

Abordagens para resolver o problema integrado de dimensionamento de lotes e *scheduling* em máquinas paralelas

Candidata: Desiree M. Carvalho

Orientadora: Mariá C. V. Nascimento

Instituto de Ciência e Tecnologia - Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
Nível: Doutorado, fevereiro de 2019

RESUMO

Neste estudo abordam-se um problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento (PIDLS) em máquinas paralelas distintas com limitação de capacidade, sujeitas a custos e tempos de *setup* não triangulares (NT) dependentes do sequenciamento e com *setup carry-over*, e duas variantes: (i) desacoplada do problema de sequenciamento e (ii) com custos e tempos de *setup* triangulares. O objetivo do PIDLS estudado, chamado aqui de PIDLS-NT em máquinas paralelas, é determinar um planejamento de produção e sequenciamento de tarefas que atenda as demandas dos períodos sem atraso, de modo que os custos totais envolvidos sejam minimizados. Sendo assim, o objetivo da tese se fia no desenvolvimento de métodos eficientes para o PIDLS-NT em máquinas paralelas e variantes. Dentre as contribuições têm-se uma matheurística para resolver o problema desacoplado do problema de sequenciamento, uma análise de formulações para o PIDLS-NT e métodos de solução eficientes para resolver o PIDLS/PIDLS-NT em máquinas paralelas.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento de lotes, Sequenciamento, Máquinas paralelas.

Tópicos: (OC) Otimização Combinatória, (PM) Programação Matemática.

ABSTRACT

This study approaches the integrated lot sizing and scheduling problem (ILSSP) on non-identical parallel machines with sequence-dependent non-triangular (NT) setup costs and times, setup carry-over and capacity limitation, and two variants: (i) without the scheduling problem, and (ii) with triangular setup costs and times. The aim of the studied ILSSP, called here ILSSP-NT on parallel machines, is to determine a production planning and tasks sequencing which meet the period demands without delay, in such a way that the total costs involved in the problem are minimized. In this sense the aim of this study is the development of efficient solution methods to the ILSSP-NT on parallel machines and its variants. Among the contributions there are a math-heuristic to solve the lot sizing problem, an analysis of the formulations designed to the ILSSP-NT, and efficient solution methods to solve the ILSSP and the ILSSP-NT on parallel machines.

KEYWORDS. Lot sizing, Scheduling, Parallel machines.

Paper topics: (CO) Combinatorial Optimization, (MP) Mathematical Programming

1. Introdução

Para definir o planejamento de produção de diversos cenários reais precisa-se decidir a respeito da quantidade de lotes que deve ser produzida (dimensionamento de lotes) como também o planejamento e sequenciamento das tarefas realizadas para a produção dos mesmos (sequenciamento). Um plano de produção pode ser definido considerando o dimensionamento de lotes e o sequenciamento separadamente, em que se resolve primeiro o problema de dimensionamento de lotes (PDL) para depois decidir a respeito do sequenciamento das tarefas [Drexel e Kimms, 1997]. Essa abordagem pode ser utilizada para problemas em que os custos e quantidade de tempo para preparar uma máquina não dependem do sequenciamento das tarefas realizadas durante a produção. Porém, quando os custos e/ou tempos para preparar uma máquina são dependentes do sequenciamento das tarefas, os resultados do sequenciamento também afetam o dimensionamento de lotes, por exemplo, em termos de utilização de capacidade que pode violar o limite imposto. Portanto, não é possível garantir que a solução ótima do problema seja encontrada se o dimensionamento de lotes e o sequenciamento forem abordados de forma hierárquica ou separados.

