

Uma Formulação de Programação Matemática para o Planejamento de Lavra das Minas de Capão Xavier e Mar Azul

**Ademar Lopes da Silva Júnior¹, Guido Pantuza Júnior², Luciano Perdigão Cota³,
Marccone Jamilson Freitas Souza⁴**

¹Programa de Pós-Graduação em Inst., Controle e Automação de Processos de Mineração,
Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale,
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

²Instituto Federal de Minas Gerais,
CEP 35057-760, Governador Valadares (MG), Brasil

³Instituto Tecnológico Vale,
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

⁴Departamento de Computação – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP),
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

ademar.lopes@vale.com, guido.pantuza@ifmg.edu.br,
luciano.p.cota@itv.org, marcone@ufop.edu.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de programação matemática por metas para resolver um problema de programação diária de lavra de uma mina de minério de ferro. O objetivo é minimizar os desvios das metas de produção e qualidade, bem como reduzir a quantidade de caminhões necessários ao processo. As restrições referentes a qualidade, granulometria, número de equipamentos para transporte e carga, relação estéril/minério mínima, e meta de produção são definidas previamente. Os caminhões devem ser alocados de forma dinâmica, isto é, sem rota fixa, e o tempo de ciclo deles varia de acordo com o local de lavra. O modelo foi implementado no resolvidor LINGO e aplicado a um complexo minerador com quatro pontos de descarga, sendo três para minério e um para estéril. Os resultados encontrados validam a utilização do modelo como ferramenta para subsidiar o operador na execução da programação diária.

PALAVRAS CHAVE. Mineração a Céu Aberto, Modelagem Matemática, Programação linear por Metas.

Tópicos: PO na indústria.

ABSTRACT

This paper presents a goal programming model to solve a problem of daily mining scheduling for the very short term mine planning of an iron ore mine. The objective is to minimize the deviations of the production and quality goals and the amount of trucks needed to the process. The constraints regarding quality, granulometry, number of transport and loading equipment, minimum sterile/ore ratio, and production target are defined previously. Trucks must be allocated dynamically, that is, without a fixed route, and their cycle time varies according to the site of mining. The model was implemented in the LINGO solver and applied to a mining complex with four unload points, three for ore and one for sterile. The results validate the use of the model as a tool to subsidize the operator in the execution of the daily schedule.

KEYWORDS. Open-pit Mining, Mathematical Programming, Goal Programming.

Paper topics: OR in Industry.

1. Introdução

Após o auge de valorização da *commoditie* de minério de ferro, as empresas passaram por uma fase de transição, na qual minas que somente visavam volume em detrimento de qualidade estavam se tornando cada vez menos competitivas. Isso se deveu ao fato de o mercado estar com muita oferta e os clientes passaram a exigir cada vez mais qualidade para os produtos adquiridos. Somente volume não é garantia de lucro e geração de caixa para as empresas, o mercado paga mais por atendimento às especificações de qualidade e não pela massa. A perda no valor de venda por não atender aos parâmetros de qualidade, em alguns casos, impacta diretamente na redução do volume de produção, com consequente aumento do custo operacional. Ser eficiente, produtivo e com baixo custo operacional agora faz parte da rotina desses empreendimentos. Dessa forma, a busca por métodos que possam ser aplicados ao processo produtivo com o objetivo de gerar valor à empresa deve ser sempre objeto de pesquisa.

O presente trabalho tem seu foco em um problema de programação diária de lavra para o planejamento de lavra de curtíssimo prazo em um complexo minerador localizado em Minas Gerais, com duas minas a céu aberto em operação, Capão Xavier e Mar Azul. O minério lavrado é destinado para três pontos de descarga com diferentes rotas, e o estéril possui um local apenas. A programação operacional de lavra de curtíssimo prazo é uma atividade essencial para garantir um bom sequenciamento e desenvolvimento de uma mina. Vários parâmetros devem ser considerados como, por exemplo, a quantidade de equipamentos de carga e transporte que estão disponíveis para operação e as suas respectivas capacidades de carregar e transportar material, as metas de produção e qualidade definidas para cada ponto de descarga, o tempo de ciclo de cada frente de lavra, as características físicas e químicas das frentes. A DMT, que é a distância média de transporte dos caminhões, é outra variável que muda de acordo com o trecho percorrido pelo equipamento de transporte, afetando também a produtividade.

Para que se tenha uma programação de produção e blendagem de minério no curtíssimo prazo eficiente e ágil, capaz de avaliar todos esses parâmetros, somente a experiência do operador que executa a programação pode não ser suficiente. Este artigo tem como principal objetivo apresentar um modelo de programação matemática para atender as metas de produção e qualidade das instalações de beneficiamento de minério de ferro, reduzir o número de caminhões utilizados e atender a Relação Estéril/Minério (REM)¹. Dessa forma, é esperado um aumento da eficiência operacional e um aumento da assertividade em encontrar as metas de produção e qualidade, contribuindo para a melhora da competitividade da empresa em seu mercado de atuação.

O restante deste trabalho está organizado como segue. Na Seção 2 o problema é caracterizado. Na Seção 3 são relatados os trabalhos relacionados encontrados na literatura. Na Seção 4 é apresentado o modelo matemático proposto para o problema tratado. Na Seção 5 são apresentados os resultados dos experimentos computacionais. Na Seção 6 o trabalho é concluído.

