ALGORITMOS GENÉTICOS E DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADOS À OTIMIZAÇÃO DE CONTROLADORES UTILIZANDO A NORMA H_2 COMO CRITÉRIO DE DESEMPENHO

ANA BEATRIZ RODRIGUES¹, CRISTIANO MARCOS AGULHARI¹

1. *Laboratório de Controle e Otimização de Sistemas, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Alberto Carazai, 1640 – Vila Seugling, Cornélio Procópio – PR, 86300-000
E-mails: anar@alunos.utfpr.edu.br, agulhari@utfpr.edu.br*

Abstract— The controller synthesis using the H_2 norm as performance criterion is usually solved either using conditions based on linear matrix inequalities or through the resolution of Riccati equations. However, conservative results may arise if other constraints, or even if non-convex design criteria, are incorporated. In this sense, this work proposes to analyze the efficiency of heuristics by the application of evolutionary algorithms in the synthesis of controllers using H_2 norm as a performance criterion. The controllers obtained by genetic and differential evolution algorithms are simulated computationally by MATLAB / Simulink® software, and also tested experimentally into a torsional system. It is also necessary to evaluate the closed-loop physical implementations of this system and to analyze if it is necessary to add different constraints to assure the implementability of the obtained controller. It is important to emphasize that the implemented algorithms can be easily adapted to any system, if the mathematical model is known.

Keywords— Genetic Algorithm. Differential Evolution Algorithm. H_2 Norm. MATLAB/Simulink. Torsional system.

Resumo— A síntese de controladores utilizando a norma H_2 como critério de desempenho é comumente solucionada a partir de condições baseadas em desigualdades matriciais lineares ou por meio da resolução de equações de Riccati. No entanto, tais abordagens podem trazer resultados conservadores caso outras restrições ou critérios de projeto não-convexos sejam incorporadas. Neste sentido, este trabalho propõe analisar a eficiência de heurísticas pela aplicação de algoritmos evolutivos na síntese de controles utilizando a norma H_2 como critério de desempenho, a fim de simplificar suas soluções. Os controladores obtidos pelos algoritmos genéticos e de evolução diferencial são simulados computacionalmente pelo software MATLAB/Simulink®, e também testados experimentalmente em um sistema torcional. Necessita-se também avaliar as implementações físicas em malha fechada deste sistema e analisar se há a necessidade de acrescentar diferentes restrições para garantir a implementabilidade do controlador obtido. É importante ressaltar que os algoritmos implementados podem ser facilmente adaptados para qualquer sistema, se seu modelo matemático for conhecido.

Palavras-chave— Algoritmo genético. Algoritmo de evolução diferencial. Norma H_2 . MATLAB/Simulink. Sistema torcional.

1 Introdução

Em processos industriais é comum o uso de plantas e sistemas de controles projetados a fim de atingir mais de uma especificação de trabalho, como por exemplo, um sistema que necessite de robustez a ruídos otimizando certos critérios de desempenho. Uma das formas de atingir tais objetivos é modelar o desempenho pela minimização de sua norma H_2 enquanto que a robustez necessária pode ser garantida por meio de sua norma H_∞ (CHUN; CHOI; KIM, 2017).

A abordagem mais utilizada para a síntese de controladores mistos H_2/H_∞ é baseada na resolução de um problema de otimização baseado em desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities (LMI)*) (BOYD et al., 1994). O maior problema desta abordagem é que as condições menos conservadoras normalmente dependem de vários parâmetros que devem ser pré-determinados. Outro problema apresentado a este tipo de resolução é que certas restrições de projeto podem ser não-convexas, o que aumenta veementemente a complexidade desta abordagem (WU et al., 2013).