Uma maneira de fornecer uma solução para o problema com custos e tempos de *setup* dependentes do sequenciamento consiste em integrar o planejamento de produção considerando o dimensionamento de lotes e o sequenciamento de forma sincronizada (integrada) [Guimarães et al., 2014]. Essa não é uma tarefa trivial, devido à complexidade computacional do problema, mas pode ser explorada por meio do estudo do problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento (PIDLS). Um PIDLS clássico tem como objetivo definir um plano de produção que minimize o custo total referente ao processo de produção em um horizonte de planejamento finito. O PIDLS é uma extensão do problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade (PDL) com um único item e custos de *setup*. Portanto, o PIDLS é $\mathcal{NP}$ -difícil [Florian et al., 1980]. Além disso, de acordo com Maes et al. [1991] o problema de factibilidade do PIDLS é $\mathcal{NP}$ -completo quando tempos de *setup* são considerados. Diversas revisões sobre o problema integrado podem ser encontradas na literatura [Quadt e Kuhn, 2008; Clark et al., 2011; Copil et al., 2017].

Métodos heurísticos encontram soluções de forma satisfatória para variantes do PIDLS [Copil et al., 2017]. Além disso, os avanços do poder computacional possibilitaram a incorporação de características nos modelos do PIDLS aproximando ainda mais as formulações matemáticas de cenários reais. Tendo esses fatos em mente que, na tese desenvolvida, é proposto o estudo de abordagens para encontrar soluções de boa qualidade para um problema relevante e que, até onde se sabe, foi abordado apenas em [Meyr, 2002], o PIDLS em máquinas paralelas com custos e tempos de *setup* não triangulares¹ dependentes do sequenciamento e com *setup carry-over*, denotado aqui por PIDLS-NT em máquinas paralelas. O PIDLS-NT em máquinas paralelas pode ser encontrado no setor industrial, por exemplo, em algumas indústrias do setor alimentício [Toso et al., 2009; Claassen et al., 2016].

Na literatura revisada, o PIDLS-NT em máquinas paralelas alvo de estudo da tese foi explorado apenas por Meyr [2002]. Por outro lado, muitos problemas relacionados ao PIDLS-NT em máquinas paralelas foram investigados em [Toso et al., 2009; Meyr, 2002; James e Almada-Lobo, 2011; Guimarães et al., 2013, 2014; Claassen et al., 2016]. O PIDLS em máquinas paralelas com *setup* triangular foi um pouco mais explorado e abordagens que se destacaram na literatura utilizam heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* para encontrar soluções para o problema [Kang

¹ Produzir um item j imediatamente após um item i pode não ser a melhor opção ambiental, uma vez que a produção de um item l que absorve contaminação como intermediário de i e j poderia reduzir os custos e tempos de operações de limpeza. Em outras palavras, considerando s_{ij} o custo/tempo necessário para interromper a produção do item i e começar a produzir o item j a desigualdade triangular $s_{il} + s_{lj} \geq s_{ij}$ não é satisfeita e l é dito um item de atalho.

et al., 1999; Meyr, 2002; James e Almada-Lobo, 2011].

Tendo em mente as considerações apresentadas por Guimarães et al. [2014] para o estudo do PIDLSP-NT em máquinas paralelas e a contínua ascensão do setor industrial com esse cenário que, na tese, é proposto o estudo de modelagens e métodos de solução eficientes para encontrar soluções para o PIDLSP-NT em máquinas paralelas. Para a análise dos modelos foram consideradas as formulações presentes nos trabalhos de Jans e Degraeve [2004] e Guimarães et al. [2014]. Devido aos bons resultados encontrados com as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* para o PIDLS em máquinas paralelas com *setup* triangular em James e Almada-Lobo [2011] e com as heurísticas *path-relinking* e *kernel search* para encontrar soluções para problemas semelhantes ao PIDLS-NT em máquinas paralelas em [Carvalho e Nascimento, 2016, 2018], que propõem-se três métodos de solução com a combinação dessas quatro heurísticas para encontrar soluções factíveis para o PIDLS-NT em máquinas paralelas.

Vale destacar que o estudo apresentado em [Carvalho e Nascimento, 2018] para o PDLC em múltiplas plantas é fruto do projeto de doutorado, porém, como o foco da tese são problemas em máquinas paralelas, ele é apresentado na tese para abordar o PDLC em máquinas paralelas com *setup carry-over* (PDLCMP-SC). O estudo do PDLCMP-SC resultou em importantes contribuições para abordar o problema em questão como também para desenvolver eficientes métodos de solução para o PIDLS-NT em máquinas paralelas.

