{SN} \\ [PreCS_1 & PreCS_2 & \dots & PreCS_N] \end{bmatrix}$$

• $PreCS_i$: Matriz de dimensões $2 \times (5N + 8)$ de uma estação S_i . Ela é definida como:

$$PreCS_i = \begin{bmatrix} PBSCar & TOut_i & TIn_i & TWIn_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} & \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{car_{S_i}}, \underline{t}_{car_{S_i}} \\ PESCar & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & C_v & 0 & 0 & 0_{1 \times 5N}, 0_{1 \times 5N} \end{bmatrix}$$

• $PreCC$: Matriz de dimensões $(N + 1) \times (2N)$. A matriz é formada por dois sub-blocos de colunas:

$$PreCC = \begin{bmatrix} \underline{t}_{carC} & \underline{t}_{tcarC} \\ [PreCCC & PreCCT] \end{bmatrix}$$

• $PreCCC$: Matriz de dimensões $(N + 1) \times N$. Nela, todos os elementos são nulos, exceto a primeira linha, cujos elementos são uns.

• $PreCCT$: Matriz de dimensões $(N + 1) \times (N)$ de uma estação S_i . Ela é definida como:

$$PreCCT = [0_{1 \times N} I_{N \times N}]^T$$

• $PostS$: Matriz de dimensões $(2N^2 + 8N) \times (5N^2 + 8N)$ composta pela soma:

$$PostS = \text{blockdiag} \{PostS_1, PostS_2, \dots, PostS_N\} + [PostSc_1, PostSc_2, \dots, PostSc_N]$$

• $PostS_i$: Matriz de dimensões $(2N + 8) \times (5N + 8)$ de uma estação S_i definida como:

$$PostS_i = \begin{bmatrix} \underline{p}_{S_i} & \underline{t}_{b_{S_i}} & \underline{t}_{r_{S_i}} & \underline{t}_{i_{S_i}} & \underline{t}_{t_{S_i}} & \underline{t}_{car_{S_i}} & \underline{t}_{car_{S_i}} \\ \underline{p}_{r_{S_i}} & PostSB_i & PostST_i & 0_{8 \times N} & 0_{8 \times N} & 0_{8 \times N} & 0_{8 \times N} \\ \underline{p}_{car_{S_i}} & 0_{N \times 8} & 0_{N \times N} & I_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix}$$

• $PostSc_i$: Matriz de dimensões $(2N^2 + 8N) \times (5N + 8)$ de uma estação S_i . É possível dividi-la nos sub-blocos de colunas:

$$PostSc_i = \begin{bmatrix} \underline{t}_{b_{S_i}}, \underline{t}_{r_{S_i}}, \underline{t}_{i_{S_i}} & \underline{t}_{t_{S_i}} & \underline{t}_{car_{S_i}} & \underline{t}_{car_{S_i}} \\ [0_{(2N^2+8N) \times (2N+8)} & PostTT_i & 0_{(2N^2+8N) \times (N+8)} & PostTTCar_i] \end{bmatrix}$$

• $PostSB_i$: Matriz de dimensões 8×8 de uma estação S_i . Ela é definida como:

$$PostSB_i = \begin{bmatrix} PIn_i & TOut_i & TIn_i & TWIn_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} \\ PInhib_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PE_i & 0 & N_B - C_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PES_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ PBS_i & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & C_i - R_i + 1 & 0 & C_i - R_i \\ PR_i & 1 & 0 & 0 & 0 & R_i & 0 & 0 & R_i \\ PWIn_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ PCar_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• $PostST_i$: Matriz de dimensões $8 \times N$ de uma estação S_i . Nela, todas as N colunas j são definidas como:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ C_i \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ se } i \neq j; [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ C_i \ 0 \ 1 \ 0]^T \text{ se } i = j$$

• $PostSTR_i$: Matriz de dimensões $N \times N$ de uma estação S_i . Nela, todos os elementos da diagonal, exceto o elemento

da i -ésima linha e i -ésima coluna, são unitários, os outros elementos da matriz são nulos.

• $PostTT_i$: Matriz de dimensões $(2N^2 + 8N) \times N$ de uma estação S_i . É possível dividi-la entre os sub-blocos:

$$PostTT_i = [\underline{p}_{S1} \ \underline{p}_{S2} \ \dots \ \underline{p}_{SN}]^T$$

• $PostTT_{ij}$: Matriz de dimensões $(2N + 8) \times N$ das estações S_i e S_j . Nela, todos os elementos são nulos exceto o elemento da primeira linha e j -ésima coluna, cujo valor é um.