2. Caracterização do problema

O problema foco deste trabalho envolve duas minas de minério de ferro em operação, quatro usinas com três pontos distintos para descarga de minério, uma pilha de estéril, sete equipamentos de carga e quarenta e cinco caminhões de mesmo porte para transportar minério e estéril.

A Figura 1 ilustra características básicas do problema tratado. Podemos observar algumas frentes com diferentes teores que podem ser destinadas aos pontos de descarga de minério ou a uma pilha de estéril. Cada ponto de descarga de minério possui uma meta de produção e uma especificação de qualidade. Os caminhões podem executar diferentes rotas durante a sua operação,

¹Importante indicador de acompanhamento do desenvolvimento de uma mina, que disponibiliza a liberação de minério para produção futura e garantia da estabilidade da mina.

ou seja, a alocação é dinâmica. A oferta de uma frente de lavra depende de uma geometria ou desenho definido a partir de um plano de lavra mensal, trimestral ou anual.

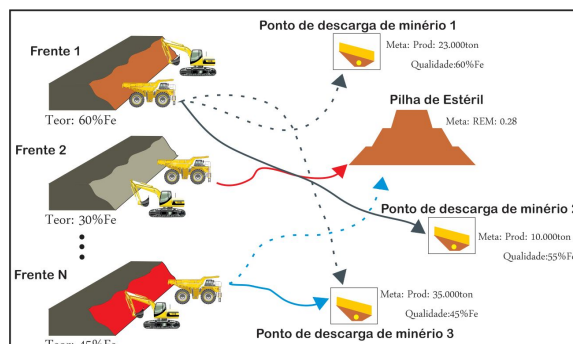


Figura 1: Ilustração do problema tratado.

O plano de lavra mensal é elaborado para atender a um programa de produção de 30 dias e informar quais frentes de lavra estão disponíveis e as respectivas massas e qualidade de material. O seu propósito é direcionar a lavra através de uma geometria que é identificada na mina pela equipe de topografia com o uso de estacas e sequenciada pela equipe de controle de qualidade para garantir que as especificações de massa e qualidade sejam atendidas a todos os pontos de descarga de minério. A programação semanal e diária é feita por um técnico de mineração, que informa quais frentes estão disponíveis no período e verifica a qualidade e produtividade delas. Ao final do mês são feitas as medições topográficas de fechamento, cálculo dos indicadores de aderência, cumprimento, reconciliação de massa e qualidade.

Antes do desenvolvimento do modelo matemático, o responsável técnico do controle de qualidade realizava avaliação visual das frentes e identificava, com base em sua experiência de mina, e por tentativa e erro, a quantidade de material que deveria ser retirada por cada equipamento. Dessa forma, não era possível garantir se os objetivos de massa e qualidade seriam atendidos, da mesma forma para a REM.

Para o empreendimento mineiro, a REM é um dos principais indicadores de mina. Realizada de forma adequada, ela garante o desenvolvimento da mina com a liberação de novas frentes de minério, a extração de estéril pode também ser utilizada para confeccionar novos acessos e possibilitar a realização de obras de infraestrutura. O não cumprimento da REM pode influenciar a oferta de minério em um curto espaço de tempo com a perda de volume, qualidade e perda de mercado, devido ao não cumprimento das especificações dos produtos. Dessa forma, o problema da produção e mistura de minério de curtíssimo prazo é real e o desenvolvimento do modelo contribui ao propor soluções de programações diárias adequadas.

3. Revisão de literatura

Para fornecer um minério de qualidade uniforme para o processo é necessário misturar minério de diferentes qualidades proveniente de várias partes da mina ou de diferentes minas. O objetivo é assegurar a uniformidade da alimentação, já que mudanças são usualmente acompanhadas de aumento do custo total da operação [Alarie e Gamache, 2002]. Chanda e Dagdelen [1995] apresentaram um modelo de programação linear por metas para resolver um problema de mistura de minérios no planejamento de curto prazo em uma mina de carvão. O objetivo foi maximizar um critério econômico e reduzir a soma dos desvios dos parâmetros individuais de qualidade e da tonelagem em relação aos valores desejados.

De acordo com Alarie e Gamache [2002], o transporte de material é uma das atividades mais importantes na operação de minas a céu aberto devido ao seu elevado custo. Segundo Maran e Topuz [1988], é exigido um grande volume de capital e recursos para executar o transporte de carga nas minas. Assim, minimizar o custo do transporte de material da mina para a usina é essencial, isto por que de acordo com Gershon [1982] o custo está relacionado à escolha do ponto de extração.

O sistema de otimização e simulação desenvolvido por Merschmann [2002], denominado OTISIMIN, analisa cenários de planejamento de produção em minas a céu aberto em dois módulos. O primeiro é um modelo de programação linear que busca otimizar a mistura de minérios para atender as especificações de qualidade e definir o local onde os equipamentos devem ser alocados. O segundo módulo, que é de simulação, é usado para validar o resultado da otimização advinda do primeiro módulo. Esses modelos foram aperfeiçoados por Costa et al. [2004] e Costa et al. [2005]. O aperfeiçoamento principal consistiu em incluir o atendimento às metas de produção e qualidade, por meio da minimização dos desvios de atendimento às restrições de meta. Posteriormente, o modelo de Costa et al. [2004] foi aperfeiçoado por Araújo e Souza [2011], incluindo restrições que visavam ao cumprimento de taxas máximas de utilização por parte dos caminhões envolvidos no processo produtivo.

