Convergência e Circulação de Curvas Variantes no Tempo com um Conjunto de Quadrotores^{*}

Gabriel V. Pacheco^{*} Luciano C. A. Pimenta^{*,**}
Guilherme V. Raffo^{*,**}

^{*} Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade
Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo
Horizonte, MG, Brasil (e-mail: gabrielpacheco@ufmg.br)

^{**} Departamento de Engenharia Eletrônica - Universidade Federal de
Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte,
MG, Brasil (e-mail: lucpim@ufmg.br, raffo@ufmg.br)

Abstract: This work presents a strategy based on vector fields to guide a group of aerial robots in order to converge and circulate a closed and time-varying curve in the three-dimensional space. A set of modulation functions, that prevents collisions between robots by setting priorities, acts on controllers based on artificial vector fields, considering a decentralized architecture. In addition, it is proposed an extension of the backstepping controller with integral action for the low level control of each quadrotor. This extension, based on the Lyapunov Redesign technique, makes the system robust for bounded disturbances. Simulation results show the effectiveness of the strategy adopted.

Resumo: Este trabalho apresenta uma estratégia baseada em campos vetoriais para guiar um conjunto de robôs aéreos de forma a convergir e circular uma curva fechada e variante no tempo no espaço tridimensional. Um conjunto de funções de modulação, que evita colisões entre os robôs por meio da definição de prioridades, atua sobre controladores baseados em campos vetoriais artificiais, considerando uma arquitetura descentralizada. Além disso, propõe-se uma extensão do controlador backstepping com ação integral para o controle de baixo nível de cada veículo quadrotor. Esta extensão, baseada na técnica Lyapunov Redesign, torna o sistema robusto frente a distúrbios limitados. Resultados de simulação mostram a eficácia da estratégia adotada.

Keywords: vector fields; backstepping; aerial robots; collision avoidance; multi-robot systems.

Palavras-chaves: campos vetoriais; backstepping; robôs aéreos; evitamento de colisões; sistemas multi-robôs.

1. INTRODUÇÃO

O controle de veículos aéreos não tripulados (VANTs) tem sido extensivamente estudado nos últimos anos, visando aplicações civis e militares. Particularmente em missões de segurança, os veículos aéreos superam os veículos terrestres em vários aspectos, já que possuem maior manobrabilidade e podem trabalhar no espaço tridimensional. Algumas dessas tarefas podem ser executadas fazendo com que um ou vários robôs em cooperação convirjam e circulem uma curva variante no tempo, como no caso de patrulhamento de perímetros (Pimenta et al., 2013; Hsieh et al., 2008), seguimento de alvos móveis (Briñón-Arranz et al., 2019) e monitoramento ambiental (DeVries and Paley, 2012).

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Códigos de Financiamento 001 e 88887.136349/2017-00, e também pelas agências de fomento brasileiras CNPq and FAPEMIG.

Luciano C. A. Pimenta e Guilherme V. Raffo também são membros do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia (INCT) para Sistemas Autônomos Cooperativos.

Para obter convergência e circulação de curvas por veículos aéreos, estratégias de controle baseadas em campos vetoriais têm sido bastante utilizadas (Jung et al., 2016; Frew and Lawrence, 2017; Rezende et al., 2018; Olavo et al., 2018). Em Gonçalves et al. (2010) é proposta uma estratégia para construir campos vetoriais baseada na especificação de funções que definem curvas de forma implícita. Os autores propõem um campo vetorial composto por três termos: (i) um termo gradiente de atração para a curva; (ii) um termo tangencial, ortogonal ao primeiro, que garante a circulação sobre a curva; e (iii) um termo para compensação da variação no tempo. Como apresentado, a grande vantagem deste tipo de navegação é a possibilidade de demonstrar a estabilidade do sistema formalmente no sentido de Lyapunov, além da propriedade de robustez intrínseca associada a abordagens baseadas em campos vetoriais artificiais.

Em Pimenta et al. (2013) foi proposto um esquema descentralizado para que um grupo de robôs aéreos convirja e circule uma curva definida no espaço tridimensional invariante no tempo, baseando-se nos campos vetoriais

Figura 1. Diagrama de blocos do esquema em cascata.

propostos em Gonçalves et al. (2010). Também são consideradas funções de modulação sobre o campo vetorial que evitam a ocorrência de colisões entre robôs, as quais são baseadas na estratégia de evitamento de colisões apresentadas em Hsieh et al. (2007) para robôs se movendo no plano. Como a estratégia é descentralizada, esta permite a utilização de grupos de múltiplos robôs (enxames). No presente trabalho, estende-se a abordagem para convergência e circulação de curvas por grupos de quadrotores apresentada em Pimenta et al. (2013) considerando curvas variantes no tempo e perturbações limitadas.

No que tange aos veículos aéreos, muito se tem estudado o controle de VANTs quadrotores. No caso dos campos vetoriais propostos neste trabalho, a utilização de veículos quadrotores é oportuna, uma vez que tais veículos não possuem restrições não holonômicas de primeira ordem. Diversas estratégias têm sido utilizadas para realizar rastreamentos de trajetórias com veículos quadrotores (Lee and Kim, 2017). Em Salierno and Raffo (2017) é proposta uma estratégia de controle backstepping com ação integral, a qual garante robustez diante de distúrbios externos constantes e de incertezas paramétricas. Para tornar controladores backstepping robustos às incertezas desconhecidas porém limitadas, pode-se adicionar uma lei de controle de robustificação através do procedimento denominado Lyapunov Redesign (Khalil, 2002).

Desta forma, neste trabalho amplia-se a robustez dos controladores de baixo nível utilizados nos quadrotores para que os mesmos sejam capazes de executar os comandos fornecidos pela estratégia de campos vetoriais, através da adição de uma lei de robustificação.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste trabalho, deseja-se projetar uma estratégia para que um conjunto de robôs convirja e circule uma curva fixa ou variante no tempo, enquanto evitam colisões. Para tanto, será utilizada uma abordagem por campos vetoriais baseada em Gonçalves et al. (2010) e Pimenta et al. (2013).