• $PostTTCar_i$: Matriz de dimensões $(2N^2 + 8N) \times N$ da estação S_i . É possível dividi-la entre os sub-blocos:

$$PostTTCar_i = [\underline{p}_{S1} \ \underline{p}_{S2} \ \dots \ \underline{p}_{SN}]^T$$

• $PostTTCar_{ij}$: Matriz de dimensões $(2N + 8) \times N$ das estações S_i e S_j . Nela, se $i = j$, todos os elementos são nulos. Caso contrário, todos os elementos são nulos exceto o da oitava linha e j -ésima coluna, cujo valor é um.

• $PostC$: Matriz de dimensões $(N + 3) \times (5N^2 + 8N)$. É possível dividi-la nos sub-blocos:

$$PostC = [\underline{t}_{S1} \ \underline{t}_{S2} \ \dots \ \underline{t}_{SN}]$$

• $PostCS_i$: Matriz de dimensões $(N + 3) \times (5N + 8)$ de uma estação S_i . Ela é definida como:

$$PostCS_i = \begin{bmatrix} \underline{p}_{CS_i} & TOut_i & TIn_i & TWIn_i & TAdd_i & TRem_i & TE_{1i} & TE_{2i} & TE_{3i} & \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{S_i}, \underline{t}_{car_{S_i}}, \underline{t}_{car_{S_i}} \\ \underline{p}_{r_{CS_i}} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 1} & 0_{(N+1) \times 4N}, 0_{(N+1) \times 4N} \\ \underline{p}_{car_{CS_i}} & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & C_v & 0 & 0 & 0_{1 \times 4N}, 0_{1 \times 4N} \end{bmatrix}$$

• $PostCTSi$: Matriz de dimensões $(N + 1) \times N$ da estação S_i . Nela, todos os elementos são nulos exceto o elemento da primeira linha e i -ésima coluna, cujo valor é um.

• $PostCC$: Matriz de dimensões $(2N^2 + 8N) \times 2N$. É possível dividi-la entre os sub-blocos:

$$PostCC = [\underline{p}_{S1} \ \underline{p}_{S2} \ \dots \ \underline{p}_{SN}]^T$$

• $PostCC_i$: Matriz de dimensões $(8 + 2N) \times 2N$ da estação S_i . Nela, todos os elementos são nulos, exceto o elemento da oitava linha e da coluna $(N + i)$, cujo valor é um.

• $PostCCC$: Matriz de dimensões $(N + 3) \times 2N$. Ela é definida como:

$$PostCCC = \begin{bmatrix} PCarC & \underline{t}_{carC} & \underline{t}_{tcarC} \\ PCarRC_1, \dots, PCarRC_N & 0_{1 \times N} & 0_{1 \times N} \\ \underline{p}_{car} & I_{N \times N} & 0_{N \times N} \end{bmatrix}$$

Com as matrizes Pre e Pre definidas, é possível calcular que o número de lugares é $n_P = 2N^2 + 9N + 3$ e o número de transições é $n_T = 5N^2 + 10N$.

5. ALGORITMOS DE BALANCEAMENTO DE SPCB

Como o modelo proposto neste trabalho permite a implementação de diferentes estratégias, neste trabalho serão apresentadas as três estratégias de balanceamento.

(i) **Estratégia simples que realiza um balanceamento cíclico:** A estratégia consiste em traçar uma rota

constante em que o veículo visita cada estação sequencialmente durante suas rondas feitas em intervalos fixos de tempo.

Nessa estratégia, quando o veículo está no centro de redistribuição, em um certo momento o agente externo decide que ele deve iniciar a ronda e se deslocar para a primeira estação. Após o veículo terminar a redistribuição em uma estação S_i , o agente externo escolhe a estação S_{i+1} como próximo destino. Finalmente, na última estação, para finalizar a redistribuição, o agente externo define que o veículo deve retornar para o centro de redistribuição.

(ii) Estratégia adaptativa baseado no algoritmo de busca por força bruta: Com o intuito de evitar que o veículo não visite estações que não precisem ser balanceadas ou que não podem trocar bicicletas com o veículo a estratégia, no momento da decisão da próxima estação que o veículo deve visitar, é avaliado qual escolha é mais benéfica para o sistema utilizado o indicador DB , que representa o total de movimentos de bicicletas que devem ser realizados para estabilizar completamente a quantidade de bicicletas em cada estação com seus respectivos números de reordenação. O indicador DB é descrito como: $DB = \sum_{i=1}^N |m(PBS_i) - R_i|$. Portanto, DB indica o quão instável o sistema está.