Este documento está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é apresentada a metodologia seguida para o desenvolvimento do projeto. Na Seção 3 são apresentados os resultados obtidos com todos os métodos propostos na tese. Por fim, na Seção 4 são apresentadas as considerações finais e as publicações relacionadas à tese.

2. Metodologia

O objetivo geral da tese desenvolvida foi identificar uma boa formulação para o PIDLS-NT em máquinas paralelas e definir métodos eficientes, capazes de gerar soluções de boa qualidade em tempo computacional aceitável. Dessa forma, o PIDLS-NT em máquinas paralelas estudado visa determinar, para cada máquina, em qual período, em que ordem, e quanto produzir de cada item, de modo a minimizar os custos de *setup*, produção e estoque, respeitando os recursos disponíveis e atendendo as demandas previamente definidas para cada período e item.

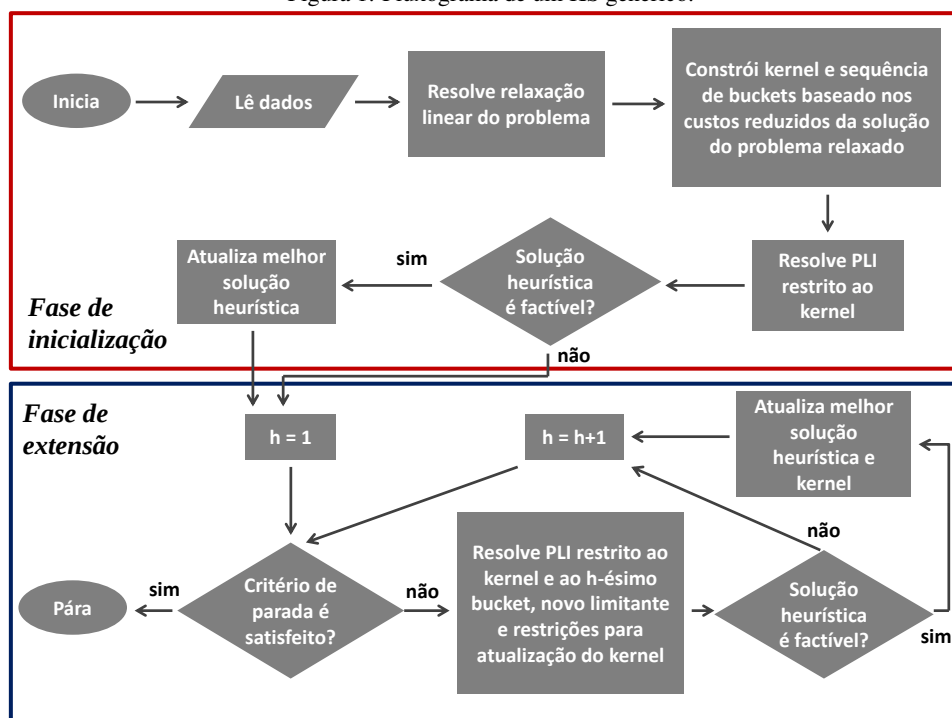
Para explorar possíveis estratégias de métodos de solução, em um primeiro momento, estudou-se o PDLC em máquinas paralelas com SC (PDLCMP-SC), sem considerar as decisões de sequenciamento de tarefas. Motivada pelos avanços das ferramentas computacionais como, por exemplo, o *solver* CPLEX v. 12.7.1 para resolver problemas de otimização combinatória e o potencial da heurística *Kernel Search* (KS) [Angelelli et al., 2007] que, para resolver o PDLCMP-SC, propõe-se um método de solução, chamado de LDKS, resultado da hibridização de uma heurística Lagrangiana com duas variações da heurística *Kernel Search*. Experimentos computacionais apresentam excelentes resultados do método LDKS para encontrar soluções para o PDLCMP-SC, portanto, o mesmo serviu de inspiração para o desenvolvimento de um método de solução eficiente para o PIDLS-NT em máquinas paralelas.

