HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO ENCONTRADO NA INDÚSTRIA DE BEBIDAS À BASE DE FRUTAS

Juan Piñeros
Universidade Federal de São Carlos
Rodovia João Leme dos Santos (SP 264), Km 110, Bairro Itinga - Sorocaba-SP - CEP:18052-780
spgsa@hotmail.com

Alyne Toscano
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Av. Doutor Randolfo Borges Jr, 1400, Univerdecidade - Uberaba-MG - CEP:38064-200
alyne.toscano@uftm.edu.br

Deisemara Ferreira
Universidade Federal de São Carlos
Rodovia João Leme dos Santos (SP 264), Km 110, Bairro Itinga - Sorocaba-SP - CEP:18052-780
deise@ufscar.br

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes encontrado na produção de bebidas à base de frutas. Trata-se de uma produção em dois estágios com algumas particularidades: presença de um tanque pulmão no segundo estágio e a necessidade de limpezas obrigatórias a cada tempo pré-determinado de produção contínua de um mesmo item. Até onde se pesquisou na revisão bibliográfica, este problema com essas características é relativamente novo, difícil de ser resolvido para instâncias reais de grande porte e tem grande aplicabilidade. Sendo assim, o objetivo desse trabalho é propor heurísticas de decomposição utilizando modelos existentes da literatura e comparar os resultados obtidos com a solução do problema através de um modelo da literatura. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais. Os resultados mostram que as heurísticas com melhor desempenho encontram soluções melhores ou iguais do que o CPLEX para 85% das instâncias.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes. Bebidas à base de frutas. Limpezas Temporais. Métodos Heurísticos.

Tópicos (PO na Indústria, Otimização Combinatória)

ABSTRACT

In this paper presents the problem of lot sizing and scheduling of fruit-based beverage production. Which is about is a two stages production with some particularities: A buffer tank the second stage and the requirement of temporal cleaning for each continuous production time of the same item. As far as the literature review was concerned, this problem with these characteristics is relatively new; hard to resolve for large real instances and has great applicability. Therefore, the objective of this paper is to propose decomposition heuristics using existing models in the literature and comparing the results obtained with the solution of a model for the problem found in the literature. Computational tests were run with instances based on real data. The results show that the best preforming heuristics find solutions better than or similar that CPLEX to 85% of instances.

KEYWORDS. Lot Sizing and Scheduling. Fruit-based Beverage Productions. Temporal Cleaning. Heuristic Methods.

Paper topics (OR at Industry, Combinatorial Optimization)

1. Introdução

O setor industrial está amplamente globalizado. Indústrias do mundo todo competem entre si para atenderem seus clientes da melhor forma possível, entregando o produto correto, no tempo certo, na quantidade desejada, no local certo, com boa qualidade, preço justo e com atendimento pós-vendas. Porém, satisfeitos estes requisitos, o grande diferencial para a saúde das empresas são seus custos, que interferem diretamente nos lucros das mesmas. Portanto, a utilização de técnicas e ferramentas que visam minimizar os custos deve ser primordial para as empresas.

Nesse sentido, a busca por excelência e a minimização de custos está diretamente relacionada ao Planejamento e Controle da Produção (PCP). As atividades de PCP envolvem uma série de decisões com o objetivo de definir o que, quanto e quando produzir, comprar e entregar, além de quem e/ou onde e/ou como produzir [Fernandes et al. 2010]. Na literatura científica são encontrados diversos trabalhos que abordam essa tomada de decisões através de problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção. Revisões de literatura sobre esses problemas são encontradas em: [Jans e Degraeve 2008] e [Copil et al. 2017].

Atualmente as empresas já podem contar com tecnologias que a ajudem nessa tomada de decisões. Em particular, pelo meio de modelos matemáticos e métodos de solução é possível determinar um planejamento e uma programação da produção otimizados, minimizando custos associados, tais como, custos de trocas, estoques, atrasos entre outros. Porém, para sistemas muito complexos e com particularidades, tais como, limpezas temporais, deterioração de matérias primas, variedade de itens, entre outros, *softwares* gerais não são eficientes e, muitas vezes, nem é possível utilizá-los. Levar em consideração característica própria de cada tipo de processo de produção pode ser decisivo para a determinação de um programa de produção otimizado e factível. Segundo [Copil et al. 2017] a literatura vem considerando cada vez mais modelos para problemas particulares, sendo a consideração de especificidades desses problemas uma tendência de pesquisa.

Bebidas à base de frutas, como sucos, refrescos e néctares, são um exemplo de um processo de produção específico, que possuem algumas características de produção diferentes de refrigerante e cerveja. Para mais detalhes sobre produção de refrigerante e cerveja veja [Baldo et al. 2014], [Ferreira et al. 2012] e [Toledo et al. 2014]. De maneira geral, o processo de produção de bebidas à base de frutas é dividido em dois estágios: preparo e envase. A sincronização desses estágios deve ser garantida para geração de planos de produção factíveis, assim como em refrigerantes e cerveja, pois o envase somente poderá ser iniciado após a bebida estar pronta no primeiro estágio. Entretanto, uma diferença entre eles é que o processo de produção de bebidas à base de frutas exige, além da limpeza para troca de item, limpezas no maquinário após determinado período de tempo decorrido desde a última limpeza (limpeza temporal), e a presença de tanques pulmão (*buffers*) no segundo estágio. Essas características dificultam ainda mais o trabalho dos programadores da produção. Mais detalhes desse processo de produção será descrito na Seção 2.

A empresa Schneider-electric [Jude e Lemaire 2013] afirma que "em média as empresas de bebidas e comidas gastam em torno de 20% do dia fazendo limpeza nos equipamentos das linhas". Ou seja, as limpezas são um fator determinante na programação da produção por sua complexidade [Stefansdottir et al. 2017]. Essa programação pode ser crucial para o sucesso da empresa, em um mercado que se torna cada vez mais competitivo.

Segundo a Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas Não Alcoólicas (ABRIR) o consumo de bebidas à base de frutas prontas para beber está muito maior do que o consumo de refrigerante. De 2010 a 2017 a produção de bebidas à base de frutas mostra um aumento do 32% enquanto a produção do mercado de refrigerantes mostra um decrescimento do 25% durante estes anos.