Considere um conjunto Ω de N robôs esféricos ω_i , cada qual com configuração definida por $\mathbf{q}_i = [x(t) \ y(t) \ z(t)]$ em um instante de tempo t . Cada robô tem um raio r_i e um raio de alcance de visibilidade R_i , que delimita a esfera de percepção de um robô. Para definir a estratégia de coordenação, considera-se robôs do tipo integrador simples, sendo seu modelo cinemático dado por

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{u}_i. \quad (1)$$

Para obter a curva alvo para a qual o grupo de robôs deve convergir e circular, faz-se uma composição entre

duas superfícies, onde a curva de interseção dessas duas superfícies é a curva alvo. Para representar as duas superfícies, considere duas funções dadas por $\alpha_i(x, y, z, t) : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}, i \in \{1, 2\}$, as quais possuem derivadas parciais contínuas. A função α_1 depende somente de x e y e deve produzir uma curva fechada e contínua em qualquer plano paralelo ao plano xy , sendo todas as suas parametrizações mapas injetivos. Assim, qualquer curva de nível de α_1 ($\alpha_1(\mathbf{q}) = C$) com C constante é cilíndrica. Já a função α_2 é definida como

$$\alpha_2(x, y, z, t) = \sigma z - \Phi(x, y, t), \quad (2)$$

em que $\Phi(x, y, t)$ é uma função com derivadas parciais contínuas e σ é um parâmetro constante tal que $\sigma \neq 0$.

A partir das funções α_1 e α_2 é possível definir implicitamente uma curva Γ como

$$\Gamma : \{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^3 \mid \{\alpha_1(\mathbf{q}, t) = 0\} \cap \{\alpha_2(\mathbf{q}, t) = 0\}\}. \quad (3)$$

Como $\alpha_1(\mathbf{q})$ é cilíndrica e $\alpha_2(\mathbf{q})$ possui somente uma projeção no plano xy , então a curva Γ é fechada, contínua e tem projeção única sobre o plano xy .

Portanto, o problema que faz convergir e circular um conjunto de veículos quadrotores a uma curva Γ a partir de uma estrutura de controle em cascata, apresentada na Figura 1, pode ser formalizado da seguinte forma:

Definição do problema 1. Projetar uma estratégia de controle em cascata, onde a malha externa garante a coordenação do grupo de robôs a partir do projeto de uma lei de controle $\mathbf{u}_i$ capaz de fazer todos os robôs $\omega_i \in \Omega$, com dinâmica (1), convergirem e circularem uma curva Γ , garantindo que não ocorram colisões, e onde a malha interna garante o seguimento das referências de trajetórias dadas pela malha externa a partir do projeto de uma lei de controle para um veículo quadrotor, na presença de distúrbios desconhecidos porém limitados e de incertezas paramétricas no modelo da aeronave.

Note que para que não ocorram colisões é necessário garantir que

$$\|\mathbf{q}_i(t) - \mathbf{q}_j(t)\| - (r_i + r_j) > 0 \quad \forall t \geq 0 \\ \forall \omega_i, \omega_j \in \Omega, \omega_i \neq \omega_j.$$

3. ESTRATÉGIA DE COORDENAÇÃO DO GRUPO

O objetivo é fazer com que os robôs sejam guiados para a curva Γ e a circulem sem haver colisões. Para isso, a seguinte lei de controle é considerada para cada robô

$$\mathbf{u}_i = -\mu_i f_{\alpha_2}(\nabla(\alpha_1^2)) - \lambda_i f_{\alpha_1}(\nabla(\alpha_2^2)) + \rho_i \nabla \alpha_1 \times \nabla \alpha_2 + \iota_i \mathbf{P}, \quad (4)$$

em que $\nabla(\alpha_k^2)$ é o gradiente do quadrado da função α_k e μ_i, λ_i, ρ_i e ι_i são funções de modulação. Na lei de controle, os dois primeiros termos são responsáveis por provocar a atração do robô para a curva, o terceiro termo garante a circulação do robô sobre a curva e o último é um termo *feedforward* considerado em curvas variantes no tempo, que permite acompanhar a evolução da curva. A lei de controle (4) é uma composição do que foi proposto em Pimenta et al. (2013) e Gonçalves et al. (2010).

A função $f_{\alpha_k}(\mathbf{b}) : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ é definida como

$$f_{\alpha_k}(\mathbf{b}) = \begin{cases} \mathbf{b} & \text{se } [\nabla(\alpha_k^2)]^T \mathbf{b} \geq 0 \\ \pi(\mathbf{b}, \mathcal{N}([\nabla(\alpha_k^2)]^T)) & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (5)$$

em que o operador π calcula a projeção ortogonal de $\mathbf{b}$ sobre o espaço nulo de $\nabla(\alpha_k^2)^T$.

Na Equação (4), os termos $-\nabla(\alpha_1^2)$ e $-\nabla(\alpha_2^2)$ são vetores que apontam para as superfícies $\alpha_1(\mathbf{q}) = 0$ e $\alpha_2(\mathbf{q}) = 0$, respectivamente. Quando os dois vetores são competitivos, i.e., atuam no sentido de se cancelarem, a função $f_{\alpha_k}(\mathbf{b})$ (Equação (5)) remove tal componente projetando um vetor no espaço nulo do outro. Além disso, o terceiro termo, que tem a mesma direção do vetor $\nabla\alpha_1 \times \nabla\alpha_2$, é ortogonal aos dois primeiros termos e, portanto, tangente aos conjuntos de nível α_1 e α_2 , permitindo circular a curva. Como mostrado em Gonçalves et al. (2010), o vetor correspondente a parcela de *feedforward* $\mathbf{P}$ pode ser obtido a partir da operação matricial

$$\mathbf{P} = -M^{-1}\mathbf{a}. \quad (6)$$

A composição da matriz M e do vetor $\mathbf{a}$ são baseadas em M_* e $\mathbf{a}_*$, respectivamente, os quais são apresentados na definição a seguir:

Definição 1. Seja M_* a matriz em $\mathbb{R}^{2 \times 3}$ tal que a i -ésima linha é dada pelo vetor $\nabla\alpha_i^T$ para $i = 1, 2$. Além disso, seja $\mathbf{a}_*$ um vetor coluna em $\mathbb{R}^2$ tal que a i -ésima linha é dada por $\partial\alpha_i/\partial t$ para $i = 1, 2$.

Para que seja possível realizar o cômputo de $\mathbf{P}$ proposto na Equação (6), devemos completar M_* para que esta se torne uma matriz quadrada, e no mesmo passo completar $\mathbf{a}_*$. A definição a seguir descreve a composição de M e $\mathbf{a}$.

Definição 2. Seja M uma matriz $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ tal que as primeiras 2 linhas correspondem a matriz M_* e a última linha é o vetor $(\nabla\alpha_1 \times \nabla\alpha_2)^T$. Ainda, seja $\mathbf{a}$ o vetor em $\mathbb{R}^3$ tal que as 2 primeiras linhas correspondem ao vetor $\mathbf{a}_*$ e o elemento na última linha é 0.