Para construir uma rota para diminuir essa instabilidade, o algoritmo faz uma busca para verificar as próximas duas estações que o veículo deve visitar para estabilizar o máximo possível o sistema. Ele faz isso simulando, dentro do algoritmo externo, o que aconteceria com o número de bicicletas das estações se o veículo visitasse todas as possíveis duplas de estações de destino possíveis. Com cada possibilidade simulada, é calculado o valor de DB , para, com esses resultados, escolher o trajeto que causou o menor valor de DB para ser o novo destino do veículo.

Neste trabalho, é considerado que o veículo realiza o mesmo número de viagens que o número de estações N em cada ronda. Assim, em uma ronda, seriam analisadas $PT(N) = (4N - 3)(N - 1)$ possibilidades. Note que, em cada busca realizada pelo algoritmo, é considerado somente as duas próximas estações, portanto, o número de possibilidades de cada busca é polinomial e igual a $2(N - 1)$.

(iii) Estratégia preditiva que varia os números de reordenação de acordo com a demanda: A estratégia, diferente das outras, usa informações de possíveis estados futuros do sistema para alterar diretamente a ação de balanceamento de cada estação, variando o número de reordenação R_i de cada estação de acordo com a demanda.

Em um sistema em que a demanda por bicicletas durante o dia é constante, poderia-se supor que o número ideal de bicicletas em cada estação seria metade da capacidade total dela, ou seja, para cada estação S_i , $R_i = C_i/2$.

Alguns SPCBs, porém possuem horários específicos do dia em que ocorrem picos de utilização em estações específicas, causando uma alta demanda por bicicletas nelas e a necessidade de vagas disponíveis para as estações de destino dessas estações. Pode-se concluir que o ideal para essa situação é que as quantidades de bicicletas nas estações

mencionadas sejam grandes enquanto as quantidades de bicicletas das estações de destino diminuam.

A partir dessa ideia, o algoritmo inicialmente atribui para cada R_i metade do valor de C_i . Porém, no momento de pico de uma estação S_j , esse R_j aumenta para 90% de C_j .

Além de aumentar o número de reordenação da estação S_j com o pico, deve-se reduzir os números de reordenação das suas estações de destino. Essa redução é feita utilizando os dados descritos nas funções $\Lambda_i(TInd_{jk}, PR_j)$. Assim, para cada estação S_k que não possua um pico no momento, seu novo número de reordenação R'_k é reduzido de acordo com a equação $R'_k = R_k - 40\% C_j \Lambda_i(TInd_{jk}, PR_j)$.

Como as rondas de redistribuição começam em intervalos fixos de tempo, é recomendável realizar pelo menos uma ronda com os números de reordenação modificados antes do horário de pico. Por isso, os números de reordenação são modificados de um momento antes da ocorrência do pico com o mesmo intervalo de tempo que as rondas até o horário em que o pico acontece.

6. IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE SIMULAÇÃO DO MODELO

Com o modelo do SPCB, é possível implementar um algoritmo capaz de simular o funcionamento de do SPCB e avaliá-lo. Neste artigo, será implementado o modelo e o simulador do SPCB do Integra UFRJ, localizado na Ilha do Fundão da cidade do Rio de Janeiro.

Inicialmente, através dos blocos de matrizes descritos na seção 4, o simulador compõe as matrizes *Pre* e *Post*. Em seguida, é feito um vetor $\underline{m}_{SPCB}$, com n_P elementos que representam a marcação da rede.

Quando uma das estratégias de balanceamento apresentadas altera os números de reordenação, as matrizes *Pre* e *Post* são recalculadas com os novos números.

Apesar da maioria das marcações iniciais dos lugares serem nulas, algumas começam com valores diferentes de zero. Primeiro, são adicionadas as fichas que representam as quantidades de bicicletas em cada estação. Para isso, supondo que tenha sido escolhido o valor inicial de $NbIni_i$ bicicletas para cada estação S_i , são adicionadas $NbIni_i$ fichas à marcação $m(PBS_i)$ e $C_i - NbIni_i$ à $m(PES_i)$. Além disso, devem ser adicionadas $N_B - C_i$ fichas ao lugar $PInhib_i$ de cada estação S_i . O veículo também possui os lugares $PBSCar$ e $PESCar$ que representam as quantidades de bicicletas no veículo que devem ser preenchidas de acordo com a quantidade inicial de bicicletas no veículo. O lugar $PCar_C$ deve possuir uma ficha para indicar que o veículo se encontra em sua posição inicial.