A estrutura padrão de um KS consiste de duas fases conhecidas como fases de Inicialização e de Extensão. Na fase de Inicialização, Angelelli et al. [2010] sugerem a utilização dos custos reduzidos da solução linear dentre as diversas maneiras para enumerar os *buckets*, assim como para definir o *kernel*. Como consequência, na minimização do problema, as variáveis com os menores custos reduzidos têm maior prioridade para fazer parte do *kernel* e, portanto, pertencem ao primeiro *bucket/kernel*. As variáveis que não estão presentes no *kernel* em uma dada iteração são fixadas com o valor zero. Consequentemente, essas variáveis serão inseridas em algum *bucket* após a decisão

de suas posições na lista. Além disso, o número de *buckets* (nb) deve ser definido de acordo com a instância. Ainda na fase de Inicialização, o problema linear inteiro (PLI) é resolvido restrito às variáveis que se encontram no *kernel*.

Na fase de Extensão, o aumento do *kernel* ocorre iterativamente. Portanto, na iteração v dessa fase, procura-se uma solução para o problema reduzido no qual todas as variáveis são fixadas em 0, com exceção daquelas pertencentes ao *kernel* e ao v -ésimo *bucket* na sequência de *buckets*. Se a solução encontrada for melhor que a melhor solução corrente, o *kernel* é aumentado incluindo apenas as variáveis não nulas da solução e que são do v -ésimo *bucket* analisado. Caso contrário, o *kernel* permanece o mesmo e o processo se repete até que todos os *buckets* sejam considerados. Um fluxograma com essas duas fases pode ser visto na Figura 1.

Figura 1: Fluxograma de um KS genérico.



Todas as heurísticas KS propostas neste documento são baseadas na metodologia do KS apresentado no fluxograma da Figura 1.

Tendo em vista a revisão bibliográfica realizada sobre o PIDLS, para definir a melhor modelagem integrada para o PIDLS-NT em máquinas paralelas, um estudo comparando as principais formulações apresentadas em [Guimarães et al., 2014] e [Jans e Degraeve, 2004] foi conduzido adaptando-se as formulações para o PIDLS-NT em máquinas paralelas. Por consequência desse estudo, a formulação matemática do problema alvo deste estudo baseia-se em na reformulação do modelo proposto em [Guimarães et al., 2014], com sequenciamento baseado em fluxo de mercadorias, para o problema de localização de facilidades [Bilde e Krarup, 1977]. Para chegar a essa conclusão, realizaram-se experimentos com formulações encontradas na literatura para o PIDLS apresentadas em [Guimarães et al., 2014], o modelo proposto por Guimarães et al. [2014] e o *solver* CPLEX v. 12.7.1. As instâncias utilizadas nos experimentos foram geradas por James e Almada-Lobo [2011] e adaptadas para o PIDLS-NT em máquinas paralelas como sugerido em Guimarães

et al. [2013].

Os resultados apresentados por James e Almada-Lobo [2011] indicam que um bom desempenho do método de solução para encontrar soluções para um PIDLS está diretamente relacionado com a busca local a ele associado. Portanto, na tese, são apresentados três métodos de solução com as seguintes heurísticas *relax-and-fix*, *fix-and-optimize*, *path-relinking* e *kernel search*. A escolha pelas heurísticas *path-relinking* e *kernel search* está relacionada aos excelentes resultados obtidos quando utilizadas para encontrar soluções para o problema de dimensionamento de lotes com múltiplas plantas [Carvalho e Nascimento, 2016, 2018].