Observando a lei de controle, as funções de modulação ρ_i, ϕ_i e λ_i são definidas conforme Pimenta et al. (2013) e a função ι_i é uma extensão das funções anteriores utilizadas para modular o termo de *feedforward*. Elas são definidas como

$$\begin{aligned} \rho_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{\Theta_i}) &: \mathbb{R}^{3(\Upsilon+1)} \mapsto [0, 1], \\ \mu_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{\Theta_i}) &: \mathbb{R}^{3(\Upsilon+1)} \mapsto [0, 1], \\ \lambda_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{\Theta_i}) &: \mathbb{R}^{3(\Upsilon+1)} \mapsto [0, 1], \\ \iota_i(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_{\Theta_i}) &: \mathbb{R}^{3(\Upsilon+1)} \mapsto [0, 1], \end{aligned}$$

em que $\mathbf{q}_{\Theta_i}$ é o conjunto de vetores que indicam as posições dos robôs no raio de percepção de ω_i e Υ é a cardinalidade

do conjunto de robôs percebidos Θ_i . O conjunto de robôs percebidos por um robô ω_i é definido por

$$\Theta_i \triangleq \{\omega_j \in \Omega \mid \{\Delta_{ij} \leq R_i\}, j \neq i\},$$

com $\Delta_{ij} \triangleq \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|$, isto é, a distância euclidiana entre os robôs ω_i e ω_j .

Algumas definições são necessárias para explicitar o cômputo das funções de modulação, as quais são dadas a seguir.

Definição 3. Para todos os robôs $\omega_i \in \Omega$ o raio aumentado $\tilde{r}$ é dado por $\tilde{r} \triangleq r_i + \tau_i$, tal que τ_i é positivo e maior do que o maior r_i dentre os robôs considerados.

Note que o raio aumentado é o mesmo para todos os robôs em Ω .

Neste trabalho é considerado um conjunto de robôs heterogêneos, os quais podem ter tamanho diferente. O raio aumentado corresponde a uma distância em torno de um robô que pode ser ocupada em uma situação de parada, de forma a possibilitar o desvio.

Definição 4. A distância de colisão δ_{ij} entre dois robôs é dada por

$$\delta_{ij} \triangleq \begin{cases} \frac{\Delta_{ij}^2 - (2\tilde{r} + \epsilon)^2}{R_i^2 - (2\tilde{r} + \epsilon)^2} & \text{se } \Delta_{ij} \geq 2\tilde{r} + \epsilon \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (7)$$

em que ϵ é uma distância positiva.

O cômputo da distância de colisão δ_{ij} é utilizado para reduzir a velocidade de um robô na medida em que se aproxima de outro, quando a distância entre os dois é maior ou igual a $2\tilde{r} + \epsilon$. Note que o escalar resultante da Equação (7) tende à unidade quando a distância entre ω_i e ω_j é próxima do limite do raio de percepção.

Definição 5. A função de parada de emergência, definida para um par de robôs, é dada por

$$\delta_{ij}^* \triangleq \begin{cases} 1 & \text{se } \Delta_{ij} > (2\tilde{r} + \epsilon) \\ \frac{\Delta_{ij}^2 - (2\tilde{r})^2}{(2\tilde{r} + \epsilon)^2 - 2\tilde{r}^2} & \text{se } 0 \leq \Delta_{ij} - 2\tilde{r} \leq \epsilon \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (8)$$

A parada de emergência ocorre quando a distância entre ω_i e ω_j é igual $2\tilde{r}$, o que indica risco de colisão iminente. Além disso, tal definição permite que um robô diminua a velocidade de acordo com um raio aumentado de segurança $2\tilde{r} + \epsilon$.

Definição 6. A prioridade tangencial Λ_{ij} entre um par de robôs é dada por

$$\Lambda_{ij} = \Lambda_{\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j} \triangleq (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)^T [\nabla\alpha_1(\mathbf{q}_i) \times \nabla\alpha_2(\mathbf{q}_i)]. \quad (9)$$

Em situações nas quais um par de robôs realiza uma parada, é necessário definir prioridades de movimento para que a situação de interbloqueio seja solucionada. Neste cenário, considerou-se que um robô é sempre capaz de se desviar pela direção tangente da curva de nível a qual este circula, sendo necessário portanto definir a prioridade de movimento tangencial.

Definição 7. Os conjuntos de prioridade em relação a cada componente do campo vetorial são dados por

$$\begin{aligned} \Xi_\mu^i &: \{\omega_j \in \Theta_i \mid |\alpha_1(\mathbf{q}_i)| > |\alpha_1(\mathbf{q}_j)|\}, \\ \Xi_\lambda^i &: \{\omega_j \in \Theta_i \mid |\alpha_2(\mathbf{q}_i)| > |\alpha_2(\mathbf{q}_j)|\}, \end{aligned}$$

$$\Xi_\rho^i : \{\omega_j \in \Theta_i | \Lambda_{ij} < \Lambda_{ji}\}.$$

Note que para cada conjunto de prioridades, existe sempre um robô com prioridade para se mover em determinada direção, a não ser por um conjunto de medida nula, de forma que não ocorram interbloqueios. Além disso, se faz necessário definir as seguintes funções

$$\xi_l^i(\Theta_i) = \begin{cases} \prod_{\omega_j \in \Xi_l^i} |\delta_{ij}| & \text{se } \Xi_l^i \neq \emptyset \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases},$$

$$\beta_l^i(\Theta_i) = \begin{cases} \prod_{\omega_j \in \Theta_i} |\delta_{ij}^*| & \text{se } \Theta_i \neq \emptyset \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases},$$

nas quais l corresponde a μ, λ , ou ρ .

Finalmente, os valores das funções de modulação podem ser calculados fazendo

$$\mu_i = \xi_\mu^i \beta_\mu^i, \quad \lambda_i = \xi_\lambda^i \beta_\lambda^i, \quad \rho_i = \xi_\rho^i, \quad \iota_i = \beta_\phi^i \beta_\lambda^i. \quad (10)$$

Note que o cômputo da distância de colisão faz com que um robô pare na presença de risco de colisão com um robô com maior prioridade. Já a função de parada de emergência faz com que os dois robôs parem de se mover em uma determinada direção caso uma distância crítica seja atingida, considerando todos os robôs no campo de visão.

