Apoio à decisão multicritério em cenários dinâmicos: uma proposta baseada no método TOPSIS e em atributos temporais.

Betania Silva Carneiro Campello
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC)
Avenida Albert Einstein, 400, Cidade Universitária Zeferino Vaz, CEP 13083-852 – Distrito Barão Geraldo, Campinas - SP
betania@decom.fee.unicamp.br

Leonardo Tomazeli Duarte
Faculdade de Ciências Aplicadas
Universidade Estadual de Campinas, 13484-350, Limeira, SP, Brazil
leonardo.duarte@fca.unicamp.br

João Marcos Travassos Romano
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC)
Avenida Albert Einstein, 400, Cidade Universitária Zeferino Vaz, CEP 13083-852 – Distrito Barão Geraldo, Campinas - SP
romano@dmo.fee.unicamp.br

RESUMO

Métodos de apoio a decisão multicritério são de grande relevância em cenários complexos, em que a escolha pode gerar impactos significantes para empresas, meio ambiente ou até mesmo para a sociedade. Em geral, os critérios envolvidos na escolha são analisados de forma estática, o que pode gerar perda de informação para a tomada de decisão. Assim, o objetivo deste estudo é fazer uma análise dos critérios desde uma perspectiva mais ampla, tratando-os como sinais, isto é, englobando os dados de um intervalo temporal, e analisando suas características estatísticas, de tendência, etc. Nesta nova abordagem, consideramos uma dimensão a mais da matriz de decisão, sendo necessário aplicar uma extensão do método TOPSIS para obter o ordenamento das alternativas. Por fim, testamos nossa proposta para obter o índice de desenvolvimento humano (IDH) a partir da agregação de três outros índices, com dados entre 1990 e 2015.

PALAVRAS CHAVE. MCDA, Sinais, TOPSIS.

Tópicos (indique, em ordem de PRIORIDADE, o(s) tópicos(s) de seu artigo)

ABSTRACT

Multi-criteria decision analysis methods are relevant in complex scenarios which the selection can cause significant impact to companies, environment, and society. Generally, the criteria involved in choosing are analyzed statically, which leads to loss of information for the decision. Therefore, this study aims to examine the criteria through a broad perspective, in which they are seen as a signal, that is, including data from a time interval. Then, we analyze their characteristics such as statistical measurement and tendency. In this approach, we include a dimension for the decision matrix, requiring to extend the TOPSIS method to obtain the ranking of alternatives. Finally, we tested our proposed approach to achieve the Human Development Index (HDI) from the aggregation of three other indexes, with data between 1990 and 2015.

KEYWORDS. MCDA. Signal. TOPSIS.

Paper topics (indicate in order of PRIORITY the paper topic(s))

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

1. Introdução

Métodos de análise de decisão multicritério (*multiple-criteria decision analysis* - MCDA) consistem em ordenar um conjunto de alternativas: $\mathbf{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_M\}$, analisando o desempenho delas a partir de um conjunto de critérios $\mathbf{C} = \{c_1, c_2, \ldots, c_N\}$, que são conflitantes entre si [Costa, 2012]. Esses métodos são de grande relevância no apoio à decisão, portanto, são amplamente aplicados em problemas práticos, tais como na medicina [Belacel, 2000], marketing [Siskos et al., 1998], desenvolvimento sustentável [Frini e Benamor, 2017], economia e negócios [Zopounidis e Paraschou, 2013], entre outros [Zopounidis e Doumpos, 2002].

Para montar a estrutura de um problema de MCDA, o decisor deve identificar o conjunto das alternativas disponíveis e o conjunto dos critérios que influenciam em sua escolha [Figueira et al., 2005], elaborando a chamada *matriz de decisão* M:

$$\mathbf{M} = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} c_1 & c_2 & \ldots & c_N \end{array} \\ \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \ldots & e_{1M} \\ e_{21} & e_{22} & \ldots & e_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{M1} & e_{M2} & \ldots & e_{MN} \end{bmatrix} \end{array}, \tag{1}$$

em que cada elemento e_{ij} representa o desempenho da alternativa i no critério j. Uma vez montado o problema, aplica-se algum método MCDA a fim de obter uma *agregação* da matriz, isto é, transformá-la em um vetor passível de ordenamento. Há uma grande diversidade de estudos que propõem novos métodos para a agregação da matriz de decisão [Greco et al., 2016]. Eles podem ser lineares e não lineares, do tipo multi-atributo (MACBETH, AHP), iterativos (algoritmo Zionts-Wallenius, STEM) e *outranking* (ELECTRE, PROMETHEE) [Banamar e Smet, 2018].

Para exemplificar um problema de MCDA, considere uma grande empresa que deseja ampliar o mercado e precisa escolher, dentre um grupo de países, para qual exportar seus produtos. Nessa situação, provavelmente o decisor verifica se o país tem um PIB alto, se há um grande consumo de produtos similares, se o imposto de produtos importados é alto, entre outros. Nesse exemplo, é lógico pensar que os valores dos critérios devem ser o mais recente possível, pois é mais relevante para a decisão considerar o PIB de 2018 do que de 2017, por exemplo. De forma geral, para montar o problema de MCDA os estudos levam em consideração apenas um instante de tempo ou uma média de um determinado período [Frini e Benamor, 2017].

Neste estudo, abordamos o problema de MCDA de forma mais ampla, em que propomos considerar os critérios como *sinais* ou *séries temporais*, isto é, analisamos sua evolução ao longo de um período de tempo. Nesta nova proposta, a matriz de decisão passa a ter três dimensões (uma associada às alternativas, outra aos critérios e uma terceira relativa ao tempo), ou seja, passa a ser considerada como *arranjo dimensional de dados* ou *tensor*[1]. Voltando ao exemplo da ampliação de mercado de uma empresa, pelo gráfico da Figura 1, que pode representar, por exemplo, a evolução do PIB de dois países ao longo dos anos, nota-se que o país 2 possui o valor em 2017 mais baixo que o país 1, porém ele tem uma tendência crescente, enquanto o país 1 possui a tendência decrescente. Diante desse exemplo, notamos que pode ser muito limitado considerar o valor dos critérios apenas em um instante de tempo, surgindo então outros questionamentos para a tomada de decisão, tais como: o país apresenta uma tendência crescente ou decrescente do PIB? Há uma estabilidade no consumo desse tipo de produto no país? Em média, o imposto de importação nos últimos anos foi alto? Note que uma análise das características da série temporal pode ser bastante relevante em determinadas situações.

Poucos autores consideram problemas MCDA onde os critérios são analisados como sinais. Em [Zhou e Chen, 2011] os autores propõem um estudo de gerenciamento de emergência para

[1]Em física estes dois termos têm diferentes significados. Porém, em diversas áreas, incluída a de processamento de sinais, o termo tensor é usado com o mesmo significado de arranjo multidimensional de dados [Sidiropoulos et al., 2017].

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

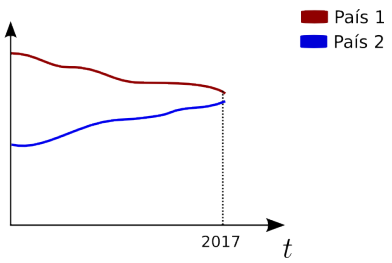


Figura 1: Evolução do critério ao longo do tempo.

determinar quais estados da Austrália merecem alta atenção administrativa, analisando os desastres naturais ao longo de um período de tempo. Também em [Banamar e Smet, 2018], os autores tratam os critérios como séries temporais, utilizando o método PROMETHEE II [Brans, 1982] para a agregação na primeira etapa e uma agregação temporal aditiva na segunda etapa. O estudo apresentado em [Frini e Benamor, 2015] traz uma revisão bibliográfica de autores que trabalharam com MCDA na área de desenvolvimento sustentável, mostrando que não são comuns os trabalhos que consideram uma terceira dimensão para o problema. Eles propõem, ainda, um problema MCDA de sustentabilidade considerando que os critérios variam ao longo do tempo. Para a agregação, os autores utilizam o método TOPISIS [Tzeng e Huang, 2011] na primeira e na segunda etapa. Por fim, em [Jahanshahloo et al., 2006], os autores propõem uma extensão do TOPSIS para problemas MCDA com dados intervalares. A proposta parte da ideia que nem sempre os valores dos critérios são exatos, mas eles podem ser estimados dentro de um intervalo fechado.

Apesar dos estudos citados tratarem o problema MCDA com séries temporais, eles têm em comum o fato de aplicarem métodos MCDA em duas fases, uma para agregar os valores do critério ao longo do tempo, outra para agregar a matriz de decisão. Essa estratégia utilizada permite uma análise mais dinâmica do problema, porém acreditamos que ela apresenta uma dificuldade de explorar as relações entre as diferentes dimensões de maneira plena. Para entender o porquê da afirmação, voltemos aos questionamentos feitos ao analisar o gráfico da Figura 1. Esses questionamentos estavam relacionados com *características* ou *atributos* do sinal, pois queríamos explorar a tendência do PIB (coeficiente angular ou inclinação da reta), estabilidade no consumo (variância ou coeficiente de variação) e a média do valor do imposto nos últimos anos (média estatística). Sendo assim, acreditamos que seja importante extrair primeiramente as características do sinal, transformando a terceira dimensão do tensor, que é temporal, para o espaço de atributos, e, então, fazer uma agregação do tensor.

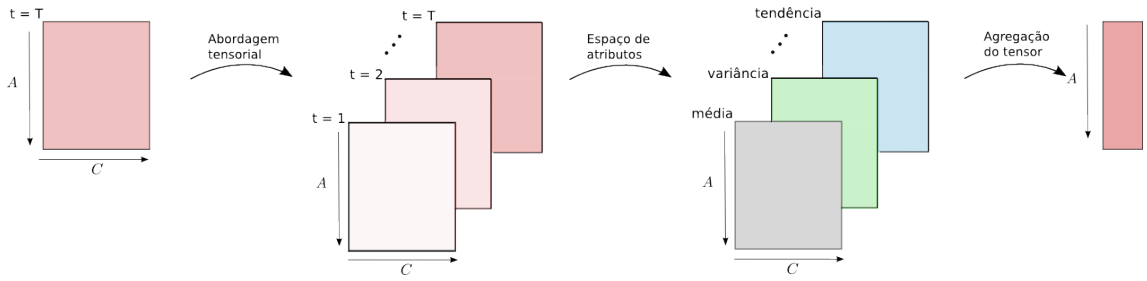


Figura 2: Proposta do trabalho.

A Figura 2 ilustra de forma resumida a proposta desse trabalho com base no que foi apresentado. Partimos do problema clássico de MCDA, em que temos a matriz de decisão. Propomos então ampliá-la para considerar a evolução dos critérios ao longo do tempo, formando um tensor de decisão. Posteriormente, passamos o tensor de decisão para o espaço de atributos, isto é, a terceira dimensão do tensor passa a ser formada por características do sinal, tais como média, variância,

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

tendência, entre outros. Utilizamos, então, o método TOPSIS [Tzeng e Huang, 2011], porém adaptado para agregação de tensores no lugar de matrizes, e obtemos o ordenamento das alternativas. Por fim, aplicamos o método proposto em um exemplo para obtenção do índice composto IDH, o qual é formado a partir da agregação de três índices: esperança de vida, educação e renda per capita.

O restante deste texto está estruturado da seguinte forma, na Seção 2 apresentamos a metologia utilizada neste trabalho, bem como mostramos o algoritmo proposto. Na Seção 3, apresentamos os testes computacionais e fazemos uma análise dos resultados. Finalmente, na Seção 4 comentamos as conclusões obtidas.

2. Metodologia

A metodologia deste trabalho tem como base a estrutura tensorial dos dados, utilizando sobre essa estrutura o método TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution*) para obter a agregação do tensor.

A ideia principal do TOPSIS está no conceito de menor distância do ponto ideal positivo e maior distância do ponto ideal negativo [Jahanshahloo et al., 2006]. O ponto ideal positivo e o negativo de cada critério é o melhor e o pior valor, respectivamente, do critério. Por exemplo, dado o conjunto de alternativas com quatro países **A** = $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ e o critério C_1, que indica o PIB dos países em trilhões de dólares, sendo $C_1 = \{7, 4, 10, 2\}$, o ponto ideal positivo para o C_1 seria 10 e o negativo seria o 2. Destacamos algumas características desse método. A primeira delas é que o TOPSIS é um método compensatório, isto é, o desempenho ruim de um critério pode ser compensando com o desempenho bom em outro critério. Outra característica é a atribuição de pesos **w** para os critérios, sendo $\sum_{n=1}^{N} w_n = 1$, que determinam a relevância de cada critério na decisão. Por fim, destacamos que os critérios podem ser de *benefício* (de máximo) ou de *custo* (de mínimo). Um critério é dito de benefício quando o valor desejado é o maior possível e é dito de custo quando o valor desejado é o menor possível. Assim, no exemplo apresentado, o PIB seria um critério de benefício e o imposto de importação seria um critério de custo.

O método TOPSIS é bastante utilizado na literatura [Behzadian et al., 2012] para agregar a matriz de decisão. Em nosso estudo, utilizamos uma extensão do TOPSIS para tensores, baseados no algoritmo apresentado em [Jahanshahloo et al., 2006], adaptando-o à nossa proposta.

2.1. Algoritmo

Seja um tensor de ordem três, representado por $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{M \times N \times T}$ e suas entradas por e_{mnt}, sendo M a quantidade de alternativas, N a de critérios e T a quantidade de períodos. Dado os pesos $w_n,\ n = 1, \ldots, N$, para os critérios, e $p_k,\ k = 1, \ldots, K$, para os atributos, o algoritmo consiste nos seguintes passos:

1. Transformar o tensor do espaço temporal para o espaço de atributos.

$$\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{M \times N \times T} \Rightarrow \mathcal{M}' \in \mathbb{R}^{M \times N \times K}, \tag{2}$$

   em que e'_{mnk} são os elementos de $\mathcal{M}'$ e K a quantidade de atributos;

2. Normalizar os elementos do tensor, obtendo o tensor normalizado $\mathcal{N}$.

$$n_{mnk} = \frac{e'_{mnk}}{\sqrt{\sum_{m=1}^{M} (e'_{mnk})^2}},\ \ m = 1, \ldots, M,\ n = 1, \ldots, N,\ k = 1, \ldots, K; \tag{3}$$

3. Ponderar $\mathcal{N}$, obtendo o tensor ponderado $\mathcal{V}$.

$$v_{mnk} = p_k n_{mnk} w_n,\ \ m = 1, \ldots, M,\ n = 1, \ldots, N,\ k = 1, \ldots, K; \tag{4}$$

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

4. Identificar as soluções ideais positivas e negativas , obtendo os tensores $\mathcal{S}^+$ e $\mathcal{S}^- \in \mathbb{R}^{1\times N\times K}$. Dado I associado ao atributo ou critério de benefício e J ao de custo, para $k = 1, \ldots, K$:

$$k \in I \vee k \in J \rightarrow \tag{5}$$

$$S_k^+ = \{s_{1k}^+, \ldots, s_{nk}^+\} = \left\{ \left(\max_m v_{mnk} \mid k \in I \right), \left(\min_m v_{mnk} \mid k \in J \right) \right\} \tag{6}$$

$$S_k^+ = \{s_{1k}^+, \ldots, s_{nk}^+\} = \left\{ \left(\min_m v_{mnk} \mid k \in I \right), \left(\max_m v_{mnk} \mid k \in J \right) \right\} \tag{7}$$

$$k \notin I \wedge\ k \notin J \rightarrow \tag{8}$$

$$S_k^+ = \{s_{1k}^+, \ldots, s_{nk}^+\} = \left\{ \left(\max_m v_{mnk} \mid n \in I \right), \left(\min_m v_{mnk} \mid n \in J \right) \right\} \tag{9}$$

$$S_k^- = \{s_{1k}^+, \ldots, s_{nk}^+\} = \left\{ \left(\min_m v_{mnk} \mid n \in I \right), \left(\max_m v_{mnk} \mid n \in J \right) \right\}; \tag{10}$$

5. Calcular a distância Euclidiana n-dimensional de cada alternativa para as soluções ideal positiva e negativa.

$$d_m^+ = \left\{ \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N} (v_{mnk} - s_{nk}^+)^2 \right\}^{\frac{1}{2}},\ m = 1, \ldots, M \tag{11}$$

$$d_m^- = \left\{ \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N} (v_{mnk} - s_{nk}^-)^2 \right\}^{\frac{1}{2}},\ m = 1, \ldots, M; \tag{12}$$

6. Calcular a proximidade relativa das alternativas com relação ao ponto ideal positivo.

$$r_m = \frac{d_m^-}{d_m^+ + d_m^-},\ m = 1, \ldots, M. \tag{13}$$

No Passo 1, os atributos escolhidos dependem da relevância deles no problema em que o método é aplicado. Podem ser, por exemplo, média, variância, tendência, sazonalidade (associado a autocorrelação), dentre tantos outros. O Passo 2 é necessário pois o TOPSIS é um método do tipo compensatório e o resultado pode ser afetado pela ordem de grandeza, bem como pela unidade de medida dos dados. No Passo 3, pondera-se não só os critérios, mas também os atributos, pois, em determinados casos, um atributo pode ter mais relevância no problema do que outro. No Passo 4, é preciso verificar se o atributo é de benefício ou custo, antes de verificar os critérios. Isto porque, supondo que se está analisando os critérios de PIB e imposto de importação de vários países, pode ser desejável que o atributo variância seja mínimo para os dois critérios, independente de que o critério PIB seja de benefício e imposto seja de custo. Caso não haja uma restrição de que o atributo seja de benefício ou de custo, então se procede a analisar cada critério. No Passo 5, calcula-se a distância Euclidiana de cada ponto para sua respectiva solução ideal positiva e negativa. Por fim, no Passo 6, obtém-se a pontuação das alternativas representada por r_m, que possui valores entre zero e um. Quando r_m tende a 1, a alternativa tende a estar mais perto do ponto ideal positivo e longe do ideal negativo.

Na próxima seção, apresentamos esta metodologia aplicada à agregação de índices simples para obtenção do índice composto IDH.

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

3. Testes computacionais e análise dos resultados

Na Seção 1, referenciamos brevemente o estudo [Banamar e Smet, 2018], o qual propõe a análise dos critérios como séries temporais, que utilizam os métodos PROMETHEE II e o temporal aditivo para a agregação do tensor. Eles fazem uma agregação dos critérios relativos à esperança de vida, educação e renda per capita de dez países ao longo de um período de tempo, obtendo o índice de desenvolvimento humano (IDH). Neste trabalho, utilizamos esses mesmos dados para comparar os resultados obtidos. Esses dados são: o conjunto de alternativas referentes a 10 países emergentes: A = {Brasil, China, Índia, Indonésia, Malásia, México, Filipinas, Rússia, África do Sul, Turquia}, o conjunto formado por 3 critérios: C = {Esperança de vida à nascença (EV), Educação (ED), Renda per capita (RPC)} e a série temporal medida com uma frequência de 5 anos no período entre 1990 e 2015: T = $\{t_{1990}, t_{1995}, \ldots, t_{2015}\}$. Os critérios C_1, C_2 e C_3 são de benefício (max), sendo C_1 e C_2 representados em anos e C_3 em dólares, e são atribuídos pesos iguais para os três critérios: **w** = $[0,333, 0,333, 0,333]$. Os valores da série temporal são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Valores dos critérios ao longo dos anos.

Pesos	0,333						0,333						0,333					
Max/Min	Max						Max						Max					
Critérios	Esperança de vida à nascença (EV)						Educação (ED)						Renda per capita (RPC)					
Anos	1990	1995	2000	2005	2010	2015	1990	1995	2000	2005	2010	2015	1990	1995	2000	2005	2010	2015
Brasil	65,3	67,6	70,1	71,9	73,3	74,8	8,00	8,95	9,95	10,15	11,05	11,60	10065	10959	11161	12032	14420	15062
China	69,0	69,9	71,7	73,7	75,0	76,0	6,80	7,25	7,85	8,75	9,85	10,30	1520	2508	3632	5632	9387	13347
Índia	57,9	60,4	62,6	64,5	66,5	68,4	5,35	5,90	6,45	7,35	8,25	8,55	1754	2046	2522	3239	4499	5814
Indonésia	63,3	65,0	66,3	67,2	68,1	69,1	6,75	7,20	8,70	9,30	9,95	10,30	4337	5930	5308	6547	8267	10130
Malásia	70,7	71,8	72,8	73,6	74,1	74,8	8,10	8,90	10,25	10,15	11,35	11,35	9772	13439	14500	17157	19725	23712
México	70,8	72,8	74,4	75,3	76,1	77,0	8,05	8,55	9,15	9,85	10,50	10,80	12074	12028	14388	14693	15395	16249
Filipinas	65,3	66,1	66,7	67,2	67,7	68,3	8,70	8,95	9,50	9,75	9,75	10,20	3962	4111	4994	6058	7478	8232
Rússia	68,0	66,0	65,1	65,8	68,6	70,3	10,95	10,85	11,85	12,60	13,10	13,35	19461	12011	12933	17797	21075	22094
África do sul	62,1	61,4	55,9	51,6	54,5	57,9	8,95	10,65	11,00	11,15	11,55	11,75	9987	9566	9719	10935	11833	12110
Turquia	64,3	67,0	70,0	72,5	74,2	75,6	6,70	7,20	8,30	8,95	10,55	11,05	10494	11317	12807	14987	16506	18976

Para aplicar nosso método, definimos $K = 4$, sendo os quatro atributos: média, coeficiente de variação, coeficiente angular e os dados mais recentes da série temporal, ou seja, os dados relativos a 2015. Variamos o vetor de pesos **p**:

$\mathbf{p}_1$ = [0, 0, 0, 1]: Ao atribuir peso zero para os atributos média, coeficiente de variação e coeficiente angular, e um para os dados mais recentes, estamos considerando apenas a matriz de decisão, tal e como os problemas de MCDA vêm sendo tratado na literatura. Nossa intenção é poder comparar a solução avaliada em um instante de tempo, com nossa proposta de analisá-la como série temporal;

$\mathbf{p}_1$ = [0,1, 0,1, 0,1, 0,7]: Com esse vetor de pesos, consideramos que 70% da relevância para o cálculo do IDH consiste nos dados mais recentes;

$\mathbf{p}_1$ = [0,1, 0,2, 0,2, 0,5]: Aqui, atribuímos 50% da importância no cálculo do IDH ao critério dos dados mais recentes. Consideramos que a média dos últimos anos tem uma relevância de 10% e os coeficientes de variação e angular assumem uma importância de 20% cada.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos. A primeira linha da tabela, intitulada R1, mostra o resultado do estudo apresentado em [Banamar e Smet, 2018]. As seguintes linhas, chamadas de R2, apresentam os resultados obtidos utilizando o método proposto neste trabalho com os pesos $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ e $\mathbf{p}_3$. Destacamos na tabela os três primeiros classificados, pois facilita a visualização da análise.

Notamos, primeiramente, que em R1 e R2-$\mathbf{p}_1$ os dois primeiros colocados no ordenamento coincidem, estando a Rússia em primeiro lugar seguido pela Malásia. Esse cenário muda quando atribuímos pesos para os três primeiros atributos, resultado mostrado no R2-$\mathbf{p}_2$ e R2-$\mathbf{p}_3$, sendo a ordem: Malásia - Rússia - Turquia e Turquia - Malásia - Rússia, respectivamente.

Tabela 2: Ordenamento dos países de acordo com o método utilizado.

	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
R1	Rússia	Malásia	México	Brasil	Turquia	China	África do sul	Filipinas	Indonésia	Índia
R2-$\mathbf{p}_1$	Rússia	Malásia	Turquia	México	Brasil	China	África do sul	Indonésia	Filipinas	Índia
R2-$\mathbf{p}_2$	Malásia	Rússia	Turquia	México	Brasil	China	África do sul	Indonésia	Filipinas	Índia
R2-$\mathbf{p}_3$	Turquia	Malásia	Rússia	Brasil	México	China	Indonésia	Índia	África do sul	Filipinas

Para uma análise mais detalhada do resultado, elaboramos a Tabela 3, que apresenta os valores dos três critérios para os quatro atributos: média, coeficiente de variação, coeficiente angular e os dados mais recentes (2015). Apresentamos os valores antes de normalizá-los para uma melhor visualização. Note que a Rússia e a Malásia têm desempenhos parecidos quando analisamos apenas os dados mais recentes, o que pode justificar que estejam disputando os três primeiros lugares na classificação dos resultados. Se verificarmos o espaço de atributos, entendemos melhor o porquê da Rússia estar em primeira colocada para o R1 e R2-$\mathbf{p}_1$, enquanto é a segunda e terceira para o R2-$\mathbf{p}_2$ e R2-$\mathbf{p}_3$. Primeiramente, é importante lembrar que o R2-$\mathbf{p}_1$ leva em consideração apenas os dados mais recentes (2015) e faz uma agregação da matriz de decisão, sem levar em consideração a série temporal. Já o R1 considera a série temporal, porém não analisa diretamente características dela, como o coeficiente angular, por exemplo. Analisando, então, os demais atributos, vemos que a Malásia tem a média e o coeficiente de variação pior que o da Rússia nos critérios ED e RPC, porém, para o coeficiente angular, a Malásia tem um desempenho maior nos três critérios, sendo mais que o dobro de crescimento no critério RPC. Desse modo, a análise feita no R2-$\mathbf{p}_2$ desempata os dois países pelos critérios examinados no atributo coeficiente angular.

Tabela 3: Valores das alternativas no espaço de atributos.

Atributo	Média			Coef. de variação			Coef. angular			Dados mais recentes		
	EV	ED	RPC	EV	ED	RPC	EV	ED	RPC	EV	ED	RPC
Brasil	70.5	9.9	12283	0.05	0.12	0.15	1.9	0.70	1035	74,8	11,60	15062
China	72.5	8.5	6004	0,03	0.15	0.69	1.5	0.75	2336	76,0	10.30	13347
Índia	63.4	6.9	3312	0.06	0.17	0.43	2.1	0.68	810	68.4	8.55	5814
Indonésia	66.5	8.7	6753	0.03	0.15	0.29	1.1	0.76	1063	69,1	10.30	10130
Malásia	72.9	10.0	16384	0.02	0.12	0.27	0.8	0.67	2606	74,8	11.35	23712
México	74.4	9.5	14137	0.03	0.10	0.11	1.2	0.58	893	77,0	10.80	16249
Filipinas	66.9	9.5	5805	0.01	0.05	0.28	0.6	0.29	929	68.3	10.20	8232
Rússia	67.3	12.1	17561	0.03	0.08	0.22	0.6	0.56	1292	70.3	13.35	22094
África do sul	57.2	10.9	10691	0.06	0.08	0.09	-1.3	0.48	532	57.9	11.75	12110
Turquia	70.6	8.8	14181	0.06	0.18	0.21	2.3	0.93	1718	75.6	11.05	18976

Verificando porque a Turquia é primeira colocada para o R2-$\mathbf{p}_3$, comparamos na Tabela 3 os quatro atributos com os da Rússia e Malásia. Notamos que a Turquia, comparada com a Rússia, perde em dois critérios para os atributos média e coeficiente de variação, mas ganha com bastante diferença no critério de coeficiente angular. Quando comparada a Turquia com a Malásia, essa diferença no coeficiente angular é menor, chegando a perder no critério RPC, porém, dado os pesos para os atributos, a Turquia ganha no resultado final. Notamos que há uma diferença muito grande no coeficiente angular da Rússia para o da Malásia e da Turquia, fazendo com que ela perca ao aumentarmos o peso desse atributo, anulando, de certo modo, seu bom desempenho nas outras características.

4. Conclusões

Neste trabalho propusemos uma análise MCDA baseada em séries temporais modelando a matriz de decisão como tensor. Para agregação do tensor, desenvolvemos um método a partir

do clássico TOPSIS. Testamos nossa proposta em um exemplo para agregação de três indicadores simples, a fim de obter o indicador composto IDH. Pelos resultados obtidos, concluímos que o espaço de atributo traz novas perspectivas que não seriam consideradas se analisássemos apenas o desempenho no último ano ou a série temporal sem considerar seus atributos. No caso prático que apresentamos aqui, pode ser relevante a análise não só do desempenho do país no último ano, mas também características temporais (média, estabilidade, tendência). Assim, verificamos, por exemplo, que o IDH da Malásia pode estar melhor colocado que o da Rússia, se considerarmos que a tendência dos critérios é um dado importante na decisão.

Porém, ao se tratar de um estudo com países em desenvolvimento, acreditamos que o crescimento (coeficiente angular) afetou fortemente o resultado final, pois alguns países apresentam um crescimento muito acima da média dos outros. Sendo assim, é necessário uma análise conjunta dos atributos, no sentido de, um país com o crescimento muito alto é penalizado se não for acompanhado de valores altos nos dados mais recentes. Para essa análise em futuros trabalhos, pretendemos testar outros métodos, tais como os não lineares ou não compensatórios.

Referências

Banamar, I. e Smet, Y. (2018). An extension of PROMETHEE II to temporal evaluations. *International Journal of Multicriteria Decision Making*, 7(3-4):298–325.

Behzadian, M., Otaghsara, S. K., Yazdani, M., e Ignatius, J. (2012). A state-of the-art survey of topsis applications. *Expert Systems with applications*, 39(17):13051–13069.

Belacel, N. (2000). Multicriteria assignment method proaftn: Methodology and medical application. *European Journal of Operational Research*, 125(1):175–183.

Brans, J. (1982). L'ingénièrie de la décision; Elaboration d'instruments d'aide à la décision. La méthode PROMETHEE. *Presses de l'Université Laval*, p. 183–213.

Costa, C. A. B. (2012). *Readings in multiple criteria decision aid*. Springer Science & Business Media, Lisbon, Portugal.

Figueira, J., Greco, S., e Ehrgott, M. (2005). Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys, ser. *Int. Series Op. Res. & Manage. Sc. Boston: Springer-Verlag*, 78.

Frini, A. e Benamor, S. (2015). A topsis multi-criteria multi-period approach for selecting projects in sustainable development context. In *Industrial Engineering and Operations Management (IEOM), 2015 International Conference on*, p. 1–9. IEEE.

Frini, A. e Benamor, S. (2017). Making decisions in a sustainable development context: A state-of-the-art survey and proposal of a multi-period single synthesizing criterion approach. *Computational Economics*, p. 1–45.

Greco, S., Figueira, J., e Ehrgott, M. (2016). *Multiple criteria decision analysis*. Springer.

Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., e Izadikhah, M. (2006). An algorithmic method to extend topsis for decision-making problems with interval data. *Applied mathematics and computation*, 175(2): 1375–1384.

Sidiropoulos, N. D., De Lathauwer, L., Fu, X., Huang, K., P., E. E., e Faloutsos, C. (2017). Tensor decomposition for signal processing and machine learning. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(13):3551–3582.

Siskos, Y., Grigoroudis, E., Zopounidis, C., e Saurais, O. (1998). Measuring customer satisfaction using a collective preference disaggregation model. *Journal of Global Optimization*, 12(2):175–195.

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br

Tzeng, G. e Huang, J. (2011). *Multiple attribute decision making: methods and applications*. Chapman and Hall/CRC.

Zhou, M. e Chