LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
Limeira–SP, 02 a 06 de setembro de 2019

ANÁLISE DE COMPONENTES INDEPENDENTES PARA AJUSTE NÃO SUPERVISIONADO DOS PESOS EM DECISÃO MULTICRITÉRIO

Guilherme Dean Pelegrina, João Marcos Travassos Romano
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - Universidade Estadual de Campinas
Av. Albert Einstein, 400, Distrito Barão Geraldo, Campinas - SP, Brasil, CEP 13083-852
pelegrina@decom.fee.unicamp.br, romano@dmo.fee.unicamp.br

Leonardo Tomazeli Duarte
Faculdade de Ciências Aplicadas - Universidade Estadual de Campinas
Rua Pedro Zaccaria, 1300, Limeira - SP, Brasil, CEP 13484-350
leonardo.duarte@fca.unicamp.br

RESUMO

Este artigo aborda problemas de decisão envolvendo múltiplos critérios cujos dados coletados são estatisticamente dependentes. Visto que essa característica pode enviesar o ordenamento obtido a partir da aplicação de um método de apoio à decisão multicritério, como a média aritmética ponderada, é importante levá-la em conta no momento da definição dos pesos dos critérios. Neste contexto, este estudo preliminar visa aplicar a técnica de análise de componentes independentes a fim de estimar a matriz de separação dos dados dependentes. Essa matriz, por sua vez, é usada para ajustar os pesos dos critérios utilizados na média aritmética ponderada. Os resultados obtidos mostram que, como as relações existentes entre os dados de decisão são levadas em conta ao ajustar os pesos dos critérios, nossa proposta leva a uma penalização no valor dos que medem um mesmo fator latente.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de decisão multicritério, Determinação dos pesos dos critérios, Análise de componentes independentes.

ADM – Apoio à Decisão Multicritério

ABSTRACT

This paper addresses decision problems with multiple criteria in which the collected data are statistically dependent. Since this characteristic may bias the ranking obtained through the application of a multicriteria decision making method, such as the weighted arithmetic mean, it is important to take it into account when defining the criteria weights. In this context, this preliminary study aims at applying independent component analysis technique in order to estimate the separating matrix of the dependent data. This matrix is used to adjust the criteria weights utilized in the weighted arithmetic mean. The results show that, since the relation between the decision data are taken into account when adjusting the criteria weights, our proposal leads to a penalization of the value of the ones that measure the same latent factor.

KEYWORDS. Multicriteria decision problems, Criteria weights determination, Independent component analysis.

ADM - Multicriteria decision aiding

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br

1. Introdução

Um dos problemas abordados no contexto de tomada de decisão consiste em ordenar um conjunto de alternativas com base em avaliações acerca de um conjunto de atributos de interesse (ou, de maneira geral, critérios de decisão). Um exemplo já discutido na literatura [Grabisch, 1996] seria o problema de ordenar alunos de uma determinada escola com base em suas notas em um certo número de disciplinas.

A fim de lidar com tais situações, diversos métodos de apoio à decisão multicritério (MCDM - *Multicriteria Decision Making*) foram desenvolvidos [Figueira et al., 2016; Tzeng e Huang, 2011]. Via de regra, esses métodos se diferenciam quanto ao processo de agregação das avaliações dos critérios. Dentre eles, um dos mais simples de ser aplicado e, portanto, muito utilizado em problemas práticos, é a média aritmética ponderada (WAM - *Weighted Arithmetic Mean*). No entanto, a aplicação desse modelo aditivo requer a definição prévia de um conjunto de pesos usados na ponderação dos critérios de decisão. Sendo assim, uma questão que surge é como definir o conjunto de pesos $\mathbf{w}$ de maneira a representar da melhor forma possível a importância de cada critério na tomada de decisão. Há diversas abordagens encontradas na literatura para a definição de tais pesos (procedimento chamado de elicitação) [Belton e Stewart, 2002], as quais nem sempre são simples e, muitas vezes, são baseadas em opiniões subjetivas do decisor. Dentre as abordagens desenvolvidas, podemos citar o método CRITIC (*CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation*) [Diakoulaki et al., 1995] e o FITradeoff (*Flexible and Interactive Tradeoff*) [de Almeida et al., 2016].