Para avaliar a convergência dos robôs para a curva, utiliza-se a função $W(\mathbf{x}, t)$ dada por

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N V(\mathbf{q}_i, t), \quad (11)$$

em que $\mathbf{x} = [\mathbf{q}_1^T \dots \mathbf{q}_n^T]^T$ e $V(\mathbf{q}_i) = \alpha_1^2(\mathbf{q}_i, t) + \alpha_2^2(\mathbf{q}_i, t)$. Note que $W = 0$ indica a convergência dos robôs para a curva.

4. ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE BAIXO NÍVEL

Neste trabalho, consideramos a utilização de VANTs do tipo quadrotor, já que estes não possuem restrições não holonômicas de primeira ordem, o que possibilita maior manobrabilidade. Para submeter cada quadrotor à composição de campos vetoriais, considera-se o vetor resultante da lei de controle apresentada na Equação (4). Assim como em Pimenta et al. (2013), tal vetor é utilizado para gerar uma referência de trajetória para um quadrotor. Neste caso, a referência gerada pelo controle de alto nível é utilizada para parametrizar uma referência de trajetória a ser seguida pelo controlador de baixo nível dada por

$$\begin{aligned} \xi_r(t) &= \xi(t_0) + \mathbf{u}(t - t_0), \\ \dot{\xi}_r &= \mathbf{u}, \quad \ddot{\xi}_r = \ddot{\xi}_r = \mathbf{0}_{3,1}, \\ \psi_r &= \dot{\psi}_r = \ddot{\psi}_r = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

em que $\xi_r(t) = [x_r(t) \ y_r(t) \ z_r(t)]^T$ é o conjunto de variáveis de posição de referência, ψ_r é o ângulo de guinada de referência, $\mathbf{u}$ é o campo vetorial resultante e t_0 é o instante de tempo inicial. Devido à limitação das velocidades imprimidas pelas aeronaves, optou-se por limitar o sinal de controle proveniente dos campos potenciais, sendo este saturado na forma

$$\bar{\mathbf{u}}_i = v_{\max} \frac{\mathbf{u}_i}{\|\mathbf{u}_i\|}. \quad (13)$$

Figura 2. Modelo do veículo quadrotor.

Para que um quadrotor siga as referências de trajetória descritas na Equação (12) se utiliza um controlador backstepping integral robusto. Este controlador é baseado na abordagem backstepping integral proposta por Salierno and Raffo (2017), onde o controlador é capaz de rastrear trajetórias variantes no tempo de posição de translação e de ângulo de guinada, sem separação entre as dinâmicas de rotação e de translação, considerando matrizes de rotação.

A Figura 2 apresenta o modelo do quadrotor, em que $\mathcal{I} = \{I_1, I_2, I_3\}$ é o sistema de coordenadas inercial e $\mathcal{B} = \{B_1, B_2, B_3\}$ é o sistema de coordenadas fixado ao corpo do veículo aéreo. A posição do centro de massa do VANT no sistema de coordenadas inercial é dada por $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$. Utilizando a parametrização por ângulos de Euler, $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ representa a orientação do quadrotor no espaço Euclidiano em relação ao sistema de coordenadas $\mathcal{B}$, sendo $\mathbf{R}_{\mathcal{I}} \in SO(3)$ a matriz de rotação de $\mathcal{B}$ para $\mathcal{I}$.

O controlador considerado é baseado na formulação Newton-Euler concebida para um quadrotor (Raffo, 2011), dada por

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \mathbf{v}_{\mathcal{I}} \\ m\dot{\mathbf{v}}_{\mathcal{I}} &= -mg\mathbf{e}_3 + \mathbf{R}_{\mathcal{I}}\mathbf{e}_3T + \mathbf{b} \\ \dot{\mathbf{R}}_{\mathcal{I}} &= \mathbf{R}_{\mathcal{I}}\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}) \\ \mathbf{I}^{\mathcal{B}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathcal{B}\mathcal{I}} &= -\mathcal{B}\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}\mathcal{I}} \times \mathbf{I}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}\mathcal{I}} + \boldsymbol{\tau}_a, \end{aligned} \quad (14)$$

onde $\mathbf{v}_{\mathcal{I}}$ é a velocidade do centro de massa do VANT no sistema de coordenadas inercial $\mathcal{I}$, m é a massa total do quadrotor, $\mathbf{I}^{\mathcal{B}}$ é o tensor de inércia, $\mathbf{b}$ representa o distúrbio atuando no sistema e $\mathbf{e}_3$ é o vetor coluna $[0 \ 0 \ 1]^T$. O vetor de velocidades angulares em relação a $\mathcal{I}$, descrito em $\mathcal{B}$, é definido como $\boldsymbol{\omega} = [p \ q \ r]^T$. As entradas do sistema são o empuxo total T e $\boldsymbol{\tau}_a = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]$, que são os torques em torno dos eixos em $\mathcal{B}$. Ainda, $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega})$ é a matriz antissimétrica, como apresentado em Spong et al. (2006).

A concepção do controlador a partir da técnica backstepping permite projetar a lei de controle de maneira construtiva. Como mostrado em Salierno and Raffo (2017), um controlador backstepping integral pode ser projetado para controlar os estados x , y , z e ψ (posição e ângulo de guinada) de um quadrotor a partir de quatro entradas de controle (T , τ_ϕ , τ_θ , e τ_ψ). A inserção de etapas com ganho integral permite tornar o sistema robusto a erros de modelagem e a distúrbios constantes.

Neste trabalho, além de considerar distúrbios de natureza constante, também são considerados distúrbios desconhe-

cidos, porém de magnitude limitada. Para isso, considera-se a adição de uma lei de controle entre as etapas do projeto do controlador backstepping, capaz de estabilizar o sistema na presença de tais distúrbios.

A técnica utilizada consiste basicamente em projetar leis de controle adicionais em condições de acoplamento dinâmico, como na técnica Lyapunov Redesign (Khalil, 2002). Em suma, a construção do controlador backstepping neste trabalho segue os mesmos passos apresentados em Saliero and Raffo (2017), desta vez considerando uma lei de controle adicional. As etapas são sumarizadas a seguir:

• Primeiro Passo

No primeiro passo, deseja-se estabilizar a dinâmica do erro translacional dada por

$$\dot{\mathcal{E}}_1 = \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}_r(t). \quad (15)$$

Doravante a dependência temporal será suprimida. A partir da função candidata de Lyapunov $V_1(\xi) = \frac{1}{2}\mathcal{E}_1^T\mathcal{E}_1$ e pelo procedimento clássico do backstepping, obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_1 &= -k_1\mathcal{E}_1 + z_1, \\ z_1 &= \dot{v}_g - \ddot{\xi}_r + k_1(-k_1\mathcal{E}_1 + z_1), \end{aligned} \quad (16)$$

em que foram substituídas as equações de movimento do veículo aéreo, sendo considerada uma função de controle virtual $\phi_1(\xi) = (\dot{\xi})_d = \dot{\xi}_r - k_1\mathcal{E}_1$, com $k_1 = k_1^T > 0$ e a mudança de variável $z_1 = [\dot{\xi} - \phi_1(\xi)]$.

