LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
Limeira–SP, 02 a 06 de setembro de 2019

OTIMIZAÇÃO DE GRADE DE HORÁRIOS DE PROFESSORES E DISCIPLINAS |DO IFSP - CBT: REFINAMENTO DAS SOLUÇÕES POR PENALIZAÇÕES NA FUNÇÃO OBJETIVO

João Pedro de Sá Moreira
Instituto Federal de São Paulo – Campus Cubatão
R . Maria Cristina, 50 - Casqueiro, Cubatão - SP
jopmoreira20@gmail.com

Glauber Renato Colnago
Instituto Federal de São Paulo – Campus Cubatão
R . Maria Cristina, 50 - Casqueiro, Cubatão - SP
glauber.colnago@ifsp.edu.br

RESUMO

As instituições de ensino fazem a alocação de aulas semestralmente ou anualmente. No entanto, cada instituição possui características, preferências, regras e práticas específicas. Com base nisto, este artigo apresenta um modelo de otimização de grade de horários focando na comparação entre quatro combinações de pesos em penalizações na função objetivo, visando minimizar janelas de aulas, maximizar o atendimento das preferências dos professores, minimizando aulas aos sábados e minimizando a quantidade de dias de aulas dos professores. O modelo, formulado como um problema de programação inteira, foi implementado no IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0. O Instituto Federal de São Paulo (IFSP) possui cursos de nível médio integrado ao técnico e também de nível superior. Os resultados obtidos mostram que os ajustes nos pesos contribuíram para a obtenção soluções mais condizentes com as práticas da instituição.

PALAVRAS CHAVE. Timetabling, Otimização, Grades Horárias.

Tópicos: EDU –PO na Educação, OC –Otimização Combinatória

ABSTRACT

Annually or semiannualy, educational institutions make classes allocation. However, each institution has specific characteristics, preferences, rules and practices. With that being said, the present work presents a timetabling model focusing on the comparison of four different combinations of weights in penalties for the objective function: minimizing windows between shifts, between meetings, the number of allocations on Saturdays and the amount of teachers working days. The created integer programming model was solved using IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0. The Federal Institute of Technology of São Paulo has courses in the secondary and in the undergraduate levels. The results show that with modifications in the objective function it was possible to obtain more satisfactory solutions.

KEYWORDS. Timetabling, Optimization, School Timetabling.

Tópicos: EDU – OR in Education, CO – Combinatorial Optimization

1. Introdução

O início de qualquer período letivo é marcado pela necessidade da criação da grade horária de cursos e professores, atividade esta que pode se tornar cada vez mais complicada de ser efetivamente resolvida pois deve considerar uma série de detalhes e regras que vão desde condições físicas básicas como a alocação de apenas uma aula por professor a cada vez, até leis que devem ser respeitadas. Quanto maior o número de professores e cursos, mais complexo se torna o problema. Modelar matematicamente o procedimento de criação de grades e implementar uma solução computacional reduz em muito a carga de trabalho aplicada nesta atividade. Além de ser um problema de otimização combinatória [COLORNI et al. 1994], a categoria de problemas que envolvem a criação de grades horárias é a de "*Timetabling*", descritas por Kadam & Yadav [2016] como sendo o procedimento de atribuir aulas para horários e salas de aulas, levando em consideração uma série de restrições. Uma outra maneira, mais técnica e genérica de definir os problemas de *timetabling* é apresentada por Qu et al. [2009] como sendo o processo de "agendar" um dado número de situações em um número limitado de espaços de tempo de modo a satisfazer todas as restrições fortes e minimizar as violações de restrições leves o tanto quanto possível. Uma restrição pode ser considerada leve se sua violação funciona apenas como uma penalidade para o valor da função objetivo. No caso da grade horária, o cumprimento das preferências de horários de professores pode ser interpretado como uma restrição leve. Já as restrições fortes definem se uma solução será ou não factível, pois sua violação implica em algo que não condiz com os parâmetros reais do problema, por exemplo, o cumprimento da carga horária requerida das disciplinas ao longo da semana.