Um aspecto importante a ser considerado na determinação dos pesos usados na WAM é a relação de dependência estatística entre os dados coletados. Se voltarmos ao problema do ordenamento de alunos e considerarmos como critérios de decisão as notas em matemática, física e inglês, é natural notar uma relação de dependência entre as duas primeiras notas. Isso ocorre porque, geralmente, um aluno que tem um bom desempenho em matemática também terá uma maior facilidade para lidar com a disciplina de física. Sendo assim, é interessante levar em conta essa relação entre os dados coletados a fim de determinar um conjunto de pesos que seja adequado para o problema em questão.

Na literatura, encontramos alguns métodos de MCDM, diferentes da WAM, que levam em conta as relações entre os critérios. Dentre eles, podemos citar as integrais de Choquet [Grabisch, 1996] e a versão estendida do método TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) [Hwang e Yoon, 1981], comumente denominada TOPSIS-M [Vega et al., 2014]. Recentemente, um estudo [Pelegrina et al., 2019] foi conduzido a fim de lidar com a dependência entre critérios através da combinação entre o método TOPSIS e técnicas de análise de componente independentes (ICA - *Independent Component Analysis*) [Hyvärinen et al., 2001], as quais são muito utilizadas para lidar com problemas de separação cega de fontes (BSS - *Blind Source Separation*) [Comon e Jutten, 2010]. Na abordagem proposta pelos autores, com a aplicação da ICA, obtemos uma matriz de separação a qual é responsável por transformar os dados dependentes em um conjunto de dados independentes. Este conjunto de dados, por sua vez, é tido como o correto para a aplicação do TOPSIS e a obtenção do ordenamento das alternativas.

Diante dos resultados interessantes alcançados com a aplicação da ICA no estudo mencionado acima, este artigo propõe explorar essa técnica a fim de automaticamente ajustar os pesos

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br

dos critérios usados na WAM. Dessa forma, estimaremos a matriz de separação e, a partir dela, determinaremos os pesos dos critérios.

Com relação à organização do artigo, descrevemos o problema abordado neste estudo na Seção 2. Na Seção 3, discutimos os aspectos teóricos sobre a análise de componentes independentes essenciais para o entendimento da nossa proposta. Em seguida, na Seção 4, apresentamos a metodologia proposta para lidar com o problema de decisão com dados dependentes. Na Seção 5, descrevemos os experimentos numéricos conduzidos e os resultados preliminares obtidos. Por fim, na Seção 6, apresentamos as considerações finais deste artigo e as perspectivas futuras.

2. Definição do problema

Matematicamente, o problema de decisão multicritério abordado neste trabalho consiste em ordenar um conjunto de K alternativas $a = [a_1, a_2, \ldots, a_K]$ de acordo com suas avaliações em um conjunto de M critérios $c = [c_1, c_2, \ldots, c_M]$. É comum organizarmos os dados coletados em uma matriz de decisão $\mathbf{V} = (v_{m,k})_{M\times K}$, dada por

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \cdots & v_{1,K} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \cdots & v_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{M,1} & v_{M,2} & \cdots & v_{M,K} \end{bmatrix}, \tag{1}$$

onde $v_{m,k}$ representa a avaliação atribuída à alternativa a_k com relação ao critério c_m. O problema é, então, resolvido a partir do ordenamento de um conjunto de avaliações globais $r = [r_1, r_2, \ldots, r_K]$ onde cada r_k (avaliações globais da alternativa a_k) é obtido através de um procedimento de agregação das avaliações $v_{m,k}$, $m = 1, \ldots, M$.

Como já discutido na Seção 1, consideramos neste estudo a aplicação da média aritmética ponderada. Esse método consiste na agregação linear com base em um conjunto de pesos $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \ldots, w_M]$, os quais representam a importância (ou fatores de peso) de cada critério no processo de decisão. Matematicamente, ela é dada por

$$r_k = \sum_{m=1}^{M} w_m v_{m,k}, \tag{2}$$

onde $w_m \geq 0$, $m = 1, 2, \ldots, M$, e $\sum_{m=1}^{M} w_m = 1$.