• Segundo Passo

Avalia-se agora o erro entre a velocidade real e a desejada $\dot{\xi} - \phi_1(\xi)$, objetivando estabilizar z_1 na origem. Nesta etapa é adicionado o termo integral $\mathcal{X}_\xi = \int_0^t z_1(\tau)d\tau$, que garante a convergência para referências constantes e variantes, além de garantir rejeição de perturbação constante. Considerando o conjunto de equações que representam a dinâmica do VANT (14) e adicionando o termo integral, o sistema (16) será dado por

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_1 &= -k_1\mathcal{E}_1 + z_1, \\ \dot{\mathcal{X}}_\xi &= z_1, \\ \dot{z}_1 &= -ge_3 + \frac{1}{m}Re_3T + \frac{b}{m} - \ddot{\xi}_r \\ &\quad + k_1(-k_1\mathcal{E}_1 + z_1). \end{aligned} \quad (17)$$

Neste passo, o termo $(Re_3T)_d = \phi_2(R, T)$ pode ser escolhido como entrada de controle virtual. Escolhendo ϕ_2 de acordo com a função de Lyapunov $V_2(\mathcal{E}_1, z_1, \mathcal{X}_\xi) = V_1 + \frac{1}{2}z_1^T z_1 + \frac{1}{2}\mathcal{X}_\xi^T k_{\mathcal{X}\xi} \mathcal{X}_\xi$, obtém-se

$$\begin{aligned} \phi_2(R, T) &= m(g e_3 + \ddot{\xi}_r - k_1(-k_1\mathcal{E}_1 + z_1) \\ &\quad - \mathcal{E}_1 - k_2 z_1 - k_{\mathcal{X}\xi} \mathcal{X}_\xi) + \gamma, \end{aligned} \quad (18)$$

com $k_2 = k_2^T > 0$, $k_{\mathcal{X}\xi} = k_{\mathcal{X}\xi}^T > 0$ e $\gamma := \gamma(z_1)$ uma lei de controle adicional para robustificar o sistema a distúrbios desconhecidos porém limitados.

Ao final da segunda etapa, obtém-se o seguinte sistema

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_1 &= -k_1\mathcal{E}_1 + z_1, \\ \dot{\mathcal{X}}_\xi &= z_1, \\ \dot{z}_1 &= -\mathcal{E}_1 - k_2 z_1 - k_{\mathcal{X}\xi} \mathcal{X}_\xi + \frac{b}{m} + \frac{\gamma}{m} + \frac{1}{m}[Re_3T - \phi_2], \end{aligned} \quad (19)$$

no qual é possível realizar a mudança de variável $z_2 = [Re_3T - \phi_2]$.

• Terceiro Passo

Nesta etapa, deseja-se fazer com que z_2 se estabilize em zero. Computando $\dot{z}_2$, obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= d \frac{Re_3T}{dt} - d \frac{\phi_2}{dt} \\ &= Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T - m\ddot{\xi}_r + mk_1\ddot{\mathcal{E}}_1 \\ &\quad + m\dot{\mathcal{E}}_1 + mk_2\dot{z}_1 + mk_{\mathcal{X}\xi}z_1 - \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (20)$$

Após isso, o termo $(Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T)_d = \phi_3(R, T, \dot{T}, w)$ é escolhido como entrada virtual. A partir da função de controle de Lyapunov $V_3(\mathcal{E}_1, z_1, \mathcal{X}_\xi, z_2) = V_2 + \frac{1}{2}z_2^T z_2$, obtém-se

$$\begin{aligned} \phi_3 &= m\ddot{\xi}_r - mk_1\ddot{\mathcal{E}}_1 - m(-k_1\mathcal{E}_1 + z_1) - mk_2\dot{z}_1 \\ &\quad - mk_{\mathcal{X}\xi}z_1 - \frac{1}{m}z_1 - k_3z_2 + \dot{\gamma}, \end{aligned} \quad (21)$$

com $k_3 = k_3^T > 0$. Assim, $\dot{z}_2$ será dado por

$$\dot{z}_2 = -\frac{1}{m}z_1 - k_3z_2 + [Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T - \phi_3], \quad (22)$$

na qual considera-se a mudança de variável $z_3 = [Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T - \phi_3]$, como feito nas etapas anteriores.

• Quarto Passo

A diferença $(Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T - \phi_3)$ deve convergir para zero para que ocorra a convergência de z_2 . A dinâmica de z_3 é dada por

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= d \frac{Re_3\dot{T} + RS(w)e_3T}{dt} - d \frac{\phi_3}{dt} \\ &= Re_3\ddot{T} - RS(e_3)\dot{\omega}T + RS(w)S(w)e_3T \\ &\quad + 2RS(w)e_3\dot{T} - m\ddot{\xi}_r + mk_1\ddot{\mathcal{E}}_1 + m\dot{\mathcal{E}}_1 \\ &\quad + mk_2\dot{z}_1 + mk_{\mathcal{X}\xi}z_1 + \frac{1}{m}z_1 + k_3z_2 - \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (23)$$

Neste caso, o termo $(Re_3\ddot{T} - RS(e_3)\dot{\omega}T)$ da Equação (23) pode ser simplificado substituindo $\dot{\omega} = [\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T$ e utilizando as propriedades das matrizes anti-simétricas (Spong et al., 2006), obtendo-se

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= R \begin{bmatrix} 0 & T & 0 \\ -T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + 2RS(w)e_3\dot{T} \\ &\quad + RS(w)S(w)e_3T - m\ddot{\xi}_r + mk_1\ddot{\mathcal{E}}_1 + m\dot{\mathcal{E}}_1 \\ &\quad + mk_2\dot{z}_1 + mk_{\mathcal{X}\xi}z_1 + \frac{1}{m}z_1 + k_3z_2 - \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (24)$$