Pode-se, portanto, verificar que as restrições fortes se agrupam em um conjunto de restrições que não tendem a sofrer alterações já que sempre terão de ser atendidas para que uma solução seja factível. Já as restrições leves possuem um papel fundamental em proporcionar soluções provenientes de diferentes abordagens a serem seguidas na hora de definir a grade horária. Isto é possível pois cada restrição leve costuma possuir um fator multiplicativo que determinará a sua ordem de prioridade na solução, portanto pode-se por exemplo obter uma solução que priorize a minimização dos dias em que os professores dão aula, enquanto outra solução prioriza o atendimento das preferências de horários e até uma terceira que pondere ambas as situações. Utilizando-se desta ideia, este artigo visa detalhar o trabalho feito com base nesta ideia, em um modelo de otimização inteira de grades horárias feito para o IFSP – Campus Cubatão, onde tais restrições leves foram estudadas e modeladas como penalizações na função objetivo do modelo visando a obtenção de soluções cada vez melhores.

Dito isso, a estrutura deste artigo se apresenta da seguinte maneira: na Seção 2 são apresentados trabalhos correlatos ao tema, na Seção 3 é apresentado o estudo de caso da instituição considerada, assim como a versão base do modelo proposto e sua versão modificada, na Seção 4 são apresentados os impactos das modificações na qualidade da solução final e na Seção 5 são apresentadas as conclusões.

2. Trabalhos correlatos

A literatura apresenta diversas abordagens e estudos de casos reais de modelagem matemática de grades horárias, conforme apontado por Babaei et al. [2015], e a análise deste material permitiu formar uma boa base para a formulação matemática da grade proposta. Dentre os *papers* estudados, os que se destacam serão abordados a seguir.

Kotsko et. al. [2003] maximiza as preferências e necessidades de uma escola da rede pública de ensino do Paraná utilizando o software LINGO. O modelo proposto contempla 12 turmas, contendo ensino fundamental e médio as quais são atendidas por 21 professores e ao todo possuem 640 alunos, sendo as aulas ministradas nos turnos da manhã e da tarde. A resposta obtida para o problema se mostrou eficiente, com o incentivo final de adaptar o modelo para outras escolas.

Goés [2010] apresenta três abordagens para resolver um problema de alocação de horários em uma escola municipal no município de Araucária – PR, com turmas que variam desde o período pré-escolar até a 8ª série (atual 9º ano). As abordagens tratam-se de três métodos distintos para resolver o problema, são elas: pelo método exato, que utiliza o software LINGO e busca pela melhor solução disponível, o método heurístico, baseado no Algoritmo Genético e por último um método misto que implemente os dois métodos anteriores. Para facilitar a inserção de dados no modelo, uma interface foi criada no software Visual Basic. Todos os esforços culminaram para resultados que se apresentaram melhores dos que os resultados manuais.

Kazarlis et. al. [2004] estuda a solução de problemas de alocação de horário em universidade com técnicas de algoritmos genéticos avançadas. As maiores diferenças notadas nas aplicações em universidades relacionam-se com uma complexidade maior nas restrições, um número maior de dados de entrada e uma preocupação em lidar com a alocação de aulas em salas, em certos casos. Uma das aplicações foi no *Technological Educational Institute of Serres*, na Grécia e envolve o departamento de informática e comunicação. A solução final, embora não tenha satisfeito 100% do modelo se mostrou razoável e capaz de substituir a solução manual sem muitos problemas. O algoritmo genético é mais uma vez utilizado para resolver um problema desse tipo em Hamawaki [2005], que o implementa na FEELT – Faculdade de Engenharia Elétrica da UFU - Universidade Federal de Uberlândia – MG. Ainda aplicando o problema em instituições de ensino superior, Daskalaki et al. [2004] apresenta um modelo de programação inteira consistente para aplicações em universidades.

3. Materiais e Métodos

Nesta seção, busca-se dimensionar o problema do IFSP - CBT, assim como apresentar os materiais e métodos utilizados para formular e resolver computacionalmente o modelo matemático.

3.1 A instituição

Atualmente, a instituição oferece os cursos apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 – Cursos ofertados pela instituição

Curso	Nível	Curso	Nível
Automação Industrial	Técnico	Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas	Superior
Informática	Técnico Integrado ao E.M	Licenciatura em Letras – Português	Superior
Eventos	Técnico Integrado ao E.M	Licenciatura em Matemática	Superior
Educação de Jovens e Adultos	Ensino Médio	Engenharia de Controle e Automação	Superior
Tecnologia em Automação Industrial	Superior	Bacharelado em Turismo	Superior

Tecnologia em Gestão de Turismo	Superior	-	-

Fonte: Elaboração própria.