Durante a simulação, é verificado quais transições devem disparar em cada passo k da simulação. Nesse passo, é definido um vetor σ_k , de comprimento n_T , cujos elementos representam as transições do sistema e são ordenados de acordo com $\underline{t}$. Caso o elemento em uma posição j do vetor seja um, significa que a transição desse elemento deve disparar uma vez. Definir completamente σ_k , porém, não é trivial, transições especiais, cujos disparos não ocorrem apenas com suas habilitações. Assim, as transições especiais são divididas entre os grupos:

(i) **Transições temporizadas estocásticas:** Como todas as transições temporizadas da rede são estocásticas, é atribuída, para cada transição temporizada t_j , uma função $f_{dp_{t_j}}$ em $\Lambda_d(t_j)$ para sortear os tempos, em segundos, que levam para as transições dispararem após se tornarem habilitadas. Na rede proposta por este trabalho, todas as funções das transições temporizadas são distribuições uniformes, ou seja, para definir o tempo de disparo da transição, é escolhido um valor aleatório entre um tempo mínimo e máximo de forma uniforme.

A partir das funções $\Lambda_d(\cdot)$ definidas, torna-se possível criar uma lista que, dada a habilitação de uma transição temporizada, adiciona à si um elemento contendo o identificador da transição e o tempo que foi sorteado através da função. A cada passo do simulador, o valor de todos os tempos dos elementos da lista são reduzidos por um segundo. Conforme os elementos dessa lista se tornam menores ou iguais a zero, as transições relativas aos elementos disparam e o elemento é removido da lista.

(ii) **Transições imediatas que estão envolvidas em conflitos solucionados estocasticamente:** Conflitos entre transições imediatas podem ser solucionados através de um sorteio realizado utilizando probabilidades definidas para cada transição através de $\Lambda_i(\cdot)$. No modelo, os dois grupos de conflitos são resolvidos dessa forma: o conflito entre as transições $TInd_{ij}$ e o conflito entre T_{ij} .

Para realizar o sorteio de um desses conflitos entre um grupo de transições, primeiro é feita uma soma cumulativa dos valores $\Lambda_i(\cdot)$ das transições do conflito, de tal forma que resulte em um vetor ordenado. Após isso, é sorteado um número aleatório de 0 a 1, cujo valor indica que a posição do primeiro elemento que é maior do que o número aleatório representa qual das transições deve disparar.

(iii) **Transições imediatas que estão envolvidas em conflitos solucionados por meio de um controle externo:** Alguns dos conflitos entre transições imediatas da rede podem ser resolvidos através de um agente externo. Neste trabalho existem dois tipos de agentes externos: o conflito degenerado da transição $TOut_i$ e as transições $TCarInd_{ij}$, tal que $i, j \in \{1, 2, \dots, N, C\}$, em que C é o centro de redistribuição e $i \neq j$, que são resolvidos de acordo com os algoritmos apresentados na seção 5.

Durante a inicialização do primeiro agente externo, que avalia o disparo das transições $TOut_i$ de cada estação S_i , é definida a matriz Tim_u , de dimensões $N \times Ts$, que representa a chegada de um usuário na estação da linha i no tempo, em segundos, da coluna j , em que Ts é a duração de tempo total da simulação. Para realizar isso, deve-se dividir o número de pessoas que usam o sistema em números de pessoas que retiram bicicletas das estações durante os horários de pico, representado pelo vetor N_p , e números de pessoas que alugam bicicletas normalmente ao longo do dia, representado por N_u , cujos elementos representam cada estação.

Para alocar os usuários de S_i representados em N_u , é feito, para cada usuário, um sorteio uniforme de um número j aleatório de 1 até Ts . O número sorteado representa a linha i e coluna j do elemento da matriz Tim_u cujo valor é alterado para um.