[Toscano 2017] apresenta um modelo matemático e métodos de solução que representam o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes para bebidas à base de frutas. A autora aponta dificuldades na resolução do modelo para instâncias reais de grande porte.

É sabido da literatura científica a dificuldade de resolução de modelos matemáticos para instâncias reais em problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Sendo assim, muitos trabalhos abordam heurísticas para resolver esses problemas. Diversos autores tem proposto métodos heurísticos, métodos de decomposição e métodos híbridos para resolver os problemas de

dimensionamento e sequenciamento de lotes nos últimos anos, como por exemplo métodos de tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize:* [Xiao et al. 2013], [Mohammadi e Poursabzi 2014], [Martínez et al. 2018]. Metaheurísticas puras (sem hibridização com outros métodos) também têm sido bastante utilizadas para resolver esses problemas, como pode ser visto, por exemplo nos trabalhos: [Furlan et al. 2015] e [Meng et al. 2018], entre outras.

[Toscano et al. 2019] apresentaram heurísticas de decomposição para o problema de bebidas à base de frutas, em que tempos e custos de setup são independentes da sequência. Os autores encontraram resultados satisfatórios e melhores do que a solução real de uma empresa.

Sendo assim, neste trabalho investiga-se e propõem-se métodos de solução baseados no modelo matemático descrito por [Toscano 2017]. O objetivo é propor heurísticas que utilizem a estrutura do modelo, para obtenção de boas soluções em tempos razoáveis de resolução.

Na Seção 2 é apresentada a descrição do problema. O modelo inteiro misto utilizado nas heurísticas é apresentado na Seção 3. Métodos heurísticos propostos são apresentados na seção 4. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais e são apresentados na Seção 5. Na Seção 6 são apresentadas as conclusões e as perspectivas para pesquisas futuras.

2. Descrição do Problema

Conforme mencionado, a produção de bebidas à base de frutas é composta basicamente por dois estágios principais de produção: o Tanque Preparatório, responsável pelo preparo da bebida, e a Linha, onde bebida é pasteurizada, envasada e empacotada. A Linha é composta por tanques pulmões, pasteurizadores e máquinas de envase.

No primeiro estágio, a produção é iniciada em tanques preparatórios onde ingredientes são misturados com água. Por razões de homogeneidade, existe uma quantidade mínima que deve ser produzida (lote mínimo), até uma quantidade máxima definida pelo tamanho dos tanques preparatórios (lote máximo). Cada preparação de tanque (batelada) é considerado um lote s. Depois de pronta, a bebida do lote s é enviada, através de tubulações, do tanque preparatório para o tanque pulmão (linha), liberando o tanque preparatório para a preparação de um novo lote de bebida $(s+1)$. Enquanto o tanque preparatório prepara o novo lote $s+1$, o tanque pulmão abastece o pasteurizador e a máquina de envase do lote s, no segundo estágio. Os itens finais são então empacotados e enviados para o estoque. O tempo de preparo de um lote nos tanques preparatórios é fixo e o tempo de envase de um lote varia de acordo com a velocidade das máquinas de envase.

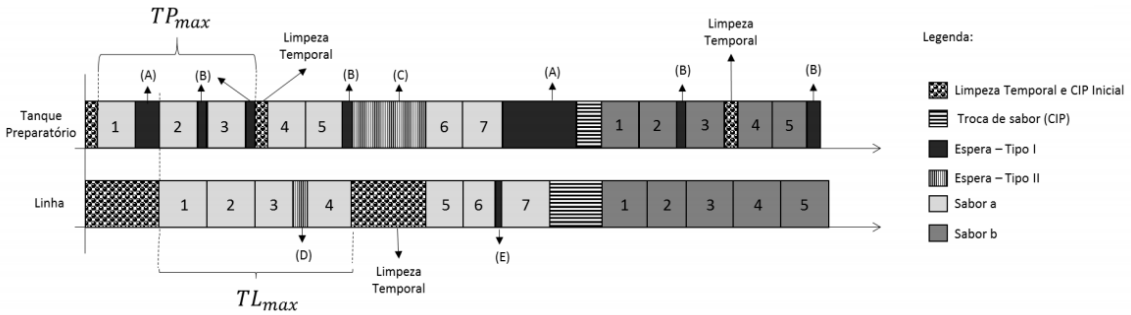
As paradas do tanque preparatório e da linha ocorrem apenas para a realização de limpezas, denominadas de CIP (*Clear in Place*). Os CIPs na linha ocorrem em dois momentos: no início de cada período e a cada, no máximo, TL_{max} horas de produção contínua do mesmo sabor. Nos tanques preparatórios também é necessária a realização de CIP no início do período e a cada TP_{max} horas de preparo contínuo do mesmo sabor. Neste caso o tempo máximo de produção contínua para exigência de um CIP, TP_{max}, é menor do que o da linha TL_{max} (Figura 1). Os CIPs realizados a cada determinado tempo de produção contínua do mesmo sabor são denominados *limpezas temporais* [Toscano 2017]. O tempo para a realização de um CIP é fixo e não depende da sequência de produção. Para troca de sabor também são realizadas limpezas, porém, neste caso os tempos e os custos de troca são dependentes da sequência dos sabores.

Com o objetivo de encontrar uma programação da produção factível para esse problema, é preciso considerar a sincronia entre os estágios. Na Figura 1 é apresentada uma programação da produção factível para um exemplar ilustrativo com um período.

Estão representados dois itens a serem produzidos “a” e “b”, um tanque preparatório e uma linha. Na Figura 1, a linha pontilhada no final da espera do lote 1 do sabor a representam o instante em que o lote está sendo transferido do tanque preparatório para o tanque pulmão. As outras transferências acontecem da mesma maneira. Cinco situações de esperas são representadas nessa figura (A, B, C, D, E). As esperas (A), (B) e (E) são intrínsecas ao problema dois estágios com o tanque pulmão, e são denominadas esperas tipo I. As esperas (C) e (D) acontecem devido às limpezas temporais e são denominadas esperas tipo II.

Para mais detalhes sobre esses processos de produção, veja, por exemplo [Toscano 2017]. Portanto, para resolver o problema de programação da produção de bebidas à base de frutas, é preciso definir como será realizada a produção para atendimento da demanda dos clientes minimizando estoques e atrasos e considerando todas as características descritas acima.