Compondo cerca de 40 turmas para um número próximo de 90 professores formando o corpo docente em três possíveis turnos de aula, sendo o matutino e vespertino com 6 aulas possíveis e o noturno com 5 aulas possíveis (totalizando 17 aulas ao longo de todo um dia), com turmas de segunda a sexta e algumas delas com aulas aos sábados.

No Campus, antes do processo de criação de grades iniciar, cada professor deve preencher um Formulário de Preferência de Atividades, informando os dias e horários em que possui preferência de aulas, e tenta-se alocar o máximo de preferências possíveis, porém geralmente não é possível alocar todas. Cada curso possui um coordenador, responsável por gerenciar a criação da grade do seu curso. Deve existir um compartilhamento de informações entre os coordenadores para eliminar choques na grade, que inevitavelmente ocorrem nas versões iniciais do horário. O processo dura geralmente mais de duas semanas e ainda costuma gerar grades com choques que passaram despercebidos, levando a uma reformulação, que toma mais tempo.

O modelo proposto para automatizar esta atividade deve ser capaz de separar as turmas em seus respectivos turnos, alocar a quantidade necessária de aulas para cada curso, evitar que professores tenham o intervalo interjornadas de 11 horas violado, não colocar professores para trabalhar em mais que dois turnos em um mesmo dia, ser capaz de alocar algumas das turmas aos sábados seguindo um esquema de aulas diferente do visto de segunda a sexta, lidar com divisão de turmas em aulas em laboratórios, entre outras condições, enquanto busca maximizar as preferências dos professores atendidas na solução final.

3.2 Versão base do modelo matemático

Para limitar o domínio das variáveis de decisão, isto é, evitar por exemplo, a criação de variáveis que associem um professor de Cálculo com a disciplina de Comunicação e Expressão, ou uma turma que tem aulas no período matutino ser alocada no período noturno, são criados diversos *sets* e *subsets* (compostos por associações de *sets*) que servirão como uma base de dados que conecta os índices das variáveis de decisão. Os *sets* e *subsets* principais são definidos a seguir.

- *Set de atribuição de aula: PMCKQ= {professor p, disciplina m, turma c, divisão k, quantidade de aulas q}*
- *Set de preferência de aulas: PREF= {professor p, dia d, horário h, turno t}*
- *Set de turmas sem aulas aos sábados: N_SAB = {turma c}*
- *Set de turnos em que turmas não podem ter aula: T_TURNO = {turma c, turno t}*
- *Set de turnos em que turmas tem contraturnos: C_TURNO = {turma c, turno t}*
- *Set de associação entre turnos e horários de aulas: HOR_TURNO = {horário h, turno t}*
- *Set de disciplina com divisão em x blocos de n aulas = {disciplina m}*
- *Set de dias da semana (Seg. a Sab.): D = {2,3,4,…,7}*
- *Subset de horários de aulas (considerando os 3 turnos): H = {1,2,3, …,17}*
- *Subset de turnos: T = {1,2,3}*

- *Subset de parâmetros de quantidades de aulas para disciplinas: QTD = {(m,q,k) | c ϵ PMCKQ}*
- *Subset de atribuição de aula (desconsiderando a quantidade de aulas para disciplinas): PMCK = {(p,m,c,q,k) | c ϵ PMCKQ}*
- *Subset de professores: P = {p | p ϵ PMCK}*
- *Subset de disciplinas: M = {m | m ϵ PMCK }*
- *Subset de turmas: C = {c | c ϵ PMCK }*

Utilizando os itens dos sets apresentados, as variáveis de decisão podem ser definidas. A variável *x* representa uma concatenação de elementos dos *subsets* que configura uma aula, associando um professor **p**, em uma disciplina **m**, em uma turma **c** em um dia da semana **d**, em um horário de aula **h**, em um turno **t**, e há a adição de mais um índice, o **k**, que define se a aula em questão será em uma turma cheia, ou uma divisão da turma (ocorre nas aulas em laboratórios), **k** será 0 se a turma é cheia, 1 se for a divisão em turma 1 e será 2 se for a turma 2. A variável *z* conta os turnos em que um professor dá aula a cada dia.

$$x_{pmckdht} \begin{cases} 1, \text{ se o professor } \mathbf{p}, \text{ dá aula na disciplina } \mathbf{m}, \text{ turma } \mathbf{c}, \text{ com divisão } \mathbf{k} \\ \text{no dia } \mathbf{d}, \text{ horário } \mathbf{h} \text{ e turno } \mathbf{t} \\ 0, \text{ se o contrário ocorre.} \end{cases}$$

$$z_{pdt} = \begin{cases} 1, \text{ se o professor } \mathbf{p} \text{ dá aula no dia } \mathbf{d} \text{ e no turno } \mathbf{t}. \\ \\ 0, \text{ se o contrário ocorre.} \end{cases}$$

Semelhante à variável *z*, foram criadas algumas outras variáveis para realizar contagem, são elas: *y* para contagem de disciplinas em dias, *w* para disciplinas em turnos, *j* para professores em dias e *i* para turmas divididas em dias, por disciplinas.