O primeiro método proposto para o PIDLS-NT em máquinas paralelas consiste nas heurísticas *relax-and-fix* (RF) e *fix-and-optimize* (FO), denotadas aqui por RFO. O RFO começa realizando a heurística RF que resolve, iterativamente, a relaxação de um problema inteiro misto (PIM) fixando as variáveis inteiras até o momento em que a solução encontrada para o mesmo é também uma solução factível para o problema abordado ou o PIM é infactível. Com base nos valores da solução relaxada, novos problemas inteiros mistos (PIMs) são criados restringindo, iterativamente, o domínio do conjunto das variáveis de estado de máquina que é particionado em uma sequência ordenada de conjuntos disjuntos. Em [James e Almada-Lobo, 2011], os autores consideram o particionamento das variáveis baseado no período o mais apropriado para abordar o PIDLS devido à estrutura do PIM original usado por eles na heurística RF e, portanto, foi a estratégia utilizada no método RF proposto na tese. Parte das variáveis otimizadas² no PIM a ser resolvido em uma iteração v é re-otimizada na iteração $v + 1$ uma vez que o domínio dessas mesmas variáveis permanece inteiro no PIM correspondente. Para tal, considera-se λ a quantidade de períodos em que o domínio das variáveis deve ser inteiro. Uma sequência de intervalos de períodos $[t'_v, t''_v]$ é criada de tal forma que intervalos sucessivos compartilhem $\gamma < \lambda$ períodos. Em outras palavras, variáveis relacionadas a γ períodos serão re-otimizadas, ou seja, terão seu domínio considerado inteiro novamente no PIM da iteração posterior, enquanto as variáveis nos períodos menores que t'_v e maiores que t''_v são fixadas no valor da última solução encontrada e têm seus domínios relaxados, respectivamente.

Se uma solução factível é encontrada pela heurística RF então inicia-se a heurística FO que resolve sucessivos problemas com parte das variáveis de estado de máquina fixada com o valor da melhor solução encontrada até o momento e outra parte com seu domínio inteiro. Assim como na heurística RF, os o domínio das variáveis é definido por meio de intervalos de períodos.

O segundo método é a estratégia RFO hibridizada com a heurística *path-relinking*, chamada aqui de RFO-PR. Para tal, mantém-se um conjunto elite de soluções com as melhores soluções encontradas pelas heurísticas RF e FO. A melhor solução encontrada pela heurística FO é utilizada como solução inicial, enquanto a solução encontrada pela RF é a solução guia. Dadas as duas soluções, a heurística PR tenta encontrar uma nova solução factível resolvendo o PIDLS em que as variáveis de estado de máquina que assumem o mesmo valor nas duas soluções do conjunto elite são fixadas nesse valor e o restante é definida como variável binária.

Por fim, o terceiro método hibridiza a estratégia RFO com a heurística *kernel search* (KS), denotado aqui por RFO-KS. Após encontrar uma solução factível por meio da estratégia RFO, a heurística KS particiona o conjunto de variáveis de estado de máquina em um conjunto chamado *kernel*, com as variáveis que espera-se que tenham valor diferente de 0 na solução ótima do problema, e uma sequência de conjuntos, chamados *buckets*, com o restante das variáveis. Para decidir se uma variável vai ou para o *kernel* leva-se em consideração a melhor solução encontrada pela RFO e os valores dos custos reduzidos associados ao problema original com suas restrições de integridade relaxadas. Com base nesses conjuntos, diversos problemas são resolvidos considerando como

²Variáveis cujo domínio é inteiro em um dado PIM.

binárias as variáveis pertencentes ao *kernel* e fixando em 0 as variáveis nos *buckets*.

Os resultados obtidos pelos métodos desenvolvidos são apresentados na seção seguinte.

3. Resultados

Em experimentos computacionais, os resultados obtidos pelo LDKS para resolver o PDLCMP-SC superaram significativamente os resultados obtidos pelo *solver* CPLEX v. 12.7.1 quando limitados em 3600 segundos para encontrar soluções para um conjunto de instâncias gerado aleatoriamente com base nos geradores propostos em [Toledo e Armentano, 2006; James e Almada-Lobo, 2011].