A fim de ilustrar esse método, considere o problema de ordenar um conjunto de alunos de acordo com suas notas nas disciplinas de matemática (c_1), física (c_2) e inglês (c_3), apresentadas na Tabela 1. Após aplicar o método da soma ponderada e assumindo a mesma importância entre as notas (i.e. $\mathbf{w} = [1/3, 1/3, 1/3]$), encontramos os resultados descritos na Tabela 2.

Nota-se que o aluno 2 estaria em primeiro lugar no ordenamento. No entanto, ao analisarmos esse aluno, percebemos que ele obteve uma nota mediana em inglês e ótimas notas em ambas as disciplinas de matemática e física. Visto que as notas nessas duas últimas disciplinas geralmente estão relacionadas a um mesmo fator latente (aptidão para as exatas, por exemplo) e considerando o mesmo peso para todos os critérios, é natural que um aluno que vá bem nesse fator latente alcance uma melhor posição no ordenamento. Dessa forma, seria mais prudente penalizar os pesos desses

Tabela 1: Notas dos alunos.

Alunos	**Notas**		
	Matemática	Física	inglês
Aluno 1	5.00	4.00	6.00
Aluno 2	10.00	10.00	5.00
Aluno 3	8.00	8.00	8.00
Aluno 4	3.00	2.00	9.00
Aluno 5	1.00	0.00	7.00
Aluno 6	8.00	7.00	1.00

Tabela 2: Resultado da soma ponderada para $\mathbf{w} = [1/3, 1/3, 1/3]$.

	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6
Avaliação global	5.00	8.33	8.00	4.67	2.67	5.33
Posição no ordenamento	4	1	2	5	6	3

critérios a fim de não enviesar o resultado obtido. Se considerarmos, por exemplo, um conjunto de pesos $\tilde{\mathbf{w}} = [2/7, 2/7, 3/7]$, encontramos os resultados descritos na Tabela 3. Nesse caso, com a penalização dos critérios c_1 e c_2, o aluno 3, o qual possui boas notas em todas as disciplinas, ficaria em primeiro lugar no ordenamento.

Tabela 3: Resultado da soma ponderada para $\tilde{\mathbf{w}} = [2/7, 2/7, 3/7]$.

	Aluno 1	Aluno 2	Aluno 3	Aluno 4	Aluno 5	Aluno 6
Avaliação global	5.14	7.86	8.00	5.28	3.28	4.71
Posição no ordenamento	4	2	1	3	6	5

No exemplo acima escolhemos aleatoriamente a penalização dada aos critérios dependentes. No entanto, seria interessante ajustar os novos pesos com base em um método automático e objetivo. Neste estudo, procuraremos lidar com essa questão a partir da aplicação de uma técnica utilizada em separação cega de fontes conhecida como análise de componentes independentes. Abordaremos essa técnica na seção seguinte.

3. O problema da separação cega de fontes e a análise de componentes independentes

Em linhas gerais, o problema de separação cega de fontes [Comon e Jutten, 2010] consiste em estimar um conjunto de sinais fonte $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \ldots, s_N(k)]$ a partir de um conjunto de sinais observados $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \ldots, x_M(k)]$, os quais são obtidos a partir de um processo de mistura das fontes. No caso linear e instantâneo, esse problema é expresso por:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{g}(k), \tag{3}$$

onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ e $\mathbf{g}(k) = [g_1(k), g_2(k), \ldots, g_M(k)]$ representam, respectivamente, a matriz de mistura linear e o ruído gaussiano branco aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*). Dizemos, então, que o problema é "cego" uma vez que o processo de estimação se baseará apenas nas misturas $\mathbf{x}(k)$, desconhecendo tanto os sinais originais $\mathbf{s}(k)$ quanto os parâmetros do processo de mistura.

Para lidar com o problema de BSS, procuramos ajustar uma matriz de separação $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N \times M}$ que, através do processo de separação

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{B}\mathbf{x}(k), \tag{4}$$

forneça o conjunto de estimativas $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \ldots, y_N(k)]$ que seja o mais próximo possível dos sinais fonte $\mathbf{s}(k)$. Idealmente, o objetivo pode ser resumido em ajustar uma matriz de separação $\mathbf{B}$ que convirja para a inversa da matriz de mistura $\mathbf{A}$, com possíveis ambiguidades de permutação e/ou escalas [Comon e Jutten, 2010].