Diversas situações foram contempladas em forma de restrições para este modelo, dentre as mais importantes, vale citar:

Uma turma só tem uma aula por horário

Nesta restrição, para cada turma, poderá haver ou uma aula com a turma cheia ou para o caso em que a turma estiver dividida, uma aula para cada divisão ao mesmo tempo.

$$\forall c \in C, \quad \forall d \in D, \quad \forall (t,h) \in HOR_TUR$$

$$\sum_{(p,m,c,k) \in PMCK \mid k=0} x_{pmckdht} + \frac{1}{2} * \sum_{(p,m,c,k) \in PMCK \mid k=1} x_{pmckdht} + \frac{1}{2} * \sum_{(p,m,c,k) \in PMCK \mid k=2} x_{pmckdht} \leq 1 \qquad (1)$$

Um professor pode estar apenas em uma aula por vez

Para cada professor, em cada dia, só será alocada uma aula por vez.

$$\forall p \in P,\ \forall d \in D,\ \forall (t,h) \in HOR_TUR$$

$$\sum_{(m,c,k) \in PMCK} x_{pmckdht} \leq 1 \quad (2)$$

Um professor pode dar até onze aulas por dia

Trata-se de uma limitação legal que deve ser contemplada no modelo.

$$\forall p \in P,\ \forall d \in D$$

$$\sum_{(m,c,k) \in PMCK} \sum_{(t,h) \in HOR_TUR} x_{pmckdht} \leqslant 11 \quad (3)$$

A quantidade de aulas de cada turma deve ser igual ao requerido

Esta restrição garante que as cargas horárias das disciplinas sejam respeitadas, seja em aulas com turmas cheias ou divididas.

$$\forall (m,q,k) \in QTD$$

$$\sum_{(p,c) \in PMCK} \sum_{d \in D} \sum_{(t,h) \in HOR_TUR} x_{pmckdht} = q \quad (4)$$

Um professor pode trabalhar em até dois turnos por dia

Esta restrição possui cunho legal, um professor pode trabalhar em quaisquer dois turnos ao longo do dia, no máximo.

$$\forall p \in P,\ \forall d \in D$$

$$z_{pdt} \geq x_{pmckdht} \quad (5)$$

$$\sum_{t \in T} z_{pdt} \leq 2 \quad (6)$$

Garantir que as turmas tenham aulas apenas nos turnos corretos

Esta restrição garante que não serão alocadas aulas para turmas em certos turnos. Como existem turmas que possuem aulas em mais de um turno (contraturnos), torna-se necessário garantir que em um dos turnos não tenha aula, enquanto nos dois restantes, há a possibilidade de aula.

$$\forall (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall d \in D, \forall (t,h) \in HOR_TUR / (c,t) \in T_TURNO$$

$$\sum x_{pmckdht} = 0 \quad (7)$$

Garantir que algumas turmas não tenham aulas aos sábados

Esta restrição evita que as turmas que só tem aulas de segunda a sexta, tenham aulas aos sábados.

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK \mid c \in N_SAB,\ \ \forall\, d \in D \mid d = 7,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR$$

$$\sum x_{pmckdht} = 0 \tag{8}$$

Intervalo interjornadas

Deve haver um intervalo de 11 horas entre a última aula de um dia e a sua primeira aula do próximo dia para um professor.