Figura 1. Exemplo de uma programação da produção factível



Fonte: Adaptado de [Toscano 2017]

3. Modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios com limpezas temporais

Nesta seção é apresentado o modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios com limpezas temporais (MDSL-2E-LT), encontrado em [Toscano 2017] e [Toscano et al. 2016]. O índice m é considerado como o conjunto tanque preparatório, tanque pulmão, pasteurizador e máquinas de envase ligadas a esse pasteurizador, uma vez que cada tanque preparatório está dedicado a uma linha. A sequência de sabores para cada máquina e cada período inicia e termina com a produção do item fantasma. A troca do item fantasma para o primeiro item que será produzido representa a primeira limpeza temporal que acontece no período e a troca de qualquer item para o item fantasma não tem custo e o tempo dessa troca é considerado nulo.

Os conjuntos utilizados nesse modelos são: J é conjunto de itens (sabores) $(i\ e\ j \in J)$; M é conjunto de tanques preparatórios/linhas $(m \in M)$; T é conjunto de períodos $(t \in T)$; O_{mt} é conjunto de lotes que podem ser produzidos por m, no período t $(o \in O_{mt})$; Q^I_{mt} é o conjunto de possíveis limpezas temporais no tanque preparatório m, no período t $(k \in Q^I_{mt})$; Q^{II}_{mt} é o conjunto de possíveis limpezas temporais na linha m, no período t $(l \in Q^{II}_{mt})$.

Os parâmetros são: d_{jt} é a demanda em unidades do item j no período t; h^+_j é o custo de estoque de uma unidade do item j; h^-_j é o custo de atraso de uma unidade do item j; I^+_{jo} é o estoque em unidades do item j no início do primeiro período do horizonte de planejamento. Considera-se $I^+_{jo} = 0$; I^-_{jo} é o atraso em unidades do item j no início do primeiro período do horizonte de planejamento. Considera-se $I^-_{jo} = 0$; i_0 é o produto fictício para o qual o tanque preparatório e a linha são preparados no início da cada período (item fantasma); LB_j é a quantidade mínima de produção, em litros, do item j em um tanque (lote mínimo de cada batelada); UB_j é a quantidade máxima de produção, em litros, do item j em um tanque (lote máximo de cada batelada); p_j é a quantidade de bebida em litros para produzir uma unidade de um item do tipo j; T_p é o tempo de produção (mistura / preparo) de um lote de bebida no tanque, independente de sabor e quantidade do tipo j; LT^I é o tempo de realização de uma limpeza temporal no tanque preparatório; LT^{II} é o tempo de realização de uma limpeza temporal na linha; Clt é o custo de uma limpeza temporal no tanque preparatório e na linha; TC^I_{ij} é o tempo de uma limpeza no tanque preparatório para troca do item i para o item j; TC^{II}_{ij} é o tempo de uma limpeza na linha para troca do item i para o item j; Cap_{mt} é a capacidade total disponível em tempo do tanque preparatório / linha m no período j; S_m é a velocidade de envase da linha m em litros por hora; TP_{max} é o tempo máximo permitido sem limpeza temporal desde a realização da última limpeza no tanque preparatório, durante a produção de um mesmo sabor; TL_{max} é o tempo máximo permitido sem limpeza temporal desde a realização da última limpeza na linha, durante a produção

de um mesmo sabor. $Mgde$ é um número suficientemente grande; C_{ij} é a penalização da troca do item i para o item j; $\propto$ é a penalização das variáveis ω^{I}_{mjtok} e ω^{II}_{mjtol} na função objetivo.

As variáveis do modelo são X_{mjto}: quantidade de itens do tipo j produzida pelo par tanque preparatório / linha m no período t no lote o; I^{+}_{jt}: estoque em unidades de item j no final do período t; I^{-}_{jt}: atraso em unidades de item j no final do período t; V_{mjt}: variável auxiliar para eliminação de subrota envolvendo o item j no conjunto tanque preparatório / linha m no período t; μ^{Is}_{mjto}: instante de início do preparo do lote o do item j no tanque preparatório m no período t; μ^{Ie}_{mjto}: instante de termino do preparo do lote o do item j no tanque preparatório m no período t; μ^{IIs}_{mjto}: instante de início do preparo do lote o do item j na linha m no período t; μ^{IIe}_{mjto}: instante de termino do preparo do lote o do item j na linha m no período t; ψ^{I}_{mjtok} (ψ^{II}_{mjtol}): instante de início da limpeza temporal k no tanque preparatório (linha) m que ocorre imediatamente antes do envase do lote o do sabor j no período t; W^{I}_{mjtok}=1 (W^{II}_{mjtol}=1), se é realizada a limpeza temporal k (l) no tanque preparatório (linha) m imediatamente antes do início do lote o do sabor j no período t; 0, caso contrário; Z_{mijt}=1, se existe uma troca do item i para o item j no tanque preparatório (linha) m no período t; 0, caso contrário; Z_{mjjt}=0, para todo item j; Y_{mjto}=1, se há produção pelo conjunto tanque preparatório/linhas m do item j no lote o no período t; 0, caso contrário; ω^{I}_{mjtok}=1 (ω^{II}_{mjtol}=1), se os lotes, a partir do lote o (inclusive), $o > 1$, do sabor j no tanque preparatório (linha) m no período t, ocorrem após a limpeza temporal k (l); 0, caso contrário.

O Modelo MDSL-2E-LT é dado pelas equações (1) – (32).