Dentre as diversas técnicas usadas em problemas de BSS, uma bem explorada na literatura é a análise de componentes independentes, a qual se baseia na hipótese de que os sinais fonte são mutualmente independentes e não-gaussianos. Sendo assim, após a processo de mistura descrito em (3), os sinais misturados se tornam dependentes, devido à combinação linear, e próximos de gaussianos, de acordo com o Teorema Central do Limite [Papoulis e Pillai, 2002]. Estratégias usadas para recuperar os sinais fonte, então, consistem em formular um problema de otimização cuja função custo a ser maximizada (ou minimizada) represente uma medida de independência (ou gaussianidade) entre os sinais recuperados $\mathbf{y}(k)$. São várias as estratégias encontradas na literatura. Neste artigo, consideraremos o algoritmo JADE [Cardoso e Souloumiac, 1993].

4. Metodologia proposta

Visto os conceitos teóricos sobre ICA, apresentamos nesta seção a relação desta técnica com o problema de decisão, além da metodologia proposta para ajustar os pesos dos critérios e tratar problemas de MCDM com dados dependentes. Vale ressaltar que essa metodologia foi inspirada em [Pelegrina et al., 2019]. Neste contexto, de posse da matriz de decisão $\mathbf{V}$, consideramos que este conjunto de dados é composto por uma mistura de critérios latentes independentes. Desta forma, podemos representar $\mathbf{V}$ como

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{L} + \mathbf{G}, \tag{5}$$

onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ é a matriz de mistura linear, $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{M \times K}$ é o ruído gaussiano branco aditivo e $\mathbf{L}$, definido como

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{1,1} & l_{1,2} & \ldots & l_{1,K} \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \ldots & l_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N,1} & l_{N,2} & \ldots & l_{N,K} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

é o conjunto de dados independentes cujos elementos $l_{n,k}$ representam as avaliações das alternativas a_k ($k = 1, 2, \ldots, K$) com relação ao critério latente $\mathbf{l}_n$ ($n = 1, 2, \ldots, N$). Uma aplicação que poderia se enquadrar nesse contexto seria o problema do ordenamento dos alunos mencionado anteriormente. No caso, as notas em matemática, física e inglês seriam os dados observados

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br

(misturados) e os critérios latentes (independentes) poderiam representar as aptidões em diferentes áreas do conhecimento, como ciências exatas, ciências da natureza e línguas. Sendo assim, ao considerarmos que os critérios latentes são os dados que deveriam ser utilizados para determinar o ordenamento das alternativas, é necessário aplicar uma técnica que nos permita separar tais critérios a partir do conjunto de dados observados.

É neste contexto que podemos aplicar a ICA para lidar com o problema de decisão multicritério abordado. Mais precisamente, formulamos o problema de decisão como um problema de separação cega de fontes e aplicamos uma técnica de ICA a fim de ajustar a matriz de separação $\mathbf{B}$ que forneça o conjunto de estimativas $\hat{\mathbf{L}} = [\hat{l}_1, \hat{l}_2, \ldots, \hat{l}_N]^T$ (que seja o mais próximo possível de $\mathbf{L}$) através do processo de separação

$$\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{BV}. \tag{7}$$

Vale ressaltar que consideramos neste artigo o caso determinado em BSS, no qual o número de misturas M (critérios observados) é igual ao número de fontes N (critérios latentes).

Uma vez que o dado estimado $\hat{\mathbf{L}}$ é considerado o "correto" para aplicar o método da WAM, o vetor $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \ldots, r_K]$ contendo as avaliações globais das alternativas pode ser obtido através da expressão

$$\begin{aligned}
\mathbf{r} = \mathbf{w}\hat{\mathbf{L}} &= [w_1, w_2, \ldots, w_M] \begin{bmatrix} \hat{l}_{1,1} & \hat{l}_{1,2} & \ldots & \hat{l}_{1,K} \\ \hat{l}_{2,1} & \hat{l}_{2,2} & \ldots & \hat{l}_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{l}_{M,1} & \hat{l}_{M,2} & \ldots & \hat{l}_{M,K} \end{bmatrix} \\
&= [w_1, w_2, \ldots, w_M] \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \ldots & b_{1,M} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \ldots & b_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M,1} & b_{M,2} & \ldots & b_{M,M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \ldots & v_{1,K} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \ldots & v_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{M,1} & v_{M,2} & \ldots & v_{M,K} \end{bmatrix} \\
&= [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \ldots, \tilde{w}_M] \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \ldots & v_{1,K} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \ldots & v_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{M,1} & v_{M,2} & \ldots & v_{M,K} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{w}}\mathbf{V},
\end{aligned} \tag{8}$$