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \ \forall\, d \in D \mid d < 7,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR$$

$$\forall\, i \in \{0,1\},\ \forall\, j \in \{0,1,2\},\ \forall\, v \in \{0,1,2,3\}$$

$$x_{pmckd(h=14)(t=3)} + x_{pmck(d+1)(h=1)(t=1)} \leq 1 \tag{9}$$

$$x_{pmckd(h=15)(t=3)} + x_{pmck(d+1)(h=1+i)(t=1)} \leq 1 \tag{10}$$

$$x_{pmckd(h=16)(t=3)} + x_{pmck(d+1)(h=1+j)(t=1)} \leq 1 \tag{11}$$

$$x_{pmckd(h=17)(t=3)} + x_{pmck(d+1)(h=1+\,v)(t=1)} \leq 1 \tag{12}$$

As demais restrições do modelo contemplam diversas condições específicas entre as disciplinas ou turmas, porém são modeladas de forma semelhante as restrições já apresentadas. Para organizar as aulas em blocos, possibilitando que, por exemplo, uma disciplina de 5 aulas possa ser dividida em um bloco de 2 aulas e outro de 3 aulas, foram modeladas algumas restrições, que também seguem os padrões já apresentados. Outra restrição também considerada é a diminuição de horários possíveis de aulas em contraturnos, de modo que só uma quantidade mínima está disponível (isto evita alocações muito esparsas).

A função objetivo busca maximizar as preferências de horários dos professores e minimizar a alocação de aulas fora dos turnos principais (turmas que possuem contraturnos, porém com um número reduzido de aulas):

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (p,d,h,t) \in PREF$$

$$Max\ F = \sum x_{pmckdht} \tag{13}$$

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (c,t) \in C_TURNO$$

$$-\sum x_{pmckdht} \tag{14}$$

A Parcela (14) se torna necessária pois mesmo considerando a diminuição nos horários possíveis de aulas para turmas com contraturnos, pode haver uma tendência em colocar aulas nesses horários e deixar janelas no turno principal, portanto a parcela penaliza o objetivo se situações como essas ocorrerem.

3.3 Versão modificada do modelo matemático

Após serem realizados testes com a versão base do modelo, verificaram-se que alguns inconvenientes surgiram. Dentre eles, em alguns momentos, aulas ainda eram alocadas de forma a deixar janelas nos contraturnos. Ocorriam também janelas entre aulas de um mesmo turno, gerando ociosidade sob a ótica dos alunos. Outro inconveniente era que aos sábados eram alocadas muitas aulas, ao passo que se espera ter um número mínimo de aulas neste dia, e por último, seria interessante poder minimizar a quantidade de dias de aula dos professores, na medida do possível.

Para contornar o primeiro problema, foram criados *subsets* que agrupam turmas que possuem em comum a relação entre turno principal e contraturno. Exemplificando, turmas de turno principal matutino e com contraturno no vespertino foram todas agrupadas em um *set* específico, e assim por diante. Com isso, pode-se adicionar parcelas na função objetivo de modo que um gradiente de pesos negativos fosse distribuído pelas aulas no contraturno, de modo a gerar uma tendência de alocar aulas em contraturnos sempre mais próximas do turno principal, evitando janelas.

Foram também adicionados pesos nas primeiras duas aulas do período matutino, e nas das últimas dos períodos vespertino e noturno, para evitar janelas entre aulas de um mesmo período, pois dessa forma, caso alguma aula vaga deva ocorrer, que seja ou no início do turno matutino, ou no fim dos turnos vespertino ou noturno, evitando que os alunos fiquem ociosos.

No caso do problema das aulas aos sábados, bastou criar um *subset* contendo todas as turmas que tem aulas neste dia, e aplicar uma parcela na função objetivo, também aplicando um peso negativo na parcela, de modo que cada alocação de aula ao sábado penalize o objetivo.

E para minimizar a quantidade de dias de aula por professor, basta contabilizar os dias em que os professores dão aulas na semana, e minimizar o somatório desta variável que realiza a contagem para cada professor em cada dia.

A mudança feita na função objetivo é denotada abaixo:

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (p,d,h,t) \in PREF$$

$$Max \sum x_{pmckdht} \tag{15}$$

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (c,t) \in CTT_M$$

$$-\sum \left(x_{pmckd(h=7,\,t=2)} + 2x_{pmckd(h=8,\,t=2)} + 3x_{pmckd(h=9,\,t=2)} + 4x_{pmckd(h=10,\,t=2)} + 5x_{pmckd(h=11,\,t=2)} + 6x_{pmckd(h=12,\,t=2)}\right) \tag{16}$$

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (c,t) \in CTM_T$$

$$-\sum \left(6x_{pmckd(h=1,\,t=1)} + 5x_{pmckd(h=2,\,t=1)} + 4x_{pmckd(h=3,\,t=1)} + 3x_{pmckd(h=4,\,t=1)} + 2x_{pmckd(h=5,\,t=1)} + x_{pmckd(h=6,\,t=1)}\right) \tag{17}$$