O mesmo tipo de sorteio ocorre para os usuários de N_p , porém, ele é realizado com a distribuição de Poisson, em que a probabilidade de cada número k , entre o intervalo de 1 a Ts , ser escolhido é, em função da constante α , que representa os horários de pico: $\frac{\exp^{-\alpha} \alpha^k}{k!}$. Se uma estação possuir mais de um pico, $N_p(i)$ é dividido entre os picos.

Com os horários de entrada no sistema dos usuários definidos, é verificado, em cada passo k da simulação e para cada estação S_i , se $Tim_u(i, k)$ é igual a um. Caso a verificação seja positiva, o simulador tenta disparar $TOut_i$. Porém, Caso a transição não esteja habilitada, esse usuário é movido para uma fila, com um tamanho fixo e determinado, onde ele aguarda até que $TOut_i$ esteja habilitada para disparar. Se um usuário chegar na estação enquanto sua fila está cheia, é considerado que um dos usuários desistiu de esperar por uma bicicleta.

7. PARÂMETROS DE ENTRADA DO SIMULADOR

O simulador utiliza diferentes parâmetros de entrada para que seja possível implementar diferentes SPCBs. Para apresentar essas variáveis, elas descritas a seguir:

- **Ts:** Duração de tempo total da simulação, em segundos.
- **init_T:** Tempo inicial do sistema, em horas.
- **N:** Número total de estações do SPCB a ser simulado.
- **P_{Cheg}:** Matriz de dimensões $N \times (P_{Max} + 1)$ que contém os horários, em segundos, de todos os picos presentes nas estações, representadas pelas linhas da matriz.
- **N_u e N_p:** Vetores de dimensão N cujos elementos da posição i representam, respectivamente, a quantidade de usuários que alugam bicicletas ao longo do dia e usuários que alugam bicicletas durante os picos da estação S_i .
- **D_I:** Matriz de dimensões $N \times N$ em que cada elemento representa a chance do usuário que sai da estação da linha i escolher como destino a estação da coluna j .
- **D_{ReI}:** Matriz de dimensões $N \times N$ em que cada elemento representa a chance do usuário, após encontrar a estação da linha i cheia, escolher como destino a estação da coluna j .
- **C:** Vetor de tamanho N que contém a capacidade de armazenamento de bicicletas em cada estação S_i .
- **C_v:** Número que representa a capacidade de armazenamento de bicicletas do veículo de redistribuição.
- **Nb_{Ini}:** Vetor de tamanho N que contém a quantidade inicial de bicicletas em cada estação S_i .
- **Nb_{Ini_v}:** Variável que representa a quantidade inicial de bicicletas no veículo de redistribuição.
- **Tt_{Min_b} e Tt_{Max_b}:** Matrizes $N \times N$ que representam, respectivamente, os menores e os maiores tempos que levam para o usuário se locomover da estação da linha i até a estação da coluna j .
- **Tt_{Min_c} e Tt_{Max_c}:** Matrizes $N \times N$ que representam, respectivamente, os menores e os maiores tempos que levam para o veículo se mover da linha i para a coluna j , em que $i, j \in \{C, S_1, S_2, \dots, S_N\}$ e $i \neq j$.
- **Ron_{st}:** Variável que representa o tempo, em segundos, que a primeira ronda do veículo de redistribuição é realizada durante o dia.
- **Ron_{Car}:** Variável que representa o intervalo que o veículo aguarda entre as rondas.
- **Max_{Fila}:** Vetor de tamanho N que representa o número máximo de pessoas que aguardam em cada estação S_i por bicicletas, caso ela esteja vazia.

Tabela 4. Indicadores médios das 50 simulações do sistema sem balanceamento.

	casos	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
Porcentagem de tempo vazias	(i)	13,5	2,5	20,4	24,7	10,9	19,2	12,9	3,9
	(ii)	7,3	0,1	1,8	9,1	1,0	15,2	2,5	1,6
	(iii)	4,9	0,1	2,2	4,2	0,9	1,0	0,6	1,0
Porcentagem de tempo cheias	(i)	19,3	7,4	14,5	5,7	14,2	7,8	0,9	19,4
	(ii)	2,5	0,4	6,3	2,2	1,8	2,6	0,3	1,1
	(iii)	0,3	0,1	6,9	5,3	2,1	6,3	0,0	1,3
Porcentagem de usuários perdidos	(i)				11,0				
	(ii)				9,7				
	(iii)				2,3				

8. INDICADORES PARA A AVALIAÇÃO DOS DESEMPENHOS DOS SISTEMAS SIMULADOS

Para avaliar como a eficiência do SPCB varia, torna-se necessário estabelecer os indicadores:

- tE_i : Indica a porcentagem de tempo que cada estação S_i permaneceu vazia durante o funcionamento do sistema.
- tF_i : Indica a porcentagem de tempo que cada estação S_i permaneceu cheia durante o funcionamento do sistema.
- Usr_{Lost} : Indica a porcentagem de usuários que deixaram de usar o sistema por causa de estações vazias, ao encontrarem grandes filas esperando por bicicletas nas estações.