onde $b_{m',m}$ representa o elemento da m'-ésima linha e m-ésima coluna da matriz de separação $\mathbf{B}$ e $\tilde{w}_m = [w_1 b_{1,1} + \ldots + w_M b_{M,1}, \ldots, w_1 b_{1,M} + \ldots + w_M b_{M,M}]$ é o novo conjunto de pesos ajustados pela aplicação da ICA[1]. Esses novos pesos são usados como parâmetros da WAM para encontrar as avaliações globais de cada alternativa e, então, obter o ordenamento. A Figura 1 resume a metodologia proposta.

[1]É provável que, à princípio, $\sum_{m=1}^{M} \tilde{w}_m = 1$ não seja válida. Dessa forma, a fim de garantir essa condição, dividimos cada $\tilde{w}_m$ pela soma dos pesos ajustados, ou seja, $\tilde{w}_m = \tilde{w}_m / \left(\sum_{m=1}^{M} \tilde{w}_m\right)$.

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br

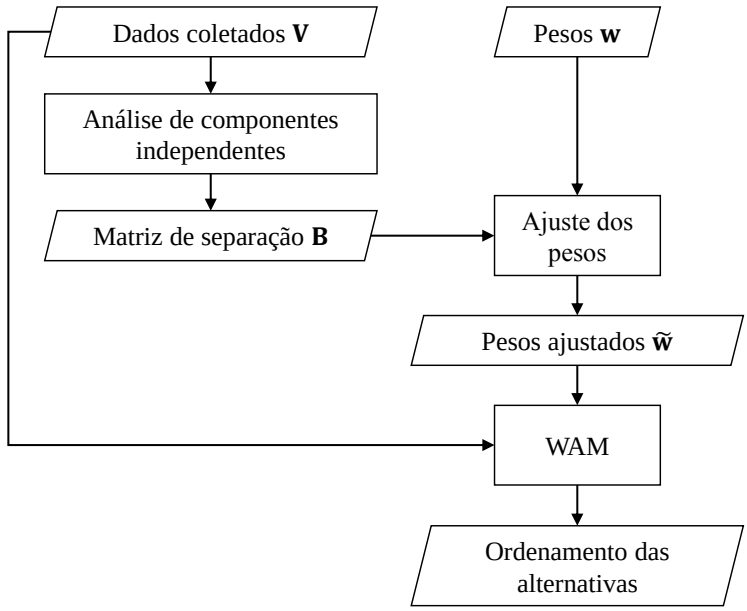


Figura 1: Esquema da metodologia proposta.

5. Experimentos numéricos e resultados preliminares

Nesta seção, apresentamos os experimentos preliminares conduzidos neste estudo[2]. Afim de analisar tanto a presença quanto a ausência de relações que podem ser observadas entre critérios em problemas de decisão, dividimos os experimentos em dois casos. Em cada um deles, geramos aleatoriamente (de acordo com uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$) um conjunto de $K = 1000$ avaliações acerca de $M = 3$ critérios de decisão com diferentes níveis de dependência entre os critérios c_2 e c_3. Com base nesse dado gerado, o qual representa as avaliações observadas, aplicamos a metodologia proposta a fim de ajustar o conjunto de pesos. Como nosso interesse reside neste ajuste, não discutiremos as posições de cada alternativa no ordenamento, e sim o valor de cada peso obtido. Vale ressaltar que consideramos, inicialmente, que os pesos possuem a mesma importância, ou seja, $\mathbf{w} = [1/3, 1/3, 1/3]$.

5.1. Caso 1: Ausência de relação entre os critérios

O primeiro caso conta com um conjunto de dados nos quais os critérios são independentes. A Figura 2 apresenta os gráficos de dispersão par a par das avaliações.