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR \mid (c,t) \in CTT_N$$

$$-\sum \left(6x_{pmckd(h=7,\,t=2)} + 5x_{pmckd(h=8,\,t=2)} + 4x_{pmckd(h=9,\,t=2)} + 3x_{pmckd(h=10,\,t=2)} + 2x_{pmckd(h=11,\,t=2)} + x_{pmckd(h=12,\,t=2)}\right) \tag{18}$$

$$\forall\, (p,m,c,k) \in PMCK,\ \forall\, d \in D,\ \forall\, (t,h) \in HOR_TUR$$

$$-\sum 0.1x_{pmckd(h=1,\,t=1)} + 0.01x_{pmckd(h=2,\,t=1)} \tag{19}$$

$$-\sum 0.1x_{pmckd(h=11,\,t=2)} + 0.01x_{pmckd(h=12,\,t=2)} \tag{20}$$

$$-\sum 0.1x_{pmckd(h=16\ t=3)} + 0.01x_{pmckd(h=17,\ t=3)} \quad (21)$$

$$\forall\ (p,m,c,k) \in PMCK / c \in T_SAB\ ,\ \forall\ d \in D \mid d = 7, \forall\ (t,h) \in HOR_TUR$$

$$-2\sum x_{pmckdht} \quad (22)$$

$$\forall\ p \in P\ ,\ \forall\ d \in D$$

$$-\Phi \sum j_{pd} \quad (23)$$

Os *subsets* CTT_M, CTM_T e CTT_N são respectivamente, contraturno tarde para turmas matutinas, de manhã para turmas vespertinas e de tarde para turmas noturnas. A distribuição dos pesos ocorre de modo a deixar sempre as aulas do contraturno próximas do início ou do fim do turno principal. As Parcelas (19) – (21) contribuem para evitar alocar aulas nos dois horários iniciais do período matutino e nos dois últimos horários dos períodos vespertino e noturno, isto tende ainda mais a concentrar as aulas, evitando que ocorram aulas vagas no meio do turno. A Parcela (22) depende do *subset* T_SAB que agrupa turmas com aulas aos sábados e penaliza a função objetivo para aulas alocadas aos sábados. O somatório da variável j_{pd} que conta a quantidade de dias que um professor dá aula é minimizado na Parcela (23), o coeficiente Φ nesta parcela serve para determinar o nível de prioridade que a minimização dos dias de aula do professor deve ter, nem sempre vale a pena colocar valores maiores que 1 para este peso pois a parcela torna a solução bem mais demorada.

4. Resultados e discussões

A seguir serão apresentadas comparações feitas entre resultados obtidos antes e depois das mudanças citadas. Vale lembrar que pelo fato das modificações inserirem objetivos a serem minimizados, o tempo de solução aumenta bastante, então foram considerados diferentes cenários onde uma ou mais parcelas estão habilitadas, e por último, um teste com todas elas. Em relação a quantidade de janelas, considera-se janela qualquer espaço sem aula entre dois espaços com aula. Todos os testes tiveram como critérios de parada um *gap* menor que 10% ou um tempo de 60 minutos. Os resultados obtidos em uma instância com 29 turmas, variando entre ensino médio integrado ao técnico e ensino superior estão apresentados nas Tabelas 1 e 2, e também na Figura 1.

Tabela 1 – Resultados obtidos

	Antes da modificação	Minimizando janelas e aulas aos sábados	Minimizando apenas dias de trabalho do professor (Φ = 1)	Minimizando todas as parcelas (Φ = 0.5)
Quantidade de janelas	38	0	46	6
Aulas aos sábados	26	17	25	26
Média de dias que os professores vão a instituição	2.56	2.45	1.91	2.6
Desvio padrão de dias que os professores vão a instituição	1.02	0.99	0.83	1.11

Aulas em períodos preferenciais de professores	78%	77%	77%	56%
Tempo de solução (minutos)	< 1	13	59	60

Fonte: Autoria própria.

Figura 1 – Exemplo de grade resultante de uma das 29 turmas para cada um dos testes.