Da Equação (24), pode-se escolher $\phi_4 = ([\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T)_d$ como entrada virtual. Considerando a função de Lyapunov

$$V_4(\mathcal{E}_1, z_1, \mathcal{X}_\xi, z_2, z_3) = V_3 + \frac{1}{2}z_3^T z_3,$$

o sistema é estabilizado fazendo

$$\begin{aligned} \phi_4 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{T} & 0 \\ \frac{1}{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} R^T (-2RS(w)e_3\dot{T} \\ &\quad - RS(w)S(w)e_3T + m\ddot{\xi}_r - mk_1\ddot{\mathcal{E}}_1 - m\dot{\mathcal{E}}_1 \\ &\quad - mk_2\dot{z}_1 - mk_{\mathcal{X}\xi}z_1 - \frac{1}{m}z_1 - k_3z_2 - z_2 \\ &\quad - k_4z_3 + \ddot{\gamma}). \end{aligned} \quad (25)$$

Note que ϕ_4 é composto de elementos que podem ser transformados em entradas do sistema real. Substituindo

a lei de controle ϕ_4 na Equação (24) é possível simplificar a dinâmica de z_3 na forma

$$\dot{z}_3 = -z_2 - k_4 z_3. \quad (26)$$

• Quinto Passo

Para seguir um ângulo de guinada de referência, considera-se $\mathcal{E}_\psi$ a diferença entre o ângulo de guinada real e o de referência. A dinâmica do erro do ângulo de guinada é dada por

$$\dot{\mathcal{E}}_\psi = \dot{\psi} - \dot{\psi}_r. \quad (27)$$

Adotando $(\dot{\psi})_d = \phi_5(\mathcal{E}_\psi)$ como entrada virtual, pode-se projetar ϕ_5 a partir da função de Lyapunov $V_5(\mathcal{E}_\psi) = \frac{1}{2}\mathcal{E}_\psi^T \mathcal{E}_\psi$, obtendo-se

$$\phi_5(\mathcal{E}_\psi) = \dot{\psi}_r - k_5 \mathcal{E}_\psi, \quad (28)$$

com $k_5 > 0$. Note que neste caso a constante k_5 possui dimensão unitária.

Somando e subtraindo a lei de controle virtual ϕ_5 na dinâmica do erro de guinada $\dot{\mathcal{E}}_\psi$, segue que

$$\dot{\mathcal{E}}_\psi = -\dot{\psi}_r + \phi_5 + [\dot{\psi} - \phi_5], \quad (29)$$

na qual é aplicada a mudança de variáveis $z_4 = [\dot{\psi} - \phi_5]$.

• Sexto Passo

Nesta etapa o objetivo é estabilizar o erro associado à derivada do erro de guinada. Também é adicionado um termo integral $\mathcal{X}_\psi = \int_0^t z_4(\tau) d\tau$, de forma a assegurar o seguimento de trajetórias de referência constantes e variantes, e rejeição de perturbação constante. Assim, o sistema pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_\psi &= -k_5 \mathcal{E}_\psi + z_4 \\ \dot{\mathcal{X}}_\psi &= z_4 \\ \dot{z}_4 &= \ddot{\psi} - \ddot{\psi}_r + k_5 \dot{\mathcal{E}}_\psi, \end{aligned} \quad (30)$$

onde o termo $(\ddot{\psi})_d = \phi_6$ é uma entrada de controle.

Projetando ϕ_6 a partir da derivada da função de Lyapunov $V_6(\mathcal{E}_\psi, \mathcal{X}_\psi, z_4) = V_5 + \frac{1}{2}z_4^T z_4 + \frac{1}{2}\mathcal{X}_\psi^T k_{\mathcal{X}_\psi} \mathcal{X}_\psi$, obtém-se

$$\phi_6 = \ddot{\psi}_r - k_5(-k_5 \mathcal{E}_\psi + z_4) - k_6 z_4 - \mathcal{E}_\psi - k_{\mathcal{X}_\psi} \mathcal{X}_\psi, \quad (31)$$

com $k_6 > 0$.

Para obter a dinâmica em malha fechada do quadrotor é necessário mapear a aceleração desejada do ângulo de guinada $\phi_6 = (\ddot{\psi})_d$ para a aceleração angular $\ddot{r}_d$. Assim, como mostrado em Salierno and Raffo (2017), assegurando que os ângulos de rolagem e de arfagem estão sempre dentro do intervalo $(-\pi/2, \pi/2)$, pode-se obter

$$\ddot{\psi} = -[0 \ 0 \ 1] \mathbf{W}_\eta^{-1} \dot{\mathbf{W}}_\eta \mathbf{W}_\eta^{-1} \boldsymbol{\omega} + \dot{q} \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} + \ddot{r} \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)}, \quad (32)$$

em que $\mathbf{W}_\eta$ é a matriz de Euler, dada por

$$\mathbf{W}_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Assumindo $\ddot{\psi} = (\ddot{\psi})_d$ e substituindo ϕ_6 , segue que

$$\begin{aligned} \ddot{r}_d = & \frac{\cos(\theta)}{\cos(\phi)} \left(\ddot{\psi}_r - k_5(-k_5 \mathcal{E}_\psi + z_4) - k_6 z_4 - \mathcal{E}_\psi, \right. \\ & - k_{\mathcal{X}_\psi} \mathcal{X}_\psi + [0 \ 0 \ 1] \mathbf{W}_\eta^{-1} \dot{\mathbf{W}}_\eta \mathbf{W}_\eta^{-1} \boldsymbol{\omega} \\ & \left. - \dot{q} \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} \right). \end{aligned} \quad (34)$$

A partir das entradas de controle projetadas, os sinais aplicados ao sistema são obtidos fazendo

$$\tau_a = I \dot{\omega}_d + \omega \times I \omega, \quad (35)$$

$$T = \int \left(\int \ddot{T}_d dt \right) dt. \quad (36)$$

Para analisar a estabilidade do sistema em malha fechada é considerada a soma de todas funções de controle de Lyapunov escolhidas durante o procedimento de backstepping:

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \mathcal{E}_1^T \mathcal{E}_1 + \frac{1}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2} \mathcal{X}_\xi^T k_{\mathcal{X}_\xi} \mathcal{X}_\xi + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \\ & + \frac{1}{2} z_3^T z_3 + \frac{1}{2} \mathcal{E}_\psi^T \mathcal{E}_\psi + \frac{1}{2} z_4^T z_4 + \frac{1}{2} \mathcal{X}_\psi^T k_{\mathcal{X}_\psi} \mathcal{X}_\psi. \end{aligned} \quad (37)$$