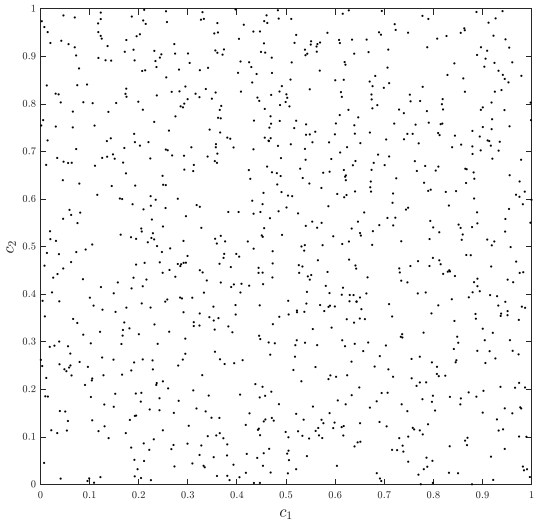
Ao aplicar a ICA, obtemos a matriz de separação dada por

$$B = \begin{bmatrix} 3.5822 & -0.0119 & 0.2397 \\ 0.0700 & 3.5143 & 0.0882 \\ -0.0316 & 0.0372 & 3.3555 \end{bmatrix},$$

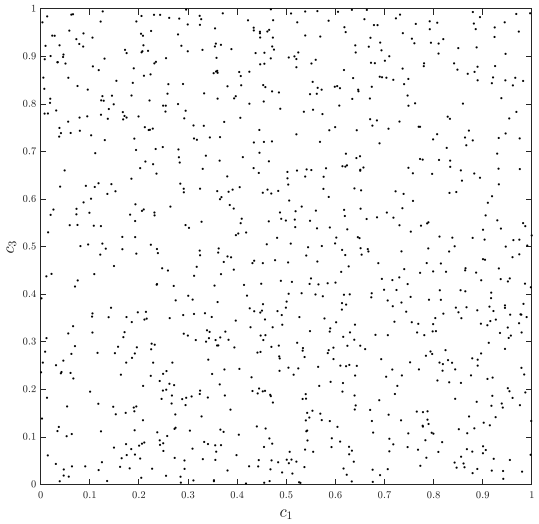
a qual, ao ser multiplicada por $\mathbf{w}$ e normalizada para que a soma seja igual a 1, fornece o conjunto de pesos ajustados $\tilde{\mathbf{w}} = [0.3339, 0.3264, 0.3397]$. Portanto, o ajuste pouco alterou o valor dos pesos. A

[2]Todos os experimentos foram desenvolvidos no software MATLAB 2015.

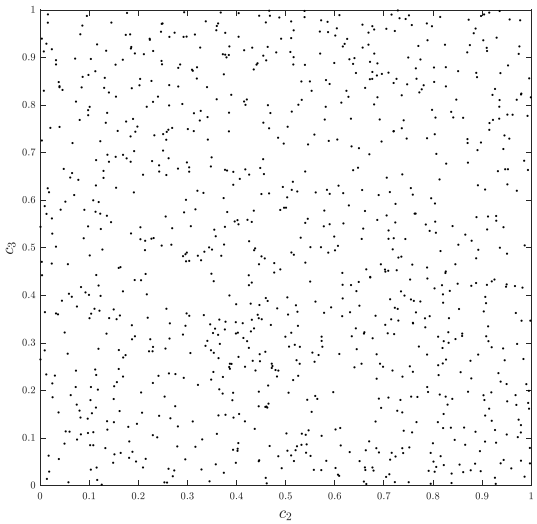
https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br



(a) Critérios c_1 e c_2.



(b) Critérios c_1 e c_3.



(c) Critérios c_2 e c_3.

Figura 2: Gráficos de dispersão par a par para os dados do caso 1.