Experimentos computacionais foram realizados com as heurísticas propostas usando um conjunto com 100 instâncias introduzido em [James e Almada-Lobo, 2011] para abordar o PIDLS em máquinas paralelas com *setup* triangular e um conjunto com 12 instâncias introduzido em Meyr [2002] para abordar o PIDLS-NT em máquinas paralelas. Verificou-se a eficiência de cada método por meio de quatro experimentos. No primeiro experimento, empregaram-se os métodos de solução para tratar o problema inteiro referente ao PIDLS em máquinas paralelas como realizado em [James e Almada-Lobo, 2011]. Portanto, foi possível atestar a superioridade das heurísticas propostas em relação às heurísticas propostas na literatura e ao CPLEX v. 12.7.1, todos limitados em 3600 segundos para encontrar soluções para o PIDLS em máquinas paralelas. Para abordar o PIDLS-NT, em máquinas paralelas no segundo experimento utilizou-se o mesmo conjunto de instâncias, porém com alguns valores de custos e tempos de *setup* modificados para possibilitar a existência de *setup* não triangular. Experimentos comparando os resultados obtidos pelo *solver* CPLEX v. 12.7.1 e pelos métodos propostos dentro de um limite de 3600 segundos mostram que os métodos propostos atingiram resultados bastante competitivos. Além disso, os métodos propostos tiveram um bom desempenho para encontrar soluções para o PIDLS em máquinas paralelas quando comparados com os resultados obtidos em [James e Almada-Lobo, 2011]. No terceiro experimento, os resultados obtidos pelas heurísticas propostas foram comparados com os resultados obtidos pelo CPLEX v. 12.7.1 sem um limite de tempo imposto para encontrar soluções para os problemas. Apesar do CPLEX ter obtido resultados melhores em média que os das heurísticas propostas para grande parte das instâncias testadas, ainda assim as heurísticas propostas atingiram os seus objetivos de encontrar soluções competitivas em tempo computacional médio reduzido. No quarto experimento, os métodos de solução propostos e o CPLEX foram utilizados para resolver o conjunto de instâncias introduzido em Meyr [2002] para o PIDLS-NT em máquinas paralelas. Os resultados obtidos pelas heurísticas propostas superaram em média os atingidos pelo CPLEX. Os resultados obtidos pelo CPLEX podem ser considerados competitivos, porém para encontrá-los foi necessário consumir o limite de tempo imposto o que não acontece com as heurísticas propostas.

4. Considerações Finais

O alvo de estudo na tese é o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento em máquinas paralelas distintas com restrições de capacidade, *setup carry-over* e custos e tempos de *setup* não triangulares dependentes do sequenciamento, chamado aqui de PIDLS-NT em máquinas paralelas. O processo para atingir o principal objetivo da tese de desenvolver métodos eficientes que forneçam soluções de boa qualidade em um tempo computacional aceitável para o problema abordado resultou nas seguintes contribuições:

- A heurística LDKS, inicialmente desenvolvida no doutorado para encontrar soluções para o PDLC com múltiplas plantas. O LDKS atingiu excelentes resultados tanto para o PDLC com múltiplas plantas quanto para o PDLCMP-SC e foi publicado em um periódico internacional [Carvalho e Nascimento, 2018];

- O desenvolvimento do LDKS resultou na modelagem de um problema artificial que também pode ser considerada uma importante contribuição para a difícil tarefa de encontrar soluções factíveis para o PDLCMP-SC;
- Uma análise comparativa com modelos propostos na literatura para escolher o que melhor representasse o PIDLS-NT em máquinas paralelas, aqui adaptados para atender o problema com máquinas paralelas. Um estudo preliminar dessa análise pode ser encontrado em [Carvalho e Nascimento, 2017] enquanto uma análise mais detalhada é apresentada na tese da primeira autora deste documento permitindo o direcionamento de novas pesquisas;
- Três matheurísticas, chamadas de RFO, RFO-PR e RFO-KS, que resolvem de forma satisfatória instâncias do PIDLS e PIDLS-NT em máquinas paralelas validando o uso das mesmas. No caso do PIDLS, os métodos atingem soluções melhores que métodos já propostos na literatura. Um resumo estendido sobre o RFO-PR, intitulado *A MIP-heuristic to solve the integrated lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent of non-triangular setups.*, foi aceito para apresentação de pôster no XVI ELAVIO (Escuela Latino Americana de Verano en Investigación Operativa) de 2018. Um artigo intitulado “*Hybrid matheuristics to solve the integrated lot sizing and scheduling problem on parallel machines with sequence-dependent and non-triangular setup.*” com resultados desses métodos foi aceito para revisão no periódico internacional *European Journal of Operational Research* (EJOR).