Derivando-se V e aplicando as leis de controle projetadas, segue que

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\mathcal{E}_1^T k_1 \mathcal{E}_1 - z_1^T k_2 z_1 - z_2^T k_3 z_2 - z_3^T k_4 z_3 \\ & - k_5 \mathcal{E}_\psi^T \mathcal{E}_\psi - k_6 z_4^T z_4 + z_1^T \left(\frac{\mathbf{b}}{m} + \frac{\boldsymbol{\gamma}}{m} \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Como $k_i > 0$, $i = 1, \dots, 6$, resta garantir a seguinte desigualdade para que o sistema seja estabilizado:

$$z_1^T \left(\frac{\mathbf{b}}{m} + \frac{\boldsymbol{\gamma}}{m} \right) \leq 0. \quad (39)$$

Considere que o distúrbio $\mathbf{b}$ é limitado e seus limites são conhecidos, isto é $|b_i| \leq \varpi$, para $i = 1, 2, 3$. O maior valor de $z_1^T \mathbf{b}$ ocorre quando z_1^T e $\mathbf{b}$ possuem os mesmos sinais e $\mathbf{b}$ tem magnitude máxima ϖ em todos os elementos. Assim, pela técnica Lyapunov Redesign, pode-se utilizar a lei de controle adicional de forma a cancelar o termo $z_1^T \mathbf{b}$ no pior caso, dada por

$$\boldsymbol{\gamma}(z_1) = -\zeta \cdot \text{sgn}(z_1), \quad (40)$$

em que $\text{sgn}(\cdot)$ é a função sinal e ζ é uma constante tal que $\zeta \geq \varpi$.

No entanto, a lei de controle adicional (40), apesar de tornar a desigualdade (39) verdadeira para todo valor de z_1 , não é contínua e pode causar o fenômeno *chattering* (Khalil, 2002). Além disso, suas derivadas não são contínuas, impossibilitando o cômputo das leis de controle virtuais que dependem das derivadas de $\boldsymbol{\gamma}(z_1)$. Portanto, faz sentido escolher a seguinte aproximação contínua da função sinal

$$\boldsymbol{\gamma}(z_1) = -\zeta \cdot \tanh(\zeta z_1), \quad (41)$$

em que ζ é uma constante positiva que permite ajustar a inclinação da função tangente hiperbólico. Note que quanto maior o valor de ζ , mais a função se aproxima da função sinal.

Como a função tangente hiperbólico é limitada entre 1 e -1, é estritamente necessário considerar $\zeta > \varpi$ para que os distúrbios sejam rejeitados, já que os valores máximo e mínimo acontecem somente quando o argumento tende a $+\infty$ ou $-\infty$, respectivamente. Desta forma, ζ deve ser escolhido de forma a cancelar a magnitude máxima do distúrbio considerando a magnitude de ζz_1 finita.

Devido a suavização na faixa central da função $\boldsymbol{\gamma}(z_1)$, nem sempre o efeito do distúrbio é completamente cancelado. Estabelece-se portanto uma zona de atração pela lei de controle adicional, sendo tal zona regulada a partir da escolha de ζ . Consequentemente, o sistema será ultimamente uniformemente limitado, pois para valores grandes de z_1 o sistema converge assintoticamente para uma região

Tabela 1. Saturação dos sinais de controle.

Entrada	Valor mínimo	Valor máximo
T	0.01N	48.0N
$\tau_{\phi a}$	-4.0N.m	+4.0N.m
$\tau_{\theta a}$	-4.0N.m	+4.0N.m
$\tau_{\psi a}$	-0.425N.m	+0.425N.m

em torno da origem na qual o sistema fica limitado. De fato, o sistema converge assintoticamente para a origem quando a desigualdade (39) é verdadeira, e fica limitado em uma zona de atração, regulada pela inclinação da função tangente hiperbólico.

5. RESULTADOS

Para atestar o funcionamento da estratégia de controle apresentada, propõe-se a realização de uma simulação com um grupo de quadrotores, os quais devem convergir e circular uma curva tridimensional variante no tempo dada por

$$\alpha_1 = a(x + \nu t)^4 - b(x + \nu t)^2 y^2 + cy^4 - 1, \quad (42)$$

$$\alpha_2 = z - d(y^2 + (x + \nu t)^2) + e, \quad (43)$$

sendo que α_1 define uma superfície cilíndrica e α_2 define um parabolóide levemente modificado. Inicialmente, as constantes são escolhidas como: $a = 0.3$, $b = 0.03$, $c = 0.3$, $d = -0.5$ e $e = -1$, com uma velocidade de 0.04 m/s no sentido positivo do eixo x , neste caso, $\nu = -0.04 \text{ m/s}$. No que se refere à estratégia de evitamento de colisão, foram considerados $r = 0.3 \text{ m}$, $\tilde{r} = 0.6 \text{ m}$, $R = 1.4 \text{ m}$ e $\epsilon = 0.1 \text{ m}$.

Para compor o sistema em cascata, os laços são executados em diferentes frequências. O laço mais externo, que corresponde ao laço de controle de alto nível, é executado na frequência de 10Hz. Já o laço mais interno, que corresponde ao laço do controlador de baixo nível, é executado na frequência de 100Hz. A dinâmica do veículo aéreo é integrada em passos de 1ms.

Para o veículo aéreo considerado em simulação, adotou-se uma velocidade máxima $v_{max} = 0.4 \text{ m/s}$. Além disso, os parâmetros do veículo quadrotor são os mesmos de Raffo (2011), com $m = 2.24 \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $l = 0.332 \text{ m/s}$, $I_{xx} = I_{yy} = 0.0363 \text{ kg.m}^2$, $I_{zz} = 0.0615 \text{ kg.m}^2$, $b = 9.5e - 6 \text{ N.s}^2$, $k_\tau = 1.7e - 7 \text{ N.m.s}^2$ e $f_{i_{max}} = 12.2 \text{ N}$, com $i = 1, 2, 3, 4$. O controlador de cada veículo aéreo foi ajustado com os seguintes valores:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \text{diag}(3, 2, 4.5), \quad \mathbf{k}_2 = \text{diag}(5, 5, 5), \\ \mathbf{k}_{\chi\xi} &= \text{diag}(25, 25, 25), \quad \mathbf{k}_3 = \text{diag}(5, 5, 5), \\ \mathbf{k}_4 &= \text{diag}(35, 35, 35), \quad k_5 = 15, \quad k_6 = 60, \\ k_{\chi\psi} &= 25, \quad \sigma = 20, \quad \zeta = 4.5, \end{aligned} \quad (44)$$

em que $\text{diag}(\cdot)$ é uma matriz diagonal povoada pelos elementos $(\cdot)$. Além disso, considerou-se uma saturação nos sinais de controle na forma apresentada na Tabela 1. Também é considerada a saturação da força de cada propulsor no modelo do veículo aéreo, entre os limitantes 0 e 12.2 N .