9. RESULTADOS

Nesta seção, a partir dos parâmetros do sistema do Integra UFRJ, são realizadas diversas simulações de três tipos de combinações das estratégias de balanceamento: (i) nenhuma estratégia de balanceamento; (ii) balanceamento cíclico com números de reordenação fixos; (iii) balanceamento adaptativo com números de reordenação adaptativo. A análise dos indicadores de uma simulação individual para cada estratégia não é confiável, por isso, cada estratégia foi simulada 50 vezes, resultando em 50 grupos de indicadores que resultam, através de uma média, em indicadores mais confiáveis do que indicadores obtidos por apenas uma simulação. Após todas as simulações, foram obtidos os indicadores médios da tabela 4 e o gráfico 2 das 3 primeiras simulações de cada estratégia contendo as quantidades de bicicletas nas estações e no veículo e a rota que o veículo fez.

10. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposto o modelo de RPEGCE, para descrever o funcionamento de um SPCB com um veículo. Além do modelo permitir a análise do desempenho de diferentes sistemas, ele torna possível a implementação de diferentes tipos de estratégias de balanceamento, cujo controle externo não precisa ser inserido na rede de Petri. Além disso, por estar implementado separadamente do simulador, o controle externo pode ser utilizado diretamente em sistemas reais.

Dentre as estratégias de balanceamento propostas no artigo, foi mostrado, por meio de simulação, que a estratégia (iii) foi a mais eficiente. A combinação da estratégia adaptativa com a estratégia preditiva otimizou simultaneamente o planejamento da ronda do veículo e a resposta do sistema aos picos de utilização. É importante ressaltar que o sucesso da estratégia (iii) ocorreu quando todos os horários de pico são conhecidos; caso algum horário não seja conhecido, a eficiência da estratégia (iii) seria equivalente à obtida com a estratégia (ii).

Figura 2. Quantidades de bicicletas nas estações e no veículo e a rota para a estratégia i (preto), ii (azul) e iii (vermelho)

REFERÊNCIAS

- Antunes, I., Carvalho, L.K., and Basilio, J.C. (2016). A stochastic petri net model for simulation-based performance analysis of public bicycle sharing systems. In *2016 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, 433–439.
- Benarbia, T., Labadi, K., Omari, A., and Barbot, J. (2013). Balancing dynamic bike-sharing systems: A petri nets with variable arc weights based approach. In *Control, Decision and Information Technologies (Co-DIT)*, 112–117.
- Chemla, D., Meunier, F., and Wolfler Calvo, R. (2013). Bike sharing system: solving the static rebalancing problem. *Discrete Optimization*, 10(2), 120–146.
- David, R. and Alla, H. (1994). Petri nets for modeling of dynamic systems: A survey. *Automatica*, 30(2), 175–202.
- Labadi, K., Benarbia, T., Barbot, J., Hamici, S., and Omari, A. (2014). Stochastic petri net modeling, simulation and analysis of public bicycle sharing systems. *IEEE Transactions on Automaton Science and Engineering*, PP, 1–16.
- Labadi, K., Darcherif, A.M., Hamaci, S., and Benarbia, T. (2012). *Petri Nets Models for Analysis and Control of Public Bicycle-Sharing Systems*. INTECH Open Access Publisher.
- Murata, T. (1989). Petri nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, 77(4), 541–580.
- Shu, J., Chou, M., Liu, Q., Teo, C.P., and Wang, I.L. (2010). Bicycle-sharing system: deployment, utilization and the value of re-distribution. *National University of Singapore-NUS Business School, Singapore*.
- Vogel, P., Greisera, T., and Mattfeld, D.C. (2011). Understanding bike-sharing systems using data mining: Exploring activity patterns. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 20, 514–523.
- Vogel, P. and Mattfeld, D.C. (2010). Modeling of repositioning activities in bike-sharing systems. In *12th World Conference on Transport Research (WCTR)*, Lisbon, Portugal.