Função Objetivo.

$$Min\ FO = \sum_{t\in T}\sum_{j\in J}(h^{+}_{j}I^{+}_{jt} + h^{-}_{j}I^{-}_{jt}) + \sum_{m\in M}\sum_{i\in J}\sum_{t\in T}\sum_{o\in O_{mt}}\sum_{k\in Q^{I}{}_{mt}} Clt(W^{I}_{mitok} + \propto \omega^{I}_{mitok})$$

$$+ \sum_{m\in M}\sum_{t\in T}\sum_{j\in J}\sum_{\substack{i\in J\\ i\neq j}} C_{ij}Z_{mijt} + \sum_{m\in M}\sum_{i\in J}\sum_{t\in T}\sum_{o\in O_{mt}}\sum_{l\in Q^{II}{}_{mt}} Clt(W^{II}_{mitol} + \propto \omega^{II}_{mitol})\,. \quad (1)$$

Sujeito a:

Restrições de dimensionamento e sequenciamento de lotes.

$$I^{+}_{j(t-1)} + I^{-}_{jt} + \sum_{m\in M}\sum_{o\in O_{mt}} X_{mjto} = d_{jt} + I^{+}_{jt} + I^{-}_{j(t-1)} \qquad \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (2)$$

$$\rho X_{mjto} \geq LB_{j}Y_{mjto} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \quad (3)$$

$$\rho X_{mjto} \leq \min\{UB_{j}, S_{m}TL_{max}\}Y_{mjto} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \quad (4)$$

$$Y_{mjt(o-1)} \geq Y_{mjto} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (5)$$

$$\sum_{o\in O_{mt}} Y_{mi_{0}to} \leq 1 \qquad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (6)$$

$$\sum_{\substack{j\in J\\ j\neq i_{0}}} Z_{mi_{0}jt} \geq \sum_{\substack{i\in J\\ i\neq k}} Z_{mikt} \qquad \forall m \in M, \forall k \in J, \forall t \in T, \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i\in J\\ i\neq j}} Z_{mijt} = \sum_{\substack{i\in J\\ i\neq j}} Z_{mjit} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j\in J\\ j\neq i}} Z_{mijt} \leq 1 \qquad \forall m \in M, \forall i \in J, \forall t \in T, \quad (9)$$

$$V_{mjt} \geq (V_{mit} + 1) - (|J| - 1)(1 - Z_{mijt}) \qquad \forall t \in T, \forall m \in M, \forall i, j \in J\backslash i_{0}, i \neq j. \quad (10)$$

$$\sum_{o \in O_{mt}} Y_{mjto} \leq |O_{mt}| \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, j \neq i_0 \quad (11)$$

Restrições de controle do tempo dos subperíodos.

$$\mu^{Is}_{mj1t} \geq LT^{I}\, Z_{mi_0jt} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (12)$$

$$\mu^{IIs}_{mj1t} \geq \max\{LT^{II}\, Z_{mi_0jt}, \mu^{Ie}_{mj1t}\} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (13)$$

$$\mu^{Ie}_{mjto} = \mu^{Is}_{mjto} + Tp\, Y_{mjto} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \quad (14)$$

$$\mu^{IIe}_{mjto} = \mu^{IIs}_{mjto} + \left(\frac{X_{mjto}}{S_m}\right) \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \quad (15)$$

$$\mu^{Is}_{mjto} \geq \mu^{Ie}_{mj(o-1)t} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (16)$$

$$\mu^{IIs}_{mjto} \geq \mu^{IIe}_{mj(o-1)t} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (17)$$

$$\mu^{Is}_{mj1t} \geq \mu^{Ie}_{mi|O_{mt}|t} + TC^{I}_{ij} - Mgde(1 - Z_{mijt}) \qquad \forall m \in M, \forall i \in J, \forall t \in T, i \neq j, j \neq i_0, \quad (18)$$

$$\mu^{IIs}_{mj1t} \geq \mu^{IIe}_{mi|O_{mt}|t} + TC^{II}_{ij} - Mgde(1 - Z_{mijt}) \qquad \forall m \in M, \forall i, j \in J, \forall t \in T, i \neq j, j \neq i_0, \quad (19)$$

Restrições de sincronia.

$$\mu^{IIs}_{mjto} \geq \mu^{Ie}_{mjto} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (20)$$

$$\mu^{Is}_{mjto} \geq \mu^{IIs}_{mj(o-1)t} + Mgde(1 - Y_{mjto}) \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (21)$$

Restrições de capacidade.

$$\mu^{IIe}_{mjto} \leq Cap_{mt} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T\,, \quad (22)$$

$$\mu^{Ie}_{mjto} \leq Cap_{mt} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T\,, \quad (23)$$

Restrições de Limpezas Temporais no primeiro estagio

$$\mu^{IIs}_{mjto} - \mu^{Is}_{mjt1} - Mgde(1 - Y_{mjto}) \leq Mgde\, \omega^{I}_{mjto1} + TP_{max} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, o > 1, \quad (24)$$

$$W^{I}_{mjtok} \geq \omega^{I}_{mjtok} - \omega^{I}_{mjt(o-1)k} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T\,, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \; o > 1, \quad (25)$$

$$\omega^{I}_{mjt1k} = 0 \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T\,, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \quad (26)$$

$$\mu^{IIs}_{mjto} - \left(\psi^{I}_{mjto'(k-1)} + LT^{I}\right) - Mgde\left(2 - W^{I}_{mjto'(k-1)} - Y_{mjto}\right) \leq Mgde\, \omega^{I}_{mjtok} + TP_{max}$$

$$\forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o' \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, o > o', k > 1. \quad (27)$$

$$\psi^{I}_{mjtok} \leq Mgde\; W^{I}_{mjtok} \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \quad (28)$$

$$\mu^{Is}_{mjto} \geq \psi^{I}_{mjtok} + LT^{I}\, W^{I}_{mjtok} - Mgde\left(1 - W^{I}_{mjtok}\right) \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \quad (29)$$

$$\mu^{Is}_{mjto} \leq \psi^{I}_{mjtok} + LT^{I}\, W^{I}_{mjtok} - Mgde\left(1 - W^{I}_{mjtok}\right) \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \quad (30)$$

$$\psi^{I}_{mjtok} \leq \mu^{IIs}_{mjt(o-1)} - Mgde\left(1 - W^{I}_{mjtok}\right) \qquad \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, o > 1 \quad (31)$$

$$X_{mjto}, I^{+}_{jt}, I^{-}_{jt}, V_{mjt}, \mu^{Is}_{mjto}, \mu^{Ie}_{mjto}, \mu^{IIs}_{mjto}, \mu^{IIe}_{mjto}, \psi^{I}_{mjtok}, \psi^{II}_{mjtol} \geq 0;\ W^{I}_{mjtok}, W^{II}_{mjtol}\ \mathbb{Z}_{+};\ Z_{mijt},\ Y_{mjto},$$
$$\omega^{I}_{mjtok}, \omega^{II}_{mjtol} \in \{0,1\};\ \forall m \in M, \forall j \in J, \forall t \in T, \forall o \in O_{mt}, \forall k \in Q^{I}{}_{mt}, \forall l \in\ Q^{II}{}_{mt}. \quad (32)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos de estoque, atrasos, a realização de trocas, limpezas temporais e penaliza as variáveis ω^{I}_{mjtok}, ω^{II}_{mjtol}. As restrições de balanceamento de estoque e demanda são dadas por (2). Os lotes mínimo e máximo são definidos, respectivamente, por (3) e (4). As restrições (5) eliminam simetrias fazendo que os lotes ociosos fiquem para o final do período. Para garantir que o item fantasma seja produzido uma única vez no período e seja o primeiro item do período, são utilizadas (6) e (7). As restrições de (8) a (11) garantem o sequenciamento dos sabores no período. As restrições (12) asseguram que o primeiro lote do período t, que pode ser do sabor j, será produzido no estágio I após a primeira limpeza do período, essas restrições determinam as esperas tipo (A) representadas na Figura 1. As restrições (13) modelam o início do envase do primeiro lote do período. O instante que o lote o é finalizado no tanque preparatório é igual ao instante de início do lote com o tempo de prepará-lo, conforme às restrições (14). Da mesma forma, na linha, esses tempos são garantidos por (15). As restrições (16) e (17) garantem, respectivamente, que para o estágio I e para o estágio II um lote o só pode ser iniciado depois da finalização do lote anterior $o-1$. As restrições (18) determinam que se houver uma troca do item i para o item j no estágio I, o tempo de início do primeiro lote do item j deve ser posterior ao final do último lote $O = |O_{mt}|$ do item i, mais o tempo de troca. Analogamente, as restrições (19) funcionam para o estágio II. A sincronia entre os dois estágios é dada pelas restrições (20) e (21). Essas restrições garantem as esperas (B) e (E) representadas na Figura 1. A capacidade é garantida impondo que o instante final do último lote O, de qualquer sabor, seja menor do que a capacidade disponível, dado pelas restrições (22) e (23). A primeira limpeza temporal que acontece no período antes do preparo do lote o para o item j no tanque preparatório m é identificada pelo conjunto de restrições (24), (25) e (26). As restrições (28), (29), (30) e (31) incluem as limpezas temporais na programação, mantendo a sincronia. Para a identificação e inclusão de limpezas temporais na linha são utilizadas restrições funcionam de maneira análoga às restrições (24)-(31), para maior detalhes ver [Toscano 2017]. A restrição (32) determina o domínio das variáveis.

Note que se forem consideradas somente a função objetivo (1) e as restrições de (2) a (23), tem-se um modelo que considera os dois estágios de produção, a sincronia entre os estágios e a existência do tanque pulmão, desprezando as limpezas temporais. Esse modelo é chamado de MDSL-2E.

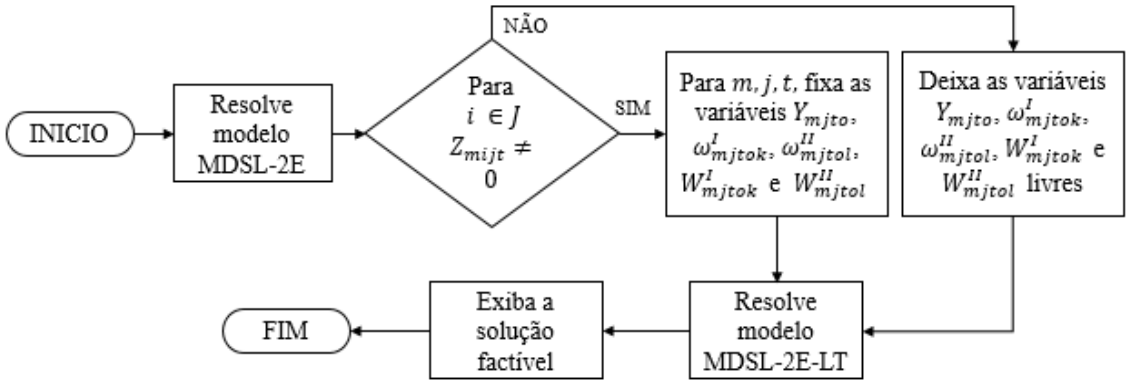
4. Métodos de solução para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios com limpezas temporais

Para resolver o problema descrito na Seção 2 são propostas quatro heurísticas, que resolvem o problema decompondo o modelo MDSL-2E-LT. Essas heurísticas são divididas em dois grupos. No primeiro grupo (heurísticas H1 e H2) resolve-se inicialmente o problema desconsiderando as limpezas temporais, utilizando para isso o modelo MDSL-2E. Através da solução obtida pelo *solver* para o modelo sem as limpezas temporais, algumas decisões (variáveis), como por exemplo o sequenciamento, são fixadas, as restrições de limpezas temporais (24)-(31) são adicionadas, e o modelo MDSL-2E-LT é então resolvido, com algumas variáveis definidas (fixadas).

O segundo grupo de heurísticas (H3 e H4) o problema também é resolvido através de dois modelos. Entretanto, para o primeiro modelo as heurísticas estimam a quantidade das possíveis limpezas e reduzem a capacidade nessa primeira fase, com o intuito de melhorar os resultados da segunda fase. De posse da solução obtida com o primeiro modelo, algumas variáveis são fixadas no modelo MDSL-2E-LT, e este é então resolvido.

O fluxograma da heurística H1 é apresentado na Figura 2. A partir da programação da produção, gerada pelo MDSL-2E, se não houver troca de um item i um item j, ou seja, se $Z_{mijt} = 0$, para todo $i, j \in J$ e para todo, $t \in T, m \in M$ e $o \epsilon O_{mt}$, na solução obtida para o MDSL-2E, intui-se que não haverá limpezas temporais para esses itens no modelo MDSL-2E-LT. Logo, ω^{I}_{mjtok}, ω^{II}_{mjtol}, W^{I}_{mjtok} e W^{II}_{mjtol} são fixadas em zero, para esses itens, períodos, máquinas e lotes. Em seguida o modelo MDSL-2E-LT é resolvido. A fixação dessas variáveis, antes da solução do modelo MDSL-2E-LT, gera uma ajuda importante ao CPLEX pois diminui substancialmente o número de variáveis e restrições desse modelo.

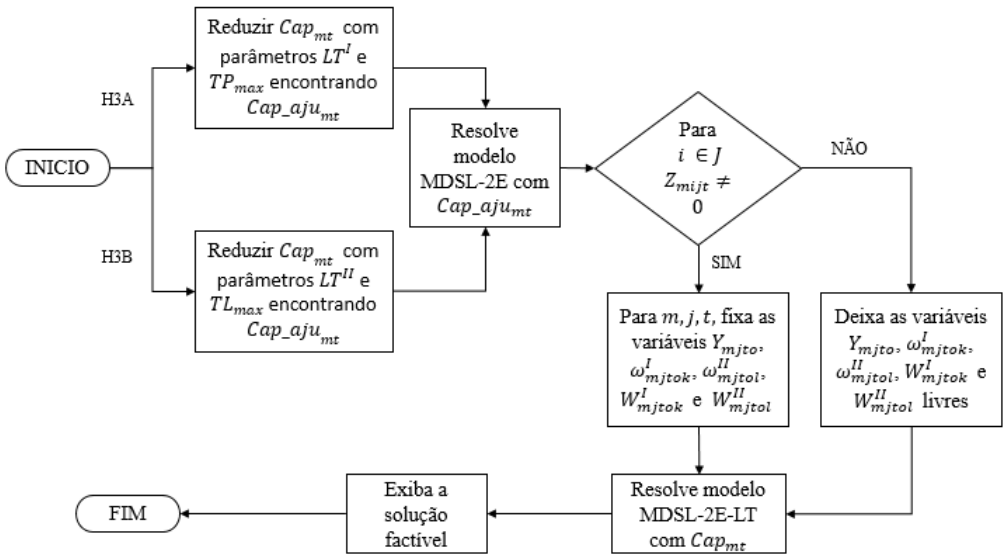
Figura 2. Fluxograma H1.



A heurística H2 segue o mesmo fluxograma da heurística H1 apresentada na Figura 2. A única modificação se encontra na fixação, neste caso, verifica-se que se $Y_{mjto} = 0$, não há produção do item j, logo também não vai ter limpeza temporal no tanque preparatório e nem na linha para o sabor j no período t, assim fixam-se $W^{I}_{mjtok} = 0$ e $W^{II}_{mjtol} = 0$ e resolve-se o modelo MDSL-2E-LT, com essas variáveis fixadas.

As heurísticas H3A e H3B tem como objetivo reduzir o valor de Cap_{mt} na resolução do modelo MDSL-2E, subtraindo de Cap_{mt} um tempo estimado que seria necessário para as possíveis limpezas temporais do período. O modelo MDSL-2E é resolvido com a capacidade reduzida. A partir da solução obtida, utiliza-se o critério de fixação das variáveis da heurística H1 para fixar as variáveis no modelo MDSL-2E-LT e em seguida resolvê-lo. O Fluxograma para essas heurísticas está apresentado na Figura 3.

Figura 3. Fluxograma H3A e H3B.



A diferença entre H3A e H3B é na maneira como a capacidade é reduzida. Inicialmente calcula-se uma estimativa no tempo necessário (Tn) para produzir toda a demanda nas linhas: $Tn = \frac{\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} d_{jt}}{\sum_{m \in M} S_m}$. Com esses valores é possível estimar, de maneira bem simplificada, o número de limpezas temporais da linha e do tanque preparatório. Na H3A desconta-se da capacidade as limpezas temporais para o tanque preparatório, obtendo um valor de capacidade ajustado: $Cap_aju_{mt} = Cap_{mt} - \left(\frac{Tn}{TP_{max}}\right) * LT^I$. Na H3B, o valor de Cap_aju_{mt} é calculado utilizando os parâmetros da linha (LT^{II} e TL_{max}).

Com respeito à H4A e H4B, o modelo resolvido na primeira fase é um modelo encontrado em [Trassi et al. 2017]. Trata-se de uma simplificação do modelo MDS-2E-LT, em que a quantidade de limpezas temporais é estimada através de variáveis, e após a resolução do modelo é preciso fazer um pós-processamento para obtenção de uma solução factível. Esse modelo é denominado Modelo Relaxado e não será apresentado aqui por limitação de espaço. Para mais detalhes veja [Trassi et al. 2017] e [Toscano 2017].

Depois de obter solução do Modelo Relaxado, a heurística H4A continua o fluxo como o da heurística H1 (Figura 2), enquanto a heurística H4B usa o critério de fixação da heurística H2.

5. Resultados

Os testes foram realizados em um computador Intel Core i7 com um processador de 3.0GHz e memória de 8GB. Os modelos foram implementados em linguagem de modelagem PYTHON e resolvidos pelo sistema de otimização CPLEX 12.8.0. Os critérios de parada para o solver são: o tempo limite de 3.600 segundos ou o gap menor do que 0,1%.

A fim de avaliar o desempenho dos métodos foram utilizadas 7 instâncias baseadas em dados reais de uma fábrica de bebidas à base de frutas. As instâncias S1 e S2 são exemplares pequenos (2 períodos e 4 sabores), M é a instância média (3 períodos e 5 sabores) e de L1 a L4 são as instâncias grandes (6 sabores, L1 e L3 com 4 períodos, L2 com 5 períodos e L4 com 13 períodos). Em todos os exemplares utilizou-se $m = 2$. O número total de lotes para cada item j em cada máquina m e período t, $|O_{mt}|$, varia de acordo com a quantidade de lotes que é possível fazer dada a capacidade disponível. Nesses exemplares os valores de $|O_{mt}|$ variam de 6 (exemplar S2) à 54 (exemplar L4). O exemplar S2 é idêntico ao exemplar S1, exceto pelo número máximo de lotes possíveis $|O_{mt}|$, que em S2 é metade do valor de S1.

A Tabela 1 apresenta o número de variáveis e restrições de cada exemplar, além disso os valores da função objetivo (FO) em u.m., do *gap* e o tempo despendido, ao serem resolvidos pelo CPLEX. São apresentados também a quantidade total de estoque e atraso para cada instância.

Os *gaps* são altos, maiores do que 75% para as instâncias grandes e maior do que 30% para a instância média. Para as instâncias menores S1 e S2 alcança-se a solução ótima. Isso se deve ao fato do tamanho dos problemas, como pode ser visto na Tabela 1, e de limitantes ruins. Além disso, em instâncias maiores começa a existir estoques e atraso que afetam a função objetivo do problema de minimização de custos. Essas funções objetivos são altas devido aos pesos dados ao estoque e ao atraso.

Como mencionado na Seção 3, utiliza-se o modelo MDSL-2E para encontrar uma primeira solução. O número de variáveis e restrições MDSL-2E tem uma grande diferença com o do modelo MDSL-2E-LT. Por exemplo, para a instância L2, o número de variáveis do modelo MDSL-2E é 56.282 (74,24% do valor em MDSL-2E-LT), e de restrições é 29.842 (somente 6,09% do valor em MDSL-2E-LT). Isso mostra o quão onerosas são as restrições de definição das limpezas temporais.

Dois testes foram realizados para todas as heurísticas para comparar o impacto do tempo despendido na primeira parte das heurísticas. No Teste 1 o tempo para obtenção de uma solução sem a consideração da limpeza temporal foi configurado em 400 seg., para o Teste 2 em 1.200 seg. Em ambos os testes o critério de parada na resolução do MDSL-2E e do modelo de [Trassi et al. 2017] é o tempo ou um *gap* de 0.1%. O tempo máximo da heurística é de 3.600 segundos.

Na Tabela 2 mostram-se os resultados do Teste 1 para as seis heurísticas onde evidencia-se um melhor desempenho global para H4B, dando como resultado custos melhores ou iguais em 6 das 7 instâncias (exceto para L2) comparado com o CPLEX. A H1 apresenta um melhor comportamento no tempo despendido para as instâncias menores, em média de 10 seg., achando custos similares comparado com o resultado obtido pelo CPLEX com em média 823 seg. A Tabela 3 apresenta os resultados do Teste 2, onde H2 mostra uma melhor solução na FO, especialmente em todas as instâncias maiores (L) apresenta uma redução do custo, em média, de 52% quando comparado com os resultados obtidos pelo CPLEX.

Tabela 1. Resultados das instâncias pelo Teste 1.

	H1		H2		H3A	
Inst.	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
S1	17,07	16,92	15,02	85,59	17,07	18,28
S2	17,02	3,88	17,01	15,16	17,02	4,19
M1	26,10	3.600,00	27,11	3.600,00	26,10	3.600,00
L1	46,77	3.600,00	42,59	3.600,00	47,78	3.600,00
L2	840.916,26	3.600,00	1.206.634,07	3.600,00	27.773.049,34	3.600,00
L3	73.852.529,46	3.600,00	2.267.974,94	3.600,00	76.811.290,94	3.600,00
L4	1.065.126.650,82	3.600,00	422.436.284,77	3.600,00	2.023.146.063,08	3.600,00
	H3B		H4A		H4B	
Inst.	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
S1	15,02	89,93	14,02	378,83	14,02	125,59
S2	15,01	7,79	2.725.019,03	4,24	14,01	9,90
M1	25,12	3.600,00	6.100.036,34	440,64	25,07	3.600,00
L1	43,56	3.600,00	42,73	3.600,00	53,22	3.600,00
L2	15.910,07	3.600,00	92.745,64	3.600,00	1.463.758,11	3.600,00
L3	14.813.254,02	3.600,00	26.887.542,83	3.600,00	612.555,37	3.600,00
L4	134.865.418,48	3.600,00	2.387.269.512,33	3.600,00	246.451.430,72	3.600,00

Ao comparar os Testes 1 e 2, com relação a FO, evidencia-se melhores resultados no Teste 1, especialmente nas instâncias maiores (L), em média 271.080.574,9 para o Teste 1 e 318.135.764,4 para o Teste 2. Para as instâncias menores, os resultados obtidos com os dois testes apresentam dados similares tanto em tempo de execução quanto em custos, nas 6 heurísticas. Acredita-se que isso tenha acontecido, pois no Teste 1 resta mais tempo para o CPLEX resolver o MDSL-2E-LT nas instâncias mais difíceis.

Para dar uma ideia da importância do estoque, atraso e limpezas temporais nos custos de produção, apresenta-se na Tabela 4, os resultados obtidos pelo CPLEX e pelas heurísticas com melhor desempenho em cada teste, para a maior instância, L4. Nessa tabela estão apresentados: a FO, a quantidade de itens em estoque e em atraso, a quantidade de limpezas temporais em cada estágio (LTI e LTII) e o número total de limpezas temporais, LT. Percebe-se que o modelo procura um balanceamento entre estas quatro variáveis, sendo melhor ter unidades em estoque do que em atraso, uma vez que os custos de atraso são 100 vezes maiores do que os custos de estoque. Atrasos podem fazer com que a empresa perca dinheiro, vendas e credibilidade, e por isso não são desejáveis. O custo das limpezas temporais não são tão onerosos quantos os outros custos. Logo, é preferível realizar limpezas temporais e atender o máximo possível da demanda, como pode ser visto na solução apresentada pelo Teste 1 na heurística H4B. Note que o CPLEX atrasa muito a produção e consequentemente, a solução apresentada não tem limpezas temporais no segundo estágio.

Tabela 2. Resultados das instâncias pelo Teste 2.

	H1		H2		H3A	
Inst.	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
S1	17,07	16,92	15,02	85,59	17,07	18,28
S2	17,02	3,88	17,01	15,16	17,02	4,19
M1	26,10	3.600,00	27,11	3.600,00	26,10	3.600,00
L1	46,77	3.600,00	42,59	3.600,00	47,78	3.600,00
L2	15.976.333,28	3.600,00	1.858,89	3.600,00	84.147.203,85	3.600,00
L3	73.852.529,54	3.600,00	2.267.974,81	3.600,00	76.811.288,63	3.600,00
L4	1.586.608.716,20	3.600,00	746.215.870,34	3.600,00	1.844.861.660,03	3.600,00
	H3B		H4A		H4B	
Inst.	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
S1	15,02	89,93	14,02	378,83	14,02	125,59
S2	15,01	7,79	2.725.019,03	4,24	14,01	9,90
M1	25,12	3.600,00	6.100.036,34	1.240,72	25,07	3.600,00
L1	42,60	3.600,00	42,80	3.600,00	54,31	3.600,00
L2	316.739,06	3.600,00	145.159,19	3.600,00	83.924,80	3.600,00
L3	10.872.547,55	3.600,00	9.068.519,98	3.600,00	15.424.890,31	3.600,00
L4	103.158.715,36	3.600,00	2.260.046.444,67	3.600,00	805.397.692,17	3.600,00

Tabela 4. Exemplo da importância dos estoques e atrasos.

Instância	F.O	Total Estoque	Total Atraso	LTI	LTII	LT	Método
	1.108.108.477,16	80.333,33	11.073.050,42	4	0	4	CPLEX
L4	246.451.430,72	882.370,42	2.376.275,83	30	2	32	Teste 1 - H4B
	746.215.870,34	587.500,00	7.403.407,50	13	3	16	Teste 2 - H2

5. Conclusões e perspectivas futuras.

Nesse trabalho foi abordado um problema real de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de bebidas à base de frutas. Apresentou-se variações de heurísticas e parâmetros de solução para resolver o problema e os resultados foram comparados com a resolução de um modelo integrado encontrado na literatura [Toscano 2017]. Testes realizados com instâncias baseadas em dados reais mostraram que a maioria das heurísticas em instâncias pequenas tem solução em tempos mais rápidos, em média de 90%, quando comparadas ao CPLEX. Nota-se que a heurística H4B obteve o melhor desempenho no Teste 1, com resultados de função objetivo 17% menores, na média, quando comparados ao CPLEX. No Teste 2, o melhor desempenho foi da heurística H2, com valores de função objetivo 25% menores do que o CPLEX, na média. Ressalta-se que essa heurística apresenta, para todas as instâncias maiores, melhores soluções, em média de 52%, nos custos de produção se comparadas com CPLEX.

Mais testes computacionais devem ser realizados, com outras instâncias para uma melhor comparação entre as estratégias aqui propostas.

Como pesquisa futura pretende-se desenvolver matheurísticas (metaheurísticas hibridizadas com modelos matemáticos) para esse problema. As heurísticas aqui desenvolvidas podem ser utilizadas para a obtenção de uma solução inicial para esses métodos mais robustos.

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES, a FAPESP processo n. 2016/01860-1 e ao CNPq processo n. 439264/2018-9 e n. 309612/2018-7, pelo auxílio financeiro.

Referências

Baldo, T. A., Santos, M. O., Almada-Lobo, B., Morabito, R., e Frias, R. (2014). An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, *72*, 58–71.

Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, · Herbert, e Tempelmeier. (2017). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*, *39*, 1–64.

Fernandes, Faria, F. C., e Godinho, M. (2010). Planejamento e controle da produção: dos

fundamentos ao essencial. *São Paulo: Atlas* (2010º ed). São Paulo: Editora Atlas S.A.
Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B., e Morabito, R. (2012). Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, *136*(2), 255–265.
Furlan, M., Almada-Lobo, B., Santos, M., e Morabito, R. (2015). Unequal individual genetic algorithm with intelligent diversification for the lot-scheduling problem in integrated mills using multiple-paper machines. *Computers & Operations Research*, *59*, 33–50.
Jans, R., e Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: A review. *International Journal of Production Research*, *46*(6), 1619–1643.
Jude, B., e Lemaire, E. (2013). How to Optimize Clean-in-Place (CIP) Processes in Food and Beverage Operations. Schneider Electric White Paper. http://www2.schneider-electric.com/documents/support/white-papers/energy-efficiency/how-to-optimize-clear-in-place-CIP-processes.pdf. Accesado 10 Junho 2018.
Karimi-nasab, M., Modarres, M., e Seyedhoseini, S. M. (2015). A self-adaptive PSO for joint lot sizing and job shop scheduling with compressible process times. *Applied Soft Computing Journal*, *27*, 137–147.
Martínez, K. P., Morabito, R., Angela, E., e Toso, V. (2018). A coupled process configuration, lot-sizing and scheduling model for production planning in the molded pulp industry. *International Journal of Production Economics*.
Meng, T., Pan, Q., Li, J., e Sang, H. (2018). An improved migrating birds optimization for an integrated lot-streaming flow shop scheduling problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, *38*, 64–78.
Mohammadi, M., e Poursabzi, O. (2014). A rolling horizon-based heuristic to solve a multi-level general lot sizing and scheduling problem with multiple machines (MLGLSP_MM) in job shop manufacturing system. *Uncertain Supply Chain Management*, *2*, 167–178.
Motta Toledo, C. F., Da Silva Arantes, M., De Oliveira, R. R. R., e Almada-Lobo, B. (2013). Glass container production scheduling through hybrid multi-population based evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing Journal*, *13*(3), 1352–1364.
Stefansdottir, B., Grunow, M., e Akkerman, R. (2017). Classifying and modeling setups and cleanings in lot sizing and scheduling. *European Journal of Operational Research*, *261*, 849–865.
Toledo, C. F. M., Lucas de Oliveira, R. de F. P., França, P. M., e Morabito, R. (2014). A genetic algorithm/mathematical programming approach to solve a two-level soft drink production problem. *Computers & Operations Research*, 40–52.
Toscano, A., Ferreira, D., e Morabito, R. (2016). Modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios com limpezas temporais: aplicação na produção de bebidas à base de frutas. XLVIII SBPO Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.
Toscano, A., Ferreira, D., e Morabito, R. (2019). A decomposition heuristic to solve the two-stage lot sizing and scheduling problem with temporal cleaning. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, *31*(1), 142–173.
Toscano, A. (2017). Problema da programação da produção de bebidas à base de frutas: modelos de otimização e métodos heurísticos. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFScar - São Carlos.
Trassi, M. V. C., Ferreira, D., Toscano, A., e Morabito, R. (2017). Proposta de resolução heurística para o problema de programação da produção de bebidas à base de frutas. *XXXVII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUCAO*.
Volume de produção do mercado brasileiro das diferentes bebidas. https://abir.org.br/o-setor . Accesado 10 junho 2018.
Xiao, J., Zhang, C., Zheng, L., e Gupta, J. (2013). MIP-based fix-and-optimise algorithms for the parallel machine capacitated lot-sizing and scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 37–41.