Na primeira simulação, apresentada nas Figuras 3a e 3d, um conjunto de 4 quadrotores é guiado pelo campo vetorial proveniente das funções apresentadas nas Equações (42) e (43), com os parâmetros já mencionados. Nesta simulação em específico, o controlador backstepping atuou sem a lei de controle adicional projetada. Já em uma segunda

Tabela 2. Atuação de distúrbios externos.

Coordenada	Forma	Tempo (s)
x	$4 \sin(2\pi t) \text{ N}$	$20 < t \leq 30$
y	$4 \sin(2\pi t) \text{ N}$	$30 < t \leq 40$
z	$4 \sin(2\pi t) \text{ N}$	$40 < t \leq 50$

simulação, apresentada nas Figuras 3b e 3e, considerou-se o mesmo campo vetorial da primeira e foi adicionada a lei de robustificação. Além disso, em todas as simulações o sistema foi perturbado com distúrbios de força variantes no tempo com magnitudes máximas de 4 N , como apresentado na Tabela 2. As simulações realizadas neste trabalho podem ser visualizadas em <https://youtu.be/kushsF-cojY>.

Note que as trajetórias executadas na Simulação 2 apresentam menos oscilações que as trajetórias executadas na Simulação 1. Além disso, as oscilações introduzidas na função de convergência devido aos distúrbios externos são reduzidas com a utilização do controlador robusto. Vale ainda observar que nas duas simulações o sistema se comporta de maneira semelhante para oscilações introduzidas no eixo z (entre 40 e 50s). De fato, o controle de altitude de um veículo quadrotor é mais facilmente realizado devido à disposição do conjunto de propulsores.

Mesmo com a adição da lei de robustificação, pode-se observar na Figura 3e que periodicamente ocorrem picos na função de convergência. De fato, tais picos são ocasionados por mudanças de direção nas trajetórias de referência e são acentuados pela parcela de perturbação.

Em um segundo momento, considera-se uma terceira simulação com um conjunto de 8 robôs, apresentada nas Figuras 3c e 3f. Para que a curva comporte o maior número de robôs, foram considerados novos parâmetros para as funções α : $a = 0.15$, $b = 0.03$, $c = 0.15$, $d = -0.3$ e $e = -1.25$. Além dos distúrbios apresentados na Tabela 2, foi incluída uma variação dos parâmetros de massa e inércia do quadrotor de +20%. Nesta simulação, optou-se por iniciar os robôs em posições próximas para verificar a eficácia da estratégia de evitamento de colisões.

Pode-se observar na Figura 3c que os robôs realizam trajetórias irregulares no início da simulação, convergindo para a curva desejada com o decorrer do tempo. A Figura 3f mostra um aumento da função de convergência nos primeiros segundos de simulação. Com efeito, a proximidade entre os robôs não permite que a maioria deles se mova, causando um afastamento da curva, já que esta se move na direção positiva do eixo x . Apesar disso, como as situações de desvio são momentâneas, o conjunto de robôs volta a convergir para a curva.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma estratégia capaz de guiar um conjunto de robôs aéreos para uma curva no espaço tridimensional variante no tempo, para a qual os robôs convergem e a circulam. Nesta mesma estratégia, é projetado um esquema para que não ocorram colisões entre os robôs a partir da aplicação de funções de modulação sobre as componentes do campo vetorial.

Além disso, a estratégia de controle backstepping com ação integral para um veículo quadrotor foi estendida para distúrbios variantes no tempo, a partir da adição de uma

Figura 3. Trajetórias e funções de convergência W nas simulações executadas.

lei de robustificação. Resultados de simulação mostram que as trajetórias executadas pelas aeronaves apresentam menores oscilações na presença de tais distúrbios. Além disso, o conjunto de robôs apresenta convergência para a curva variante no tempo em todas as simulações.

REFERÊNCIAS

- Bríñón-Arranz, L., Seuret, A., and Pascoal, A. (2019). Circular formation control for cooperative target tracking with limited information. *Journal of the Franklin Institute*, 356(4), 1771 – 1788.
- DeVries, L. and Paley, D.A. (2012). Multivehicle control in a strong flowfield with application to hurricane sampling. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(3), 794–806.
- Frew, E.W. and Lawrence, D. (2017). Tracking dynamic star curves using guidance vector fields. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 40(6), 1488–1495.
- Gonçalves, V.M., Pimenta, L.C., Maia, C.A., Dutra, B.C., and Pereira, G.A. (2010). Vector fields for robot navigation along time-varying curves in n -dimensions. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(4), 647–659.
- Hsieh, M.A., Kumar, V., and Chaimowicz, L. (2008). Decentralized controllers for shape generation with robotic swarms. *Robotica*, 26(5), 691–701.
- Hsieh, M.A., Loizou, S., and Kumar, V. (2007). Stabilization of multiple robots on stable orbits via local sensing. In *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2312–2317. IEEE.
- Jung, W., Lim, S., Lee, D., and Bang, H. (2016). Unmanned aircraft vector field path following with arrival angle control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 84(1-4), 311–325.
- Khalil, H.K. (2002). *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 3th edition.
- Lee, H. and Kim, H.J. (2017). Trajectory tracking control of multirotors from modelling to experiments: A survey. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(1), 281–292.
- Olavo, J.L.G., Thums, G.D., Jesus, T.A., de Araújo Pimenta, L.C., Torres, L.A.B., and Palhares, R.M. (2018). Robust guidance strategy for target circulation by controlled uav. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 54(3), 1415–1431. doi:10.1109/TAES.2018.2793058.
- Pimenta, L.C., Pereira, G.A., Gonçalves, M.M., Michael, N., Turpin, M., and Kumar, V. (2013). Decentralized controllers for perimeter surveillance with teams of aerial robots. *Advanced Robotics*, 27(9), 697–709.
- Raffo, G.V. (2011). *Robust control strategies for a QuadRotor helicopter: an underactuated mechanical system*. Ph.D. thesis, Universidad de Sevilla.
- Rezende, A.M., Gonçalves, V.M., Raffo, G.V., and Pimenta, L.C. (2018). Robust fixed-wing uav guidance with circulating artificial vector fields. In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 5892–5899. IEEE.
- Salierno, G.F. and Raffo, G.V. (2017). Whole-body backstepping control with integral action of a quadrotor uav. In *XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2157 – 2164. Porto Alegre - RS.
- Spong, M.W., Hutchinson, S., Vidyasagar, M., et al. (2006). *Robot modeling and control*, volume 3. Wiley New York.