O algoritmo apresentado por Gonçalves, Palhares e Takahashi (2004) possibilita uma eficiente síntese do controle misto robusto a partir de realimentação de

estados, por meio da resolução de um conjunto de LMIs. Outros trabalhos desenvolveram pesquisas sobre a resolução de LMIs para a obtenção da síntese de controladores mistos como apresentado em Boyd et al. (1994), Ghaoui e Niculescu (2000), Leibfritz (2001), Yu (2004), Sato (2010) e também em Andrade e Agulhari (2016). Nota-se que há diversas pesquisas a respeito, mas a grande maioria é centrada na resolução de LMIs, o que torna interessante pesquisar e analisar outros tipos de abordagens.

Por outro lado, há diversas aplicações industriais onde o sistema necessita de alto desempenho e sua robustez a perturbações já é tratada por outros agentes, portanto a síntese do controlador não precisa considerar este critério. Para estas aplicações, é possível analisar e otimizar apenas o critério de desempenho do sistema de controle associado a norma H_2 , tornando sua resolução mais simples e eficiente. A solução mais comum para a otimização da norma H_2 associado ao desempenho de sistemas de controle é a partir das equações algébricas de Riccati. Em Boers, Weiland e Damen (1997) é apresentado um estudo comparativo entre a solução de Riccati e uma distribuição probabilística proposta pelos autores.

As equações de Riccati podem também ser modeladas em termos de LMIs, que, por sua vez, é uma das abordagens mais utilizadas para resolver o problema

de minimização da norma H_2 . Alguns trabalhos propuseram tal resolução para a otimização de sistemas de controle como os apresentados em Farias et al. (2000), Xie e Chen (2010) e Gomez et al. (2015).

Neste contexto, a principal contribuição deste trabalho é a aplicação do algoritmo genético (AG) e do algoritmo de evolução diferencial (ED) na otimização do critério de desempenho relacionado à norma H_2 de controladores, uma vez que os autores não encontraram em literatura a aplicação do ED neste tipo de modulação de problema de controle. A comparação com o AG se faz conveniente por ser uma ferramenta heurística clássica, porém pouco utilizada na aplicação descrita, podendo assim, comprovar a eficiência de ambos algoritmos.

2 Norma H_2

Projetos de sistemas de controle são realizados a fim de que o sistema estudado apresente determinadas especificações de funcionamento e desempenho. Assim, uma das maneiras mais utilizadas para classificar o desempenho de um sistema é uma medida de energia para determinados sinais de interesse (TROFINO; COUTINHO; BARBOSA, 2005).

A norma H_2 , definida formalmente na sequência, é uma medida da energia média do sistema. Para que a norma H_2 seja utilizada como um índice de desempenho ou custo funcional do sistema em malha fechada, é introduzida uma saída artificial a ser controlada neste sistema. A resolução deste sistema em malha fechada é equivalente à substituição de suas condições iniciais por uma perturbação persistente não-correlacionada entrando em todas as direções do espaço de estados (TROFINO; COUTINHO; BARBOSA, 2005). Considere o sistema descrito por (1), também denominado de planta generalizada.

$$G(t) = \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_z u(t) + D_{zw} w(t) \end{cases} \quad (1)$$

As variáveis na Equação são: $x(t)$ as variáveis de estado; $u(t)$ as variáveis de entrada; $y(t)$ as variáveis de saída; $w(t)$ a entrada exógena; $z(t)$ a saída artificial (controlada) do sistema; A a matriz de estados; B a matriz de entrada; C a matriz de saída; B_w a matriz relacionada ao valor resultante da norma H_2 ; C_z a matriz relacionada com a velocidade de resposta dos estados do sistema; D_z a matriz relacionada com a energia de controle aplicada à entrada do sistema; D_{zw} a matriz de transmissão direta entre a entrada exógena e a saída controlada.

A norma H_2 do sistema, apresentado na Definição 1, é uma medida comumente utilizada da energia média da saída controlada resultante da entrada.

Definição 1 (Norma H_2) A norma H_2 de um sistema $G(s)$ é definida por (2).

$$\|G(s)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{traço}(G(j\omega)^T G(j\omega)) d\omega \quad (2)$$

Sendo $G(j\omega)$ a resposta em frequência da função de transferência $G(s)$.