Costa [2005] abordou problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Foram apresentados e modelados problemas relativos à mistura de minérios provenientes de várias frentes de lavra, levando-se em consideração metas de produção e qualidade, restrições operacionais e alocação dos equipamentos de carga e transporte necessários ao processo, com alocação dinâmica e estática de caminhões. Cada problema foi resolvido por duas metodologias, uma baseada em técnicas de programação matemática e outra em técnicas heurísticas. Dada a NP-completude desses problemas, foi utilizada a metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS). Para explorar o espaço de soluções, o autor utilizou seis tipos diferentes de movimentos. Pelos experimentos realizados, o modelo heurístico foi capaz de gerar soluções de melhor qualidade em um menor tempo de processamento que aquelas obtidas pelo modelo exato.

Guimarães et al. [2007] apresentaram um modelo de programação linear por metas e alocação dinâmica que acrescentava ao modelo de Costa et al. [2004] restrições de taxa de utilização dos veículos de transporte. Ainda, a formulação proposta considerava um terceiro objetivo, a minimização do número de veículos. Os resultados foram validados através de um modelo de simulação computacional.

Pantuzza Jr. e Souza [2010c] apresentaram uma nova formulação para o problema de planejamento de lavra. Ela difere dos trabalhos anteriores por prever o método de lavra seletiva. Este método considera que cada frente pode ser constituída por minério, estéril ou por ambos. Dessa forma, também é necessário prever o sequenciamento da produção para cada frente de lavra para garantir que um bloco só será explotado se o bloco acima já foi lavrado.

Em Souza et al. [2010] os autores trataram um problema com as mesmas características deste trabalho, mas considerando apenas um único ponto de carga e descarga. Foram propostas uma formulação de programação matemática e um algoritmo heurístico baseado na metaheurística *General Variable Neighborhood Search*.

De acordo com Rodrigues e Pinto [2012] a alocação estática é o método mais utilizado nas minerações de pequeno e médio porte por não apresentar a obrigatoriedade de utilização de um sistema automático de alocação. Esse método, entretanto, proporciona menor produtividade em função da possibilidade de formação de filas de caminhões e a ociosidade dos equipamentos de carga. Os autores fazem uma análise comparativa de várias metodologias utilizadas para o despacho de caminhões em minas a céu aberto. As metodologias testadas, baseadas em Programação

Linear, Programação Dinâmica e em Heurísticas, são aquelas consideradas as bases de algoritmos utilizados em sistemas de despacho comercializados no Brasil. As soluções finais geradas por essas metodologias foram simuladas usando-se o ambiente ARENA, com o objetivo de reproduzir o comportamento das operações de lavra. Os resultados obtidos mostraram o desempenho dos algoritmos utilizando as metodologias sob diferentes condições em minas a céu aberto. Os autores, porém, afirmam que não se pode, através dos resultados obtidos, concluir pela superioridade de uma delas.

Martins [2013] tratou um problema de planejamento de lavra de uma mina de ferro em que há a produção de diferentes tipos de frentes de minério, dois pontos de descarga de minério com características químicas distintas e um ponto de descarga de estéril. O autor apresentou dois modelos que se interagem. O primeiro é uma formulação de programação inteira mista que apresenta um resultado para ser validado pelo segundo modelo, o de simulação. A cada nova iteração do modelo de simulação, um novo cenário é utilizado no otimizador. São restrições do modelo matemático, a compatibilidade entre carga e transporte, massa mínima a ser lavrada e qualidade do material a ser extraído pelos diferentes portes de caminhões. As saídas são informações referentes à alocação dos equipamentos de carga e transporte e quantidade de massa a ser retirada por cada frente de lavra. Nesse modelo o autor considera um tempo médio de ciclo dos caminhões.

Silva et al. [2014] desenvolveram um algoritmo heurístico denominado GLAHC, baseado na combinação das metaheurísticas GRASP e *Late Acceptance Hill-Climbing* para tratar o problema real de planejamento operacional de lavra de uma mineradora. O trabalho difere de outros da literatura ao considerar a possibilidade de extrair mais de um tipo de material de uma mesma frente de lavra. As frentes são divididas em blocos, e esses, por sua vez, em sub-blocos contendo um único tipo de material. Existem dependências entre os sub-blocos, restringindo a sequência de lavra na mina. O GLAHC explora o espaço das soluções do problema por meio de nove movimentos diferentes. Esses movimentos consideram os resultados anteriores para definir a próxima iteração.

Todos os trabalhos citados anteriormente adotaram uma abordagem mono-objetivo. Uma vez que os objetivos do problema são conflitantes entre si, Pantuza Jr. et al. [2009], Pantuza Jr. e Souza [2010a] e Pantuza Jr. e Souza [2010b] adotaram uma abordagem multiobjetivo. Pantuza Jr. et al. [2009] propuseram uma nova formulação multiobjetivo, adotando o método ε -restrito para obtenção de uma aproximação do conjunto Pareto-ótimo. Pantuza Jr. e Souza [2010a] adaptaram o algoritmo evolutivo multiobjetivo NSGA-II [Deb et al., 2002]. Pantuza Jr. e Souza [2010b] propuseram um Algoritmo Genético Híbrido Multiobjetivo – AGHM, que combina um algoritmo genético com um método de busca local, ambos baseados na relação de dominância de Pareto.

O modelo aqui apresentado difere dos trabalhos citados anteriormente por tratar de duas minas distintas com três pontos de descarga de minério e um ponto para descarga de estéril, o que torna a modelagem mais complexa. É uma programação que proporciona a possibilidade de obter ganhos na efetividade de lavra com o cumprimento e maximização da produção, minimização dos desvios de qualidade, cumprimento da REM sempre com a proposta de utilizar o mínimo de caminhões necessários com o máximo de utilização.

4. Modelo matemático proposto

Nesta seção é apresentado um modelo de programação matemática para solucionar o problema de programação diária de lavra para o planejamento de lavra de curtíssimo prazo das minas de Capão Xavier e Mar Azul. O modelo considera a existência de mais de um ponto de descarga de minério e um ponto de descarga de estéril. Ele considera, ainda, que o tempo de ciclo dos caminhões depende do material transportado (minério ou estéril) e da distância entre a frente e o ponto de descarga. Além disso, faz-se diferenciação das capacidades de carga para minério e estéril e considera-se a alocação dinâmica dos caminhões.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros do problema e as variáveis de decisão.

Tabela 1: Descrição dos parâmetros e variáveis de decisão

Parâmetros do problema			
M	Conjunto das frentes de minério	E	Conjunto das frentes de estéril
F	$M \cup E$	Q	Conj. dos parâmetros de qualidade
C	Conj. dos equipamentos de carga	V	Conj. dos equipamentos de transporte
B	Conj. pontos de descarga de minério	$pest$	Ponto de descarga de estéril
$inicio$	Nó origem	fim	Nó destino
D	$B \cup \{pest\}$	N	$F \cup B \cup \{pest\} \cup \{inicio\} \cup \{fim\}$
pr_b	Ritmo de produção recomendado do britador b (Ton/h)	pl_b	Ritmo de produção mínimo para o britador b (Ton/h)
pu_b	Ritmo de produção máximo do britador b (Ton/h)	α^-	Penalidade por desvio negativo de produção
β_{jb}^-	Penalidade por desvio negativo de meta do parâmetro j na mistura do britador b	α^+	Penalidade por desvio positivo de produção
β_{jb}^+	Penalidade por desvio positivo de meta do parâmetro j na mistura do britador b	δ_{jb}^-	Penalidade por desvio negativo de especificação do parâmetro j na mistura do britador b
ω_l	Penalidade pelo uso do caminhão l	δ_{jb}^+	Penalidade por desvio positivo de especificação do parâmetro j na mistura do britador b
qu_i	Ritmo de lavra máximo na frente i (Ton/h)	rem	Relação estéril/minério mínima requerida
clm_k	Produção mínima de minério do equipamento de carga k (Ton/h)	cum_k	Produção máxima de minério do equipamento de carga k (Ton/h)
cle_k	Produção mínima de estéril do equipamento de carga k (Ton/h)	cue_k	Produção máxima de estéril do equipamento de carga k (Ton/h)
$capm_l$	Capacidade do caminhão l ao transportar minério (Ton)	$cape_l$	Capacidade do caminhão l ao transportar estéril (Ton)
tx	Taxa de utilização máxima dos caminhões	$tv_{(l,o,d)}$	Tempo de viagem do caminhão l do nó de origem o até o nó de destino d somado ao tempo de carga e descarga (min)
hp	Horizonte de planejamento (min)	$tcEst_l$	Tempo de ciclo do caminhão l para as frentes de estéril (min)
$tcMin_l$	Tempo de ciclo do caminhão l para as frentes de minério (min)	$comp_{kl}$	Igual a 1 se a carregadeira k é compatível com o caminhão l e 0, caso contrário
$disp_k$	Parâmetro que assume o valor 0 se a carregadeira k está disponível e 0, c.c.	tr_{jb}	Teor recomendado para o parâmetro j no britador b (%)
t_{ij}	Teor do parâmetro j na frente i (%)	tl_{jb}	Teor mínimo admissível para o parâmetro j (%) no britador b (%)
t_{jb}	Teor máximo admissível para o parâmetro j no britador b (%)		
Variáveis de decisão			
x_{ib}	Ritmo de lavra da frente i no britador b (Ton/h)	tc_l	Tempo de ciclo total do caminhão l (min)
y_{ik}	Igual a 1 se a carregadeira k opera na frente i e 0, caso contrário	dm_{jb}^+	Desvio positivo de meta do parâmetro j no britador b (Ton/h)
dm_{jb}^-	Desvio negativo de meta do parâmetro j no britador b (Ton/h)	de_{jb}^-	Desvio negativo de especificação do parâmetro j no britador b (Ton/h)
de_{jb}^+	Desvio positivo de especificação do parâmetro j no britador b (Ton/h)	dp_b^-	Desvio negativo de meta do ritmo de produção no britador b (Ton/h)
dp_b^+	Desvio positivo de meta do ritmo de produção no britador b (Ton/h)	u_l	Assume valor 1 se o caminhão l for usado e 0, caso contrário
$z_{(l,o,d)}$	Número de vezes que o caminhão l percorre o arco (o,d) , com $o, d \in N$	n_{il}	Número de viagens do caminhão l até a frente i

O modelo de programação matemática, apresentado pelas Equações (1) a (38), representa o problema em estudo.

$$\min \sum_{b \in B} (\alpha^- dp_b^- + \alpha^+ dp_b^+) + \sum_{b \in B} \sum_{j \in Q} (\beta_{jb}^- dm_{jb}^- + \beta_{jb}^+ dm_{jb}^+) + \quad (1)$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{j \in Q} (\delta_{jb}^- de_{jb}^- + \delta_{jb}^+ de_{jb}^+) + \sum_{l \in V} \omega_l u_l$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_{jb}) x_{ib} - de_{jb}^+ \leq 0 \quad \forall j \in Q, b \in B \quad (2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_{jb}) x_{ib} + de_{jb}^- \geq 0 \quad \forall j \in Q, b \in B \quad (3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_{jb}) x_{ib} + dm_{jb}^- - dm_{jb}^+ = 0 \quad \forall j \in Q, b \in B \quad (4)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ib} - pu_b \leq 0 \quad \forall b \in B \quad (5)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ib} - pl_b \geq 0 \quad \forall b \in B \quad (6)$$

$$\sum_{i \in M} x_{ib} - pr_b + dp_b^- - dp_b^+ = 0 \quad \forall b \in B \quad (7)$$

$$x_{ib} - qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F, b \in B \quad (8)$$

$$\sum_{i \in E} x_{i,pest} - rem \sum_{b \in B} \sum_{i \in M} x_{ib} \geq 0 \quad (9)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (10)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (11)$$

$$\sum_{b \in B} x_{ib} - \sum_{k \in C} cum_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in M \quad (12)$$

$$x_{i,pest} - \sum_{k \in C} cue_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in E \quad (13)$$

$$\sum_{b \in B} x_{ib} - \sum_{k \in C} clm_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (14)$$

$$x_{i,pest} - \sum_{k \in C} cle_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in E \quad (15)$$

$$\sum_{j \in B} x_{ij} - \sum_{l \in V} z_{(l,i,b)} capm_l = 0 \quad \forall i \in M, b \in B \quad (16)$$

$$x_{i,pest} - \sum_{l \in V} z_{(l,i,pest)} cape_l = 0 \quad \forall i \in E \quad (17)$$

$$n_{il} - z_{(l,i,b)} = 0 \quad \forall i \in M, l \in V \quad (18)$$

$$n_{il} - z_{(l,i,pest)} = 0 \quad \forall i \in E, l \in V \quad (19)$$

$$z_{(l,b,f)} \leq 1 \quad \forall l \in V, f \in M, b \in B \quad (20)$$

$$z_{(l,pest,e)} \leq 1 \quad \forall l \in V, e \in E \quad (21)$$

$$tc_l - hp \sum_{k \in C, comp_{lk}=1} y_{ik} \leq 0 \quad \forall l \in V, i \in F \quad (22)$$

$$\frac{tc_l}{hp} \leq tx \quad \forall l \in V \quad (23)$$

$$\frac{tc_l}{hp} \leq u_l \quad \forall l \in V \quad (24)$$

$$z_{(l, inicio, f)} - \sum_{b \in B} z_{(l, f, b)} = 0 \quad \forall l \in V, f \in M \quad (25)$$

$$z_{(l, inicio, e)} - z_{(l, e, pest)} = 0 \quad \forall l \in V, e \in E \quad (26)$$

$$z_{(l, b, fim)} - \sum_{f \in M} z_{(l, f, b)} = 0 \quad \forall l \in V, b \in B \quad (27)$$

$$z_{(l, pest, fim)} - \sum_{e \in E} z_{(l, e, pest)} = 0 \quad \forall l \in V \quad (28)$$

$$u_l \in \{0, 1\} \quad \forall l \in V \quad (29)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (30)$$

$$n_{il} \in Z^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (31)$$

$$z_{(l, o, d)} \in Z^+ \quad \forall l \in V, o \in N, d \in N \quad (32)$$

$$x_{ib} \geq 0 \quad \forall i \in F, b \in B \quad (33)$$

$$x_{ipest} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (34)$$

$$dm_{jb}^+, dm_{jb}^-, de_{jb}^+, de_{jb}^- \geq 0 \quad \forall j \in Q, d \in B \quad (35)$$

$$dp^+, dp^- \geq 0 \quad \forall b \in B \quad (36)$$

$$tc_l \geq 0 \quad \forall l \in V \quad (37)$$

$$y_{ik} = 0 \quad \forall i \in F, k \in C \mid disp_k = 0 \quad (38)$$

O tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens a ele alocadas (tc_l), em minutos, é calculado pela Eq. (39).

$$tc_l = tcMin_l + tcEst_l \quad \forall l \in V \quad (39)$$

sendo que $tcMin_l$ e $tcEst_l$ são calculados pelas Eqs. (40) e (41), respectivamente.

$$tcMin_l = \sum_{b \in B} \sum_{f \in M} (z_{(l, inicio, f)} tv_{(l, inicio, f)} + z_{(l, b, f)} tv_{(l, b, f)} + z_{(l, f, b)} tv_{(l, inicio, f)} + z_{(l, pest, f)} tv_{(l, pest, f)}) \quad \forall l \in V \quad (40)$$

$$tcEst_l = \sum_{b \in B} \sum_{e \in E} (z_{(l, inicio, e)} tv_{(l, inicio, e)} + z_{(l, pest, e)} tv_{(l, pest, e)} + z_{(l, e, pest)} tv_{(l, e, pest)} + z_{(l, b, e)} tv_{(l, b, e)}) \quad \forall l \in V \quad (41)$$

A Equação (1) representa a função objetivo, em que se deseja minimizar os desvios de produção e qualidade em relação aos valores requeridos, bem como o número de veículos utilizados. As restrições (2) e (3) admitem que os parâmetros de controle de qualidade e granulometria extrapolarem os limites máximos e mínimos, respectivamente, para cada ponto de descarga de minério. As restrições (4) visam alcançar a meta de teor dos parâmetros de controle para os pontos de descarga de minério. As restrições (5) e (6) asseguram que os limites máximo e mínimo, para o ritmo de produção dos pontos de descarga de minério, sejam respeitados. As restrições (7) determinam o atendimento das metas de ritmo de produção para os pontos de descarga de minério. Para assegurar que não seja solicitado mais minério que o disponível pelas frentes é utilizado o conjunto de restrições (8). A restrição (9) assegura que a REM mínima seja atendida. As restrições (11) e (10) garantem, respectivamente, que cada equipamento de carga opere somente em uma única frente e que cada frente de lavra só possua um único equipamento de carga. As restrições (12) e (13) não permitem que a extração de minério ou estéril seja maior que a capacidade máxima do equipamento

de carga em operação. Para garantir que os equipamentos de carga não fiquem ociosos, extraindo massa abaixo da quantidade mínima, foram utilizadas as restrições (14) e (15) para minério e estéril, respectivamente. Considerando que cada caminhão seja carregado na sua totalidade de capacidade, as restrições (16) e (17) asseguram que o ritmo de lavra em cada frente de minério e de estéril, respectivamente, é igual à produção de todos os caminhões que realizam viagem àquela frente. As restrições (18) e (19) garantem que o número de viagens de cada caminhão a cada frente de minério e de estéril seja igual ao número de visitas aos pontos de descarga de minério (18) e de estéril (19). As restrições (20) e (21) definem que o caminhão obrigatoriamente deve realizar todas as viagens para ele alocadas primeiramente a um conjunto de frentes (somente minério ou somente estéril) e, depois, ao outro (estéril ou minério). Isto é, se o caminhão tiver que realizar 5 viagens a uma frente de minério e 2 a uma frente de estéril, então ele deve realizar todas as 5 viagens à frente de minério e só depois as duas viagens à frente de estéril. Repare que se o caminhão tiver que visitar mais de um ponto de descarga de minério, ele realizará todas as viagens a um ponto de descarga de minério. Em seguida ele realizará todas as viagens para o outro ponto de descarga de minério. As restrições (22) asseguram que somente caminhões compatíveis sejam carregados pelos equipamentos de carga. As restrições (23) determinam a taxa máxima de utilização de cada caminhão l para cada hora hp . As restrições (24) retornam um valor unitário para a variável u_l sempre que um caminhão for utilizado. As restrições (25), (26), (27) e (28) garantem o balanceamento do fluxo nos arcos. As restrições (29) e (30) estabelecem o domínio das variáveis de decisão relacionadas à utilização dos caminhões e alocação dos equipamentos de carga, respectivamente. As restrições (31), (32), (33), (34), (35), (36) e (37) definem o domínio das demais variáveis de decisão. As restrições (38) asseguram que não serão alocadas viagens às carregadeiras k que estejam indisponíveis.

5. Experimentos computacionais

O modelo apresentado na Seção 4 foi implementado no resolvidor LINGO, versão 10.0, da Lindo Systems Inc.² interfaceando com uma planilha eletrônica do Microsoft Excel. O computador utilizado nos experimentos computacionais foi um notebook Dell XPS, com processador Intel Core I5, clock de 2,5 GHz, 6 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 de 64 bits.

5.1. Descrição da instância e dos valores dos parâmetros

A instância utilizada nos experimentos foi extraída de uma condição real de lavra das minas Capão Xavier e Mar Azul da Vale S.A., considerando um horizonte de planejamento de uma hora, isto é, $hp=60$. Nessa instância há treze parâmetros de controle, entre qualidade e granulometria. A Tabela 2 mostra a distribuição de três desses parâmetros. Na primeira linha são mostradas as 15 frentes de lavra, enquanto nas três linhas seguintes são mostrados os percentuais de Ferro global, Manganês global e granulometria acima de 8 mm.

Tabela 2: Distribuição dos principais parâmetros de controle nas frentes de minério.

# Frente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Fe Global (%)	46,8	46,3	63,8	46,0	47,5	66,8	43,5	65,7	65,2	42,5	66,1	63,8	59,6	67,0	64,3
Mn Global (%)	0,07	0,03	0,04	0,01	0,02	0,03	0,02	0,01	0,06	0,02	0,02	0,10	0,18	0,05	0,13
+8 mm (%)	14,3	11,4	38,0	12,1	62,6	31,2	8,20	27,9	75,2	10,1	25,6	21,5	18,0	28,3	32,7

Os pesos das componentes da função objetivo, dada pela Equação (1), estão descritos na Tabela 4. Nessa tabela, pc_j é o peso com que cada parâmetro de controle é avaliado com relação à criticidade, e é dado pela Tabela 3; enquanto $Norm_{jb}$ indica o valor normalizado do parâmetro j no britador b . A normalização é importante porque os parâmetros têm grandezas diferentes.

²<http://www.lindo.com>

Observa-se que, com esses pesos, a prioridade é a minimização do desvio de produção, em seguida a minimização dos desvios de especificação e, por último, a minimização do número de caminhões.

Tabela 3: Pesos dos parâmetros de controle.

Parâmetro	Peso (pc_j)	Critério
P (Global) - P (+8mm)	0	Irrelevante
Fe - Si - Al (Global)	1	Importante
Fe - Si - Al (+8mm)		
Pf (Global) - Pf (+8mm)	5	Muito importante
Mn (Global) - Mn (+8mm)	10	Crítico

Tabela 4: Pesos das componentes da função objetivo.

Componente	Valor
α^-, α^+	100
$\beta_{jb}^-, \beta_{jb}^+$	$1 \times Norm_{jb} \times pc_j$
$\delta_{jb}^-, \delta_{jb}^+$	$10 \times Norm_{jb} \times pc_j$
ω_l	6,4

5.2. Resultados

O modelo foi executado em um tempo limite de 10 horas de processamento. Observou-se, no entanto, que o otimizador não conseguiu reduzir o *gap* de otimalidade após uma hora de processamento. Assim, são reportadas características da solução obtida após uma hora de processamento.

A Tabela 5 apresenta os resultados referentes às metas de massa para os três pontos de descarga de minério, REM e número de caminhões. Na primeira coluna é relatado o indicador; na segunda, terceira e quarta colunas, a meta (pr_b , se britador), o limite inferior (pl_b) e o superior (pu_b), respectivamente, para esse indicador. Na última coluna é reportado o resultado encontrado.

Tabela 5: Resultados dos indicadores de ritmo de produção, REM e número de caminhões.

Indicador	Prod. recomendada (pr_b)	Produção mínima (pl_b)	Produção máxima (pu_b)	Result.
Brit 1(Ton/h)	700	500	1000	700
Brit 2(Ton/h)	700	500	1000	500
Brit 3(Ton/h)	1800	1500	2000	1680
REM	$\geq 0,25$	-	-	0,25
# Caminhões	-	-	-	45

Como pode ser observado na Tabela 5, a produtividade encontrada ficou dentro dos limites mínimo (pl_b) e máximo (pu_b) dos equipamentos de carga, a REM atendeu ao limite mínimo estabelecido e não houve redução no número de caminhões.

A Tabela 6 mostra os resultados, em percentagem, dos parâmetros de qualidade em cada ponto de descarga. Na primeira coluna mostra-se o parâmetro de qualidade; na segunda, a meta de qualidade requerida para o respectivo parâmetro (tr_{jb}) e nas demais colunas, os percentuais encontrados em cada ponto de descarga.

Tabela 6: Percentual dos parâmetros de qualidade nos três pontos de descarga de minério.

Parâmetro	tr_{jb}	Brit 1	Brit 2	Brit 3
Fe Global (%)	58,00	58,00	58,00	58,00
Si Global (%)	13,00	13,20	13,00	13,00
Al Global (%)	1,00	1,06	1,09	1,14
P Global (%)	0,03	0,05	0,05	0,04
Mn Global (%)	0,15	0,08	0,08	0,08
Pf Global (%)	2,00	2,47	2,61	2,59
+8mm(%)	31,00	29,00	30,79	31,00
Fe +8mm (%)	60,00	60,09	60,03	60,26
Si +8mm (%)	9,00	9,59	9,48	9,32
Al +8mm (%)	0,90	0,90	0,90	1,00
P +8mm (%)	0,03	0,06	0,06	0,06
Mn +8mm (%)	0,30	0,06	0,06	0,06
Pf +8mm (%)	3,00	3,23	3,39	3,17

Tabela 7: Produtividade das escavadeiras.

# Esc.	CIm_k (Ton/h)	Cum_k (Ton/h)	Cle_k (Ton/h)	Cue_k (Ton/h)	Result. (Ton/h)
1	100	800	50	800	768
2	100	800	50	800	320
3	100	800	50	800	192
4	100	800	50	800	768
5	100	800	50	800	320
6	100	800	50	800	512
7	100	800	50	800	732

Como pode ser observado na Tabela 6, todos os parâmetros de qualidade se mantiveram bem próximos à meta estabelecida, à exceção do manganês global e manganês acima de 8 mm. Os

requisitos estabelecidos para esses últimos parâmetros de controle, no entanto, eram impossíveis de serem atendidos com a composição deles nas frentes de lavra disponíveis.

A Tabela 7 reporta a produtividade dos equipamentos de carga. Na primeira coluna é apresentado o número da escavadeira ($\#Esc.$), a segunda e terceira colunas informam os limites máximo e mínimo, respectivamente, impostos para a produtividade dos equipamentos operando minério. Já na quarta e quinta colunas são reportados os mesmos limites para estéril. Na última coluna são apresentados os resultados da produtividade alcançada pelo equipamento. Como pode ser observado, todos os equipamentos de carga respeitaram os limites mínimo e máximo estabelecidos.

6. Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho tratou um problema de planejamento operacional de lavra de uma indústria brasileira de mineração de ferro. Para resolvê-lo, foi desenvolvida uma formulação de programação linear inteira mista por metas. Essa formulação foi aplicada a um estudo de caso real de duas minas que possuem, em comum, três pontos de descarga de minério e um de estéril.

O modelo matemático proposto foi capaz de atender às especificações de qualidade, produção, produtividade das carregadeiras e relação estéril/minério. Além disso, foi possível gerar minério com qualidade bem próxima da meta de cada britador. Esses resultados, portanto, validam seu uso como ferramenta de apoio à tomada de decisão. Com o seu uso, o operador pode, com base no cenário diário de lavra (necessidade de aumento de produção, baixa disponibilidade de equipamentos, flexibilização da qualidade, etc.), escolher qual objetivo é mais importante e atribuir o peso adequado para aquele cenário. Além disso, a formulação tem como vantagem antecipar ao decisor possíveis restrições de capacidade produtiva e de atendimento aos parâmetros de qualidade.

Como trabalhos futuros esta formulação será adaptada para tratar cenários de outros complexos mineradores da empresa estudada.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, FAPEMIG, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale pelo apoio à presente pesquisa.

Referências

- Alarie, S. e Gamache, M. (2002). Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. *Int. Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 16(1):59–76.
- Araújo, F. C. R. e Souza, M. J. F. (2011). Uma heurística para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões. *Rem: Revista Escola de Minas*, 64:69–76.
- Chanda, E. K. C. e Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *Int. J. of Surf. Mining and Reclamation*, 9(4):203–208.
- Costa, F. P., Souza, M. J. F., e Pinto, L. R. (2004). Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Revista Brasil Mineral*, 231:26–31.
- Costa, F. P. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.
- Costa, F. P., Souza, M. J. F., e Pinto, L. R. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Rem: Revista Escola de Minas*, 58(1):77–81.

- Deb, K., Thiele, L., Laumanns, M., e Zitzler, E. (2002). Scalable multi-objective optimization test problems. In *Proceedings of the 2002 IEEE Congress on Evolutionary Computation – CEC’02*, p. 825–830, Honolulu, HI, EUA.
- Gershon, M. (1982). A linear programming approach to mine scheduling optimization. In *Proceedings of the 17th Application of computers and operations research in the mineral industry*, p. 483–493, New York.
- Guimarães, I. F., Pantuza Jr., G., e Souza, M. J. F. (2007). Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. In *Anais do XIV SIMPÓSIO de Engenharia de Produção – SIMPEP*, Bauru, SP.
- Maran, J. e Topuz, E. (1988). Simulation of truck haulage systems in surface mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 2(1):43–49.
- Martins, A. G. (2013). Simulação das operações de lavra da mina de brucutu utilizando um modelo de programação linear para alocar os equipamentos de carga. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.
- Merschmann, L. H. C. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- Pantuza Jr., G. e Souza, M. J. F. (2010a). Um algoritmo genético híbrido multiobjetivo aplicado ao problema de planejamento de lavra em minas a céu aberto. In *Anais do XIV Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha – SPOLM*, Rio de Janeiro, RJ.
- Pantuza Jr., G. e Souza, M. J. F. (2010b). Um algoritmo genético híbrido multiobjetivo aplicado ao problema de planejamento de lavra em minas a céu aberto. In *Anais do 5º Congresso Brasileiro de Minas a Céu Aberto e Minas Subterrâneas – CBMINA 2010*, Belo Horizonte, MG.
- Pantuza Jr., G. e Souza, M. J. F. (2010c). Um modelo de programação matemática para o problema de planejamento de lavra considerando o método de lavra seletiva. In *Anais do XVII Simpósio de Engenharia de Produção–SIMPEP*, Bauru, SP.
- Pantuza Jr., G., Souza, M. J. F., e Cabral, I. E. (2009). Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra. *Revista GEPROS*, 4(4):125–137.
- Rodrigues, L. F. e Pinto, L. R. (2012). Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. *Rem: Revista Escola de Minas*, 65(3):377–384.
- Silva, A. A., Souza, M. J. F., Guimarães, V. L., e Martins, A. G. (2014). Planejamento operacional de lavra: Um estudo de caso. In *Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, volume 46, p. 2030–2041, Salvador.
- Souza, M. J. F., Coelho, I. M., Ribas, S., Santos, H. G., e Merschmann, L. H. C. (2010). A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, 207(2):1041–1051.