5. Agradecimentos

Agradeço o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP): processos nº 2016/02537 – 0 e 2016/01860 – 1. Pesquisa desenvolvida com utilização dos recursos computacionais do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CeMEAI), financiados pela FAPESP (proc. 2013/07375 – 0).

Referências

- Angelelli, E., Mansini, R., e Speranza, M. (2007). Kernel search: a heuristic framework for milp problems with binary variables. Technical report, Technical Report of the Department of Electronics for Automation, University of Brescia, RT 2007-04-56.
- Angelelli, E., Mansini, R., e Grazia Speranza, M. (2010). Kernel search: A general heuristic for the multi-dimensional knapsack problem. *Computers & Operations Research*, 37(11):2017–2026.
- Bilde, O. e Krarup, J. (1977). Sharp lower bounds and efficient algorithms for the simple plant location problem. *Annals of Discrete Mathematics*, 1:79–97.
- Carvalho, D. M. e Nascimento, M. C. V. (2016). Lagrangian heuristics for the capacitated multi-plant lot sizing problem with multiple periods and items. *Computers & Operations Research*, 71: 137–148.
- Carvalho, D. M. e Nascimento, M. C. V. (2017). Uma breve análise de formulações para o problema integrado de dimensionamento de lotes e scheduling em máquinas paralelas com setup não triangular. *Anais do XLIX SBPO (Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional)*.

- Carvalho, D. M. e Nascimento, M. C. V. (2018). A kernel search to the multi-plant capacitated lot sizing problem with setup carry-over. *Computers & Operations Research*, 100:43–53.
- Claassen, G., Gerdessen, J., Hendrix, E. M., e van der Vorst, J. G. (2016). On production planning and scheduling in food processing industry: Modelling non-triangular setups and product decay. *Computers & Operations Research*, 76:147–154.
- Clark, A., Almada-Lobo, B., e Almeder, C. (2011). Lot sizing and scheduling: industrial extensions and research opportunities. *International Journal of Production Research*, 49(9):2457–2461.
- Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, H., e Tempelmeier, H. (2017). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR spectrum*, 39(1):1–64.
- Drexl, A. e Kimms, A. (1997). Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99:221–235.
- Florian, M., Lenstra, J. K., e Rinnoy Kan, A. H. G. (1980). Deterministic production planning algorithms and complexity. *Management Science*, 26:669–679.
- Guimarães, L., Klabjan, D., e Almada-Lobo, B. (2013). Pricing, relaxing and fixing under lot sizing and scheduling. *European Journal of Operational Research*, 230(2):399–411.
- Guimarães, L., Klabjan, D., e Almada-Lobo, B. (2014). Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. *European Journal of Operational Research*, 239(3): 644–662.
- James, R. J. e Almada-Lobo, B. (2011). Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, 38(12):1816–1825.
- Jans, R. e Degraeve, Z. (2004). Improved lower bounds for the capacitated lot sizing problem with setup times. *Operations Research Letters*, 32(2):185–195.
- Kang, S., Malik, K., e Thomas, L. J. (1999). Lotsizing and scheduling on parallel machines with sequence-dependent setup costs. *Management science*, 45(2):273–289.
- Maes, J., McClain, J. O., e Wassenhove, L. N. V. (1991). Multilevel capacitated lotsizing complexity and LP-based heuristics. *European Journal of Operational Research*, 53:131–148.
- Meyr, H. (2002). Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139(2):277–292.
- Quadt, D. e Kuhn, H. (2008). Capacitated lot-sizing with extensions: a review. *4OR*, 6(1):61–83.
- Toledo, F. M. B. e Armentano, V. A. (2006). A Lagrangean-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 175:1070–1083.
- Toso, E. A., Morabito, R., e Clark, A. R. (2009). Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3):813–821.