Propriedade (Norma H_2 finita) A norma H_2 de um sistema é finita se, e somente se, o sistema G for estável e estritamente próprio, ou seja, se a matriz de estados A for Hurwitz e se $D_{zw} = 0$.

A norma H_2 do sistema também pode ser definida conforme (3) (TROFINO; COUTINHO; BARBOSA, 2005).

$$\|G(s)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} z(t)^T z(t) dt \quad (3)$$

Substituindo $z(t)$ em (3) e considerando que o sistema seja Hurwitz e que $C_z D_z = 0$, a Equação apresentada em (4) é similar à integral do desempenho obtida pelo Regulador Quadrático Linear (*Linear Quadratic Regulator* (LQR)).

$$\|G(s)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{x^T(t) C_z^T C_z x(t) + u^T(t) D_z^T D_z u(t)\} dt \quad (4)$$

Assim, minimizar a norma H_2 é equivalente a minimizar uma ponderação entre a energia dos estados e a energia do sinal de controle, sendo tais ponderações relacionadas, respectivamente, às matrizes C_z e D_z (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996). As matrizes C_z e D_z , e consequentemente a variável artificial $z(t)$, são definidas pelo usuário para determinar a ponderação de minimização dos aspectos mencionados.

Além das matrizes do sistema aumentado C_z e D_z , necessita-se determinar uma lei de controle $u(t)$ para que a norma H_2 do sistema controlado seja minimizada. Para atingir este objetivo, os parâmetros do controlador que compõem $u(t)$ são determinados pelos algoritmos heurísticos propostos.

3 Identificação do sistema

Neste trabalho, os algoritmos genético e de evolução diferencial são aplicados a fim de otimizar a norma H_2 de um sistema torcional didático disponível no Laboratório de Controle e Otimização de Sistemas (LACOS) do Centro Integrado de Pesquisa em Controle e Automação (CIPECA) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

A Planta Torcional ECP® - Modelo 205 é uma plataforma didática versátil para estudos de sistemas de controle. Esta planta é composta por três discos, os quais apresentam respectivos *encoders*, responsáveis por sua medida de posição. As unidades dos sinais de entrada e saída são dados em *counts*, que é a unidade utilizada nos conversores D/A e A/D. Mais informações podem ser encontradas em Parks (1999).

O controle deste sistema é implementado utilizando o *software* MATLAB/Simulink® como interface de controle, permitindo assim, total versatilidade para gerar e alterar o controlador do sistema, inclusive de forma *online*.

Neste trabalho, a planta será implementada apenas com o Disco 1 (inferior) com duas massas de cobre localizadas a 9 cm do centro do disco, onde cada massa possui 0,5 kg e 5 cm de diâmetro (PARKS, 1999). Assim, o modelo em espaços de estados identificado do sistema torcional é apresentado por (5).

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_c \\ \ddot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,948 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 32 \end{bmatrix} u(t) \quad (5)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 49,91 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix}$$

Com o sistema devidamente identificado, é possível realizar seu controle em malha fechada para fins de análises de estabilidade e desempenho, o qual será tratado a seguir.

4 Configurações experimentais

Os algoritmos genético e de evolução diferencial são implementados pelo *software* MATLAB® R2014b, com um notebook Intel Core i5 7th Gen, 8GB de memória, HD de 1 TB e placa de vídeo externa NVIDIA® Geforce de 2GB.

Para que os algoritmos possam ser implementados, faz-se necessário conhecer o modelo matemático da planta do sistema que será controlada, determinar a função objetivo a ser otimizada e, por fim, deve-se determinar os parâmetros de cada algoritmo.

Como o objetivo é encontrar um controlador que minimize a norma H_2 do sistema, os algoritmos AG e ED apresentam sua função objetivo conforme a Equação (6), sendo $H(s)$ a função de transferência do controlador a ser computado.

$$FO = \text{Min}_{H(s)} \{ \text{norma } H_2(G(s)) \} \quad (6)$$

O sistema torcional de estudo possui ordem dois e não há necessidade de seu controlador apresentar ordem superior (OGATA; MAYA; LEONARDI, 2010). Assim, determina-se que o controlador a ser otimizado possua ordem igual à planta do sistema, ou seja, ordem dois. O modelo genérico característico deste controlador em espaço de estados pode ser ilustrado em (7).

$$\dot{x}_c(t) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} x_c(t) + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} y(t) \quad (7)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} g & h \end{bmatrix} x_c(t) + \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} y(t)$$

Sendo: $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ os coeficientes do controlador; x_c os estados do controlador.

Algoritmos evolutivos utilizam progressão iterativa, ou seja, os indivíduos da população são desenvolvidos para atingirem uma adequação desejada a partir dos processos de mutação, cruzamento e seleção. Em Lacerda e Carvalho (1999) e Linden (2008)

pode-se encontrar detalhadamente os processos do algoritmo genético. Em Qin, Huang e Suganthan (2009) e Price, Storn e Lampinen (2006) são apresentados os métodos para o desenvolvimento do algoritmo de evolução diferencial.

Desta forma, cada indivíduo dos algoritmos representa um controlador diferente e, seus genes representam os coeficientes deste controlador. A Figura 1 ilustra a população de indivíduos apresentada nos algoritmos.

Controlador 1	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1	h_1	i_1
Controlador 2	a_2	b_2	c_2	d_2	e_2	f_2	g_2	h_2	i_2
Controlador 3	a_3	b_3	c_3	d_3	e_3	f_3	g_3	h_3	i_3
Controlador 4	a_4	b_4	c_4	d_4	e_4	f_4	g_4	h_4	i_4
⋮									
Controlador NP	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n	g_n	h_n	i_n

Figura 1. População dos algoritmos

Na Figura 1, $a_n, b_n, c_n, d_n, e_n, f_n, g_n, h_n$ e i_n são os coeficientes dos controladores, como mostrados em (7).

A saída artificial inserida ao sistema é determinada a fim de especificar como deve a ponderação desejada para otimização tanto da energia interna quanto do tempo de resposta dos estados do sistema.

Assim, três testes são abordados neste trabalho, onde o primeiro especifica um tempo rápido de resposta dos estados e com uma alta energia de controle. Já o segundo teste mantém tanto o tempo de resposta, quanto a energia interna em equilíbrio e, por fim, o terceiro teste especifica uma resposta lenta com baixa energia de controle. As ponderações relacionadas à saída artificial correspondente aos três pontos de operação estão representadas na Tabela 1.

Tabela 1. Ponderações relacionadas à saída artificial

	Operação 1	Operação 2	Operação 3
C_z	[10 10]	[1 1]	[1 1]
D_z	[1]	[1]	[10]

Para que os algoritmos AG e ED possam ser implementados, faz-se necessário conhecer seus parâmetros, os quais são apresentados nas Tabelas 2 e 3, respectivamente. Tais parâmetros foram determinados a partir de uma relação empírica probabilística.

Tabela 2. Parâmetros do algoritmo genético

Parâmetros	
Número de indivíduos	90
Porcentagem de cruzamento	0,95
Taxa de cruzamento	0,60
Porcentagem de mutação	0,30
Taxa de mutação	0,10

Tabela 3. Parâmetros do algoritmo de evolução diferencial

Parâmetros	
Número de indivíduos	27

Taxa de mutação	0,45
Taxa de cruzamento	0,6

Assim, com os parâmetros apresentados, os algoritmos AG e ED podem ser aplicados para a síntese de controladores. Posteriormente, é realizada a simulação do sistema em malha fechada no *software* MATLAB/Simulink e também fisicamente no sistema torcional a fim de validar os resultados obtidos. O Capítulo 6 apresenta os principais resultados simulados e experimentais.

5 Resultados

Por se tratar de meta-heurísticas, o AG e o ED não garantem o mínimo global, porém apresentam um resultado sub-ótimo dentro dos parâmetros apresentados. Assim, para obter o controlador otimizado, foram realizados dez ciclos do algoritmo, onde será considerado o melhor controlador para cada ponto de operação dentre os dez ciclos realizados, ou seja, o controlador que resulta na menor norma do sistema.

Tanto os controladores sintetizados pelo AG quanto os controladores sintetizados pelo ED não acionaram o atuador do sistema torcional. Notou-se também, que os polos do sistema em malha fechada nestas condições eram muito negativos o que caracteriza uma busca rápida dos estados, porém, conflitante com a baixa energia aplicada.

A solução encontrada foi a atribuição de penalidades na função objetivo dos algoritmos, a fim de ponderá-los. A Equação (8) mostra a nova função objetivo aplicada.

$$FO = \min_{H(s)} \{ \text{norma } H_2(G(s)) - \min |\lambda_i| + \max |\lambda_i| \}, \quad (8)$$

sendo: $\min |\lambda_i|$ o polo de menor módulo; $\max |\lambda_i|$ o polo de maior módulo do sistema em malha fechada.

Com a nova função objetivo devidamente apresentada ao algoritmo genético e ao algoritmo de evolução diferencial, torna-se possível implementá-los a fim de obter controladores otimizados e que sejam passíveis de realizar o controle em malha fechada do sistema físico estudado.

6.1 Algoritmo genético

Para o primeiro ponto de operação estipulado, o controlador que obteve o melhor valor de função objetivo é apresentado em (9), sendo seu valor igual a 42,9246.

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -59,4138 & 4,0125 \\ -12,7890 & -38,2653 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} 5,2727 \\ 3,0492 \end{bmatrix} y \quad (9)$$

$$u = [4,4320 \quad 7,8228] x_c + [-0,9399] y$$

A fim de validar tais controladores, aplicou-se à entrada um sinal degrau com amplitude de 1000 counts durante 5 segundos. Torna-se interessante também, analisar a energia de controle deste sistema, já que este é um dos parâmetros de otimização.

Assim, o sinal de saída deste sistema à referência degrau, bem como o sinal de sua energia e controle em malha fechada é apresentado pela Figura 2.

Figura 2. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 1 AG

Nota-se um erro de 7,3% de seu valor em regime, porém, com resultados ainda satisfatórios.

Já para o segundo ponto de operação, a menor função objetivo é igual a 8,6465, sendo seu controlador correspondente expresso por (10).

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -19,0485 & 2,3525 \\ -13,2716 & -51,4745 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} 6,9437 \\ 0,9005 \end{bmatrix} y \quad (10)$$

$$u = [4,6738 \quad 12,6241] x_c + [-1,1194] y$$

A resposta de sua saída à entrada degrau já estipulada é apresenta na Figura 3 juntamente com a energia do sistema em malha fechada.

Figura 3. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 2 AG

Pode-se aferir que o controlador foi eficiente e apresentou erro em regime ainda menor do que o controlador apresentado no ponto de operação anterior, sendo em torno de 2,5% de seu valor em regime.

Por fim, o terceiro e último ponto de operação apresenta o controlador mais otimizado conforme (11), cuja função objetivo é igual a 27,9722.

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -28,3142 & -4,5028 \\ -5,8870 & -38,3134 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} -2,2705 \\ -6,6171 \end{bmatrix} y \quad (11)$$

$$u = [-6,8776 \quad -0,0790] x_c + [-0,4613] y$$

A resposta em malha fechada ao se aplicar este controlador é apresentada na Figura 4.

Figura 4. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 3 AG

Tal controlador apresenta erro em regime maior, sendo aproximadamente 5,4% de seu valor. A seguir são apresentados os controladores e suas respostas obtidas pelo algoritmo de evolução diferencial.

6.1 Algoritmo de evolução diferencial

Para o primeiro ponto de operação estipulado, o controlador que obteve o melhor valor de função objetivo é apresentado em (12), sendo seu valor igual a 39,1924.

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -34,7649 & -0,3702 \\ -73,2970 & -11,9914 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} -1,4291 \\ -0,2840 \end{bmatrix} y \quad (12)$$

$$u = [-6,5510 \quad -0,1389] x_c + [-0,3501] y$$

Assim, o sinal de saída deste sistema e sua energia e controle em malha fechada é apresentado pela Figura 5.

Figura 5. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 1 ED

Nota-se apenas um erro de aproximadamente 7,4% de seu valor em regime, porém, com resultados ainda satisfatórios, pois a referência foi seguida.

Já para o segundo ponto de operação, a menor função objetivo é igual a 5,1162, sendo seu controlador correspondente expresso por (13).

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -30,2376 & 7,9814 \\ -34,2891 & -39,2987 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} -1,0005 \\ 3,8490 \end{bmatrix} y \quad (13)$$

$$u = [5,4532 \quad 3,1185] x_c + [-0,3906] y$$

A resposta de sua saída à entrada degrau já estipulada é apresentada na Figura 6 juntamente com a energia do sistema em malha fechada.

Figura 6. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 2 ED

Pode-se aferir que o controlador foi eficiente e apresentou erro em regime ainda menor do que o controlador apresentado no ponto de operação anterior, sendo em torno de 8,2% de seu valor em regime.

Por fim, o terceiro e último ponto de operação apresenta o controlador mais otimizado conforme (14), cuja função objetivo é igual a 25,6131.

$$\dot{x}_c = \begin{bmatrix} -18,5071 & -27,6530 \\ 12,5730 & -29,4228 \end{bmatrix} x_c + \begin{bmatrix} 0,8634 \\ 2,1820 \end{bmatrix} y \quad (14)$$

$$u = [-2,2125 \quad 0,3104] x_c + [-0,1884] y$$

A resposta em malha fechada ao se aplicar este controlador é apresentada na Figura 7.

Figura 7. Resposta ao degrau e energia de controle – Operação 3 ED

Conforme a Figura 7, tal controlador apresenta erro em regime maior do que os controladores apresentados nos pontos de operação anteriores, sendo aproximadamente 12,5% de seu valor.

6 Conclusão

Este trabalho propôs a utilização de dois métodos de otimização aplicados a sistemas de controle, sendo eles o algoritmo genético e o algoritmo de evolução diferencial. Ambos algoritmos objetivaram o cálculo

de controladores que resultassem na minimização da norma H_2 de sistemas de controle.

Apesar das penalidades inseridas na função objetivo, os algoritmos genéticos e de evolução diferencial se mostram eficientes alternativas às soluções algébricas como LMIs e de Riccati, pois as alterações necessárias foram realizadas de forma simples. Se a mesma restrição fosse aplicada às soluções por LMIs ou Riccati, diversas equações algébricas deveriam ser refeitas, o que aumentaria a complexidade de sua solução, possivelmente gerando técnicas conservadoras.

Alguns pontos de operação foram analisados para diferentes configurações relacionando a resposta dos estados e a energia de controle. Com os resultados obtidos, notou-se que ao considerar a mesma ponderação obteve-se o menor valor da função objetivo e também respostas com menor erro em regime. Assim, torna-se interessante aplicar as matrizes C_z e D_z de forma igualitária na otimização de controladores a partir de algoritmos evolutivos, conforme o disposto no ponto de operação descrito.

O tempo de convergência entre ambos algoritmos são muito discrepantes, sendo que o algoritmo genético leva em média 18,7 minutos para sua convergência, enquanto o algoritmo de evolução diferencial demora em média 6,2 minutos.

O algoritmo de evolução diferencial também apresenta menores valores médios de sua função objetivo, em comparação com o algoritmo genético, o que o caracteriza como uma melhor ferramenta de otimização.

Portanto, pode-se concluir que os algoritmos genéticos e de evolução diferencial são eficientes ferramentas aplicadas na otimização de controladores, apesar das restrições necessárias. Cabe ao usuário conhecer as aplicações do sistema, a fim de definir qual dos dois algoritmos deve ser utilizado.

Referências Bibliográficas

- Andrade, L. H. S. de, Agulhari, C. M. (2016). Robust mixed H_2/H_∞ control of an nonlinear multivariable system. 12th IEEE/IAS International Conference on Industry Application, Curitiba – Brasil.
- Boers, Y., Weiland, S., Damen, A. A. H. (1997). Optimal expected H_2 performance controllers. European Control Conference, Brussels – Belgium.
- Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E., Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. Society for industrial and applied mathematics, Philadelphia.
- Chun, S., Choi, G., Kim, T. (2017). Design of mixed static/dynamic output feedback controller using multi-objective distribute particle swarm optimization. 11th Asian Control Conference, Gold Coast Convention Centre – Australia.
- Das, S., Sugaratnam, P. N. (2011). Differential evolution: a survey of the state-of-the-art. IEEE transactions on evolutionary computation, vol. 15, n. 1, pp. 4-31.
- Farias, D. P. de, Geromel, J. C., Val, J. B. R. do, Costa, O. L. V. (2000). Output feedback control of Markov jump linear systems in continuous-time. IEEE transactions on Automatic Control, vol. 45, pp. 944-949.
- Ghaoui, L. E., Niculescu, S.-L. (2000). Advances in linear matrix inequality methods in control. Society for industrial and applied mathematics, Philadelphia.
- Gomez, M. A., Egorov, A. V., Mondié, S., Michiels, W. (2015). Optimization of the H_2 norm for single delay systems, with application to control design and model approximation. Journal of LATEX class files, vol. 14, n. 8, pp. 1-8.
- Gonçalves, E. N., Palhares, R. M., Takahashi, R. H. C. (2004). Multi-objective optimization applied to robust H_2/H_∞ state-feedback control synthesis. American Control Conference, Boston – EUA.
- Kao, Y., Zahara, E. (2007). A hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for multimodal functions. Applied Soft Computing, vol. 8, pp. 849-857.
- Lacerda, E. G. M. de, Carvalho, A. C. P. F. L. de. (1999). Introdução aos algoritmos genéticos. Editora da Universidade da UFRGS – ABRH, Porto Alegre – Brasil.
- Leibfritz, F. (2001). An LMI-based algorithm for designing suboptimal static H_2/H_∞ output feedback controllers. SIAM J. Control Optim, vol. 39, no. 6, pp. 1711-1735.
- Linden, R. Algoritmos genéticos. (2008). 1 ed. Ei Edições Inteligentes, São Paulo – Brasil.
- Ogata, K., Maya, P. A., Leonardi, F. (2010). Engenharia de controle moderno. 3 ed. Prentice Hall.
- Parks, T. R. (1999). Manual for Model 205/205a: Torcional control system. Educational Control Products. Bell Canyon.
- Price, K., Storn, R. M., Lampinen, J. A. (2006). Differential evolution: a practical approach to global optimization. Springer Science & Business Media.
- Qin, A. K., Huang, V. L., Sugantham, P. N. (2009). Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization. IEEE transactions on evolutionary computation, vol. 13, n. 2, pp. 398-417.
- Sato, M., Ebihara, Y., Peaucelle, D. (2010). Gain-scheduled state-feedback controllers using inexactly measured scheduling parameter: H_2 and H_∞ problems. American Control Conference, Baltimore, EUA.
- Trofino, A., Coutinho, D. F., Barbosa, K. A. (2005). Improved H_2 and H_∞ conditions for robust analysis and control synthesis of linear systems. Revista Controle e Automação, vol. 16, n. 4, pp. 427-434.
- Wu, L., Wang, Y., Shou, S., Yuan, X. (2013). Design of mixed H_2/H_∞ optimal control systems using multi-objective differential evolution algorithm. J Control Theory Appl, vol. 11, n. 3, pp. 521-528.
- Xie, W., Cheng, Y. (2010). Simultaneous H_2 design of structural and controller parameters with state-feedback. 8th World Congress on Intelligent Control and Automation, Jian – China.
- Yu, J.-T. (2004). A new static output feedback approach to the suboptimal mixed H_2/H_∞ problem. International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 14, pp. 1023-1034.
- Zhou, K., Doyle, J. C., Glover, K. (1996). Robust and optimal control. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.