		CTII217					
		SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
Turno Principal	07:15-08:00	LPG	LP2	MAT			
	1ªAULA	PROF1	PROF3	PROF6			
	08:00-08:45	LPG	LP2	MAT	LP2	SOC	
	2ªAULA	PROF1	PROF3	PROF6	PROF3	PROF11	
	08:45-09:30		LP2	MAT	LP2	FIS	
	3ªAULA		PROF3	PROF6	PROF3	PROF12	
	09:45-10:30	PL2		LBP	LP2	FIS	
	4ªAULA	PROF2		PROF7	PROF3	PROF12	
	10:30-11:15	PL2	BPS	LBP	GEO	EFI	
	5ªAULA	PROF2	PROF4	PROF7	PROF10	PROF13	
	11:15 - 12:00	PL2	BPS	FIL	GEO	EFI	
	6ª AULA	PROF2	PROF4	PROF8	PROF10	PROF13	
Contraturno	13:15-14:00		ING	QUI		SC2	
	1ªAULA		PROF5	PROF9		PROF14	
	14:00-14:45		ING	QUI		SC2	
	2ªAULA		PROF5	PROF9		PROF14	

a) Antes da modificação

		CTII217					
		SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
Turno Principal	07:15-08:00	MAT	LP2	LPG	LBP	EFI	
	1ªAULA	PROF6	PROF3	PROF1	PROF7	PROF13	
	08:00-08:45	MAT	LP2	LPG	LBP	EFI	
	2ªAULA	PROF6	PROF3	PROF1	PROF7	PROF13	
	08:45-09:30	MAT	LP2	GEO	QUI	FIS	
	3ªAULA	PROF6	PROF3	PROF10	PROF9	PROF12	
	09:45-10:30	LP2	PL2	GEO	QUI	FIS	
	4ªAULA	PROF3	PROF2	PROF10	PROF9	PROF12	
	10:30-11:15	LP2	PL2	BPS	ING	SC2	
	5ªAULA	PROF3	PROF2	PROF4	PROF5	PROF14	
	11:15 - 12:00	LP2	PL2	BPS	ING	SC2	
	6ª AULA	PROF3	PROF2	PROF4	PROF5	PROF14	
Contraturno	13:15-14:00			SOC	FIL		
	1ªAULA			PROF11	PROF8		
	14:00-14:45						
	2ªAULA						

b) Minimizando janelas e aulas aos sábados

		CTII217					
		SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
Turno Principal	07:15-08:00	PL2	LP2		SOC	FIS	
	1ªAULA	PROF2	PROF3		PROF11	PROF12	
	08:00-08:45	PL2	LP2		GEO	FIS	
	2ªAULA	PROF2	PROF3		PROF10	PROF12	
	08:45-09:30	PL2	LP2	BPS	GEO	QUI	
	3ªAULA	PROF2	PROF3	PROF4	PROF10	PROF9	
	09:45-10:30	LP2	MAT	BPS	FIL	QUI	
	4ªAULA	PROF3	PROF6	PROF4	PROF8	PROF9	
	10:30-11:15	LP2	MAT			SC2	
	5ªAULA	PROF3	PROF6			PROF14	
	11:15 - 12:00	LP2	MAT			SC2	
	6ª AULA	PROF3	PROF6			PROF14	
Contraturno	13:15-14:00	LBP	LPG	ING	EFI		
	1ªAULA	PROF7	PROF1	PROF5	PROF13		
	14:00-14:45	LBP	LPG	ING	EFI		
	2ªAULA	PROF7	PROF1	PROF5	PROF13		

c) Minimizando apenas os dias de trabalho de professores

		CTII217					
		SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
Turno Principal	07:15-08:00	SC2	FIL			LBP	
	1ªAULA	PROF14	PROF8			PROF7	
	08:00-08:45	SC2	EFI	PL2	GEO	LBP	
	2ªAULA	PROF14	PROF13	PROF2	PROF10	PROF7	
	08:45-09:30	QUI	EFI	PL2	GEO	LP2	
	3ªAULA	PROF9	PROF13	PROF2	PROF10	PROF3	
	09:45-10:30	QUI	LP2	PL2	MAT	LP2	
	4ªAULA	PROF9	PROF3	PROF2	PROF6	PROF3	
	10:30-11:15	ING	LP2	BPS	MAT	LP2	
	5ªAULA	PROF5	PROF3	PROF4	PROF6	PROF3	
	11:15 - 12:00	ING	LP2	BPS	MAT	SOC	
	6ª AULA	PROF5	PROF3	PROF4	PROF6	PROF11	
Contraturno	13:15-14:00			FIS	LPG		
	1ªAULA			PROF12	PROF1		
	14:00-14:45			FIS	LPG		
	2ªAULA			PROF12	PROF1		

d) Minimizando todas as parcelas

Fonte: Autoria própria.

Tabela 2 – Comparação de dias de aula dos professores.

Total de dias de aula	Antes da modificação	Minimizando janelas e aulas aos sábados	Minimizando apenas os dias de trabalho ($\Phi = 1$)	Minimizando todas as parcelas ($\Phi = 0.5$)
1	16	16	29	19
2	23	29	41	22
3	31	28	11	23
4	15	12	5	21

5	1	1	0	1
6	0	0	0	0

Fonte: Autoria própria.

Analisando as Tabelas 1 e 2 observa-se que dentre as alterações inseridas na função objetivo, minimizar os dias de trabalho dos professores é o mais computacionalmente custoso, necessitando de um tempo maior para se chegar em uma solução aceitável quando esta parcela é ativa, porém nota-se que escolher minimizar apenas esta parcela pode não ser a melhor opção, pois o restante da grade fica com bastante janelas. Minimizar apenas janelas e aulas aos sábados parece ser uma boa alternativa que leva para uma grade de qualidade razoável em um tempo pequeno.

O teste com todas as parcelas ativas é sem dúvidas o mais pesado de todos, tomando muito mais tempo para se chegar em uma grade razoável. No teste, mesmo em 60 minutos, um gap menor que 10% não foi obtido. Se o tempo de solução não é um problema, essa opção pode eventualmente levar a grades melhores contemplando todos os objetivos. Para um resultado balanceado minimizar apenas janelas e aulas aos sábados é a opção mais eficiente. Não só o peso Φ, mas todos os outros podem ser alterados conforme a necessidade de aplicação do usuário, levando a grades que se adequem ao que for mais importante no momento.

5. Conclusão

O modelo proposto leva em consideração regras e restrições, retornando grades factíveis com os objetivos propostos. No entanto, verifica-se que as soluções, apesar de respeitar as restrições, possuem características que podem ser melhoradas. Sendo assim, as alterações realizadas, gerando o modelo alternativo, trazem resultados mais consistentes, como a diminuição do número de janelas, de aulas aos sábados e a concentração de aulas mais próximas ao fim dos períodos da manhã e aos inícios das aulas dos períodos da tarde e noite. O refinamento consistiu em ajustar pesos na função objetivo sendo que quatro cenários foram comparados. Nos testes, pode-se considerar que a combinação que minimiza janelas e aulas aos sábados apresenta os melhores resultados de forma geral, obtendo resultados aceitáveis com o segundo melhor tempo computacional. Os resultados do projeto justificaram a continuidade do trabalho de iniciação científica, quando além de melhorias no modelo, será criada uma interface que facilite a entrada de dados no modelo, assim como a manipulação da solução gerada. O modelo foi criado e rodado no IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0 – Student Version.

Referências

BABAEI, H.; KARIMPOUR, J.; HADIDI, A. A survey of approaches for university course timetabling problem. Computers and Industrial Engineering, 86, 43. 2015.

COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, VITTORIO. A Genetic Algorithm to Solve the Timetable Problem. Computational Optmization and Applications Journal.1994.

DASKALAKI, S.; BIRBAS, T.; HOUSOS, E. (2004). An integer programming formulation for a case
study in university timetabling. European Journal of Operational Research, 153 (1). 2004.

GOÉS, A. R. T. Otimização na programação de horários de professores/ turmas: Modelo Matemático, Abordagem Heurística e Método Misto. Revista Eletrônica Sistemas & Gestão.p. 50-66, 2010.

HAMAWAKI, C. D. L. Geração Automática de Grade Horária Usando Algorítmos Genéticos: O Caso da Faculdade de Engenharia Elétrica da UFU. Universidade Federal de Uberlândia - Faculdade de Engenharia Elétrica. Uberlândia. 2005.

KADAM, V.; YADAV, S. Academic Timetable Scheduling : Revisited. international journal of Research In Science & Engineering. 417 – 423.2016.

KAZARLIS, S.; FRAGKOU, P. Solving University Timetabling Problems Using Advanced Genetic Algorithms. 5th International Conference On Technology And Automation, October 15-16. p 131-136. 2005.

KOTSKO, E.; STEINER, M. T.; MACHADO, A. L. Otimização na Construção da Grade Horária Escolar - Uma Aplicação. XXXV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Natal. 2003.

QU, R.; K. BURKE, E.; MCCOLLUM, B.; MERLOT, L.; LEE, S.Y. A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling. Journal of Scheduling. 12. 55-89. 2009.