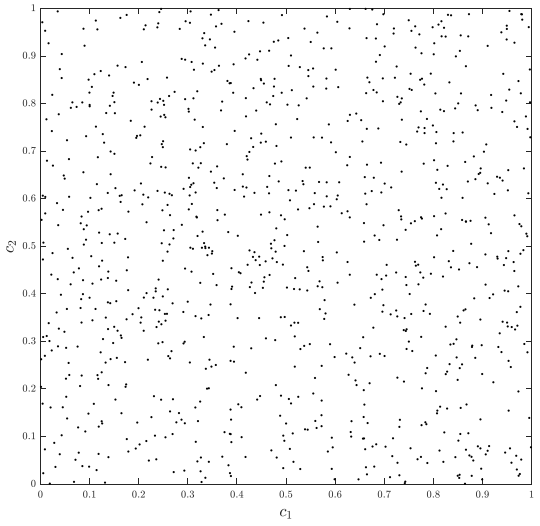
explicação para este pequeno ajuste reside no fato de que a geração aleatória dos dados, mesmo que sem introduzir nenhuma relação entre os critérios, acaba tendo um resquício de dependência entre os mesmos. Dessa forma, a matriz de separação encontrada vai fornecer uma pequena alteração no valor dos pesos.

Em uma situação em que os dados observados são realmente independente, encontraríamos uma matriz de separação equivalente à matriz identidade (podendo estar multiplicada por um escalar

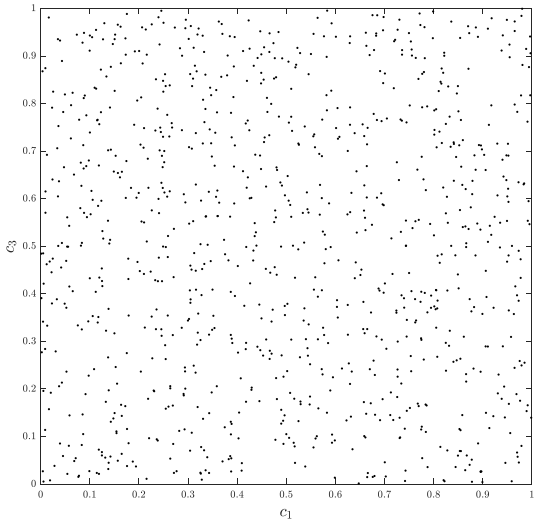
positivo). Portanto, todos os pesos ajustados teriam o mesmo valor.

5.2. Caso 2: Relação positiva entre os critérios

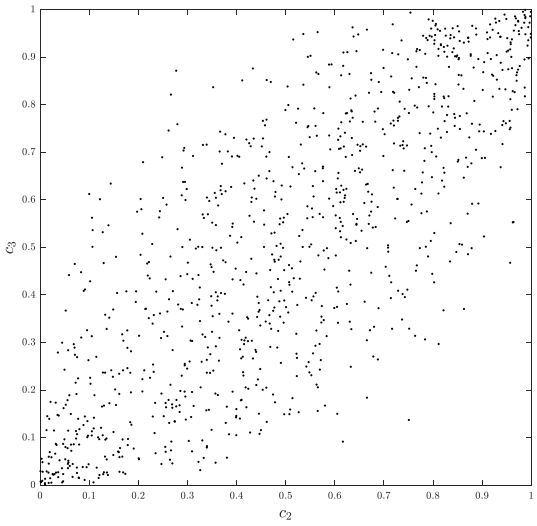
Neste caso, geramos um conjunto de dados nos quais os critérios c_2 e c_3 possuem uma relação positiva entre eles, ou seja, uma alternativa que possui uma boa avaliação no critério c_2 também tem um bom desempenho no c_3. A Figura 3 apresenta os gráficos de dispersão par a par das avaliações.



(a) Critérios c_1 e c_2.



(b) Critérios c_1 e c_3.



(c) Critérios c_2 e c_3.

Figura 3: Gráficos de dispersão par a par para os dados do caso 2.

A matriz de separação obtida após a aplicação da ICA é dada por

$$B = \begin{bmatrix} 3.4504 & -0.1240 & 0.0873 \\ 0.0217 & 5.2308 & -2.5746 \\ 0.0027 & -2.3040 & 4.9059 \end{bmatrix}.$$

Diferentemente do caso anterior, o cálculo dos pesos ajustados (e normalizados para que a soma seja igual a 1) resulta em $\tilde{\mathbf{w}} = [0.3996, 0.3223, 0.2781]$, ou seja, em valores de pesos diferentes. Mais precisamente, houve uma penalização no peso do critério c_3. Portanto, o viés que seria provocado pela agregação de dois critérios que medem um mesmo fator latente foi atenuado. Além disso, visto que o critério c_1 era independente dos demais, o valor do seu peso aumentou.

6. Considerações finais e perspectivas futuras

Diversos são os problemas de decisão multicritério que podemos enfrentar e cada um deles apresentam características específicas. Neste artigo procuramos tratar de um aspecto importante que pode estar presente nos dados coletados e que pode enviesar o resultado obtido. No caso, a presença de critérios dependentes pode favorecer alternativas que têm um bom desempenho em um único fator latente, dando pouca importância para os critérios que são independentes dos demais. Na metodologia proposta, usamos uma técnica de separação cega de fontes, chamada de análise de componentes independentes, para estimar uma matriz capaz de separar os dados dependentes. De posse dessa matriz, realizamos ajustes nos pesos dos critérios a fim de penalizar os que são dependentes.

Quando os dados coletados já são independentes, a metodologia proposta não levará à ajustes desnecessários nos pesos dos critérios. No entanto, como pode ser notado no experimento numérico realizado com dados positivamente relacionados, a aplicação da nossa abordagem resultará em uma penalização dos critérios que medem o mesmo fator latente e um favorecimento dos critérios independentes. Dessa forma, obtemos um conjunto de pesos que resultará em um ordenamento que favoreça alternativas cujas avaliações são mais equilibradas.

É importante salientar que as análises apresentadas nesse artigo são preliminares. Dessa forma, conduziremos estudos futuros a fim de melhor analisar a influência que a técnica de ICA utilizada e dos parâmetros obtidos na matriz de separação estimada têm sobre a ajuste dos pesos. Além disso, verificaremos maneiras de contornar as ambiguidades de escala e/ou permutação oriundas da ICA. Neste contexto, estudos recentes [Pelegrina et al., 2019] discutiram que, com algumas hipóteses sobre o problema de decisão, as ambiguidades de permutação e algumas ambiguidades de escala podem ser mitigadas. Dessa forma, exploraremos essas hipóteses e outras que forem necessárias para contornar tais inconvenientes. Por fim, também procuraremos aplicar a metodologia proposta em problemas reais envolvendo múltiplos critérios com dependência entre eles.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à FAPESP (Processos n. 2016/21571-4 e 2017/23879-9) e ao CNPq (Processo n. 311357/2017-2) pelo suporte financeiro.

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br

Referências

Belton, V. e Stewart, T. J. (2002). *Multiple criteria decision analysis: an integrated approach*. Springer Science & Business Media, Dordrecht.

Cardoso, J. F. e Souloumiac, A. (1993). Blind beamforming for non-Gaussian signals. *IEE Proceedings-F*, 140(6):362–370.

Comon, P. e Jutten, C. (2010). *Handbook of blind source separation: Independent component analysis and applications*. Academic Press, Oxford, 1 edition.

de Almeida, A. T., de Almeida, J. A., Costa, A. P. C. S., e de Almeida-Filho, A. T. (2016). A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff. *European Journal of Operational Research*, 250:179–191.

Diakoulaki, D., Mavrotas, G., e Papayannakis, L. (1995). Determining objective weights in multiple criteria problems: The CRITIC method. *Computers and Operations Research*, 22(7):763–770.

Figueira, J., Greco, S., e Ehrgott, M., editors (2016). *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. Springer's International Series in Operations Research & Management Science, New York, 2 edition.

Grabisch, M. (1996). The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, 89:445–456.

Hwang, C.-L. e Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making: Methods and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Hyvärinen, A., Karhunen, J., e Oja, E. (2001). *Independent Component Analysis*. John Wiley & Sons, New York.

Papoulis, A. e Pillai, S. U. (2002). *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill, New York, 4 edition.

Pelegrina, G. D., Duarte, L. T., e Romano, J. M. T. (2019). Application of independent component analysis and TOPSIS to deal with dependent criteria in multicriteria decision problems. *Expert Systems with Applications*, 122:262–280.

Tzeng, G.-H. e Huang, J.-J. (2011). *Multiple attribute decision making: Methods and applications*. CRC Press, Boca Raton.

Vega, A., Aguarón, J., García-Alcaraz, J., e Moreno-Jiménez, J. M. (2014). Notes on dependent attributes in TOPSIS. *Procedia Computer Science*, 31:308–317.

https://proceedings.science/p/106823?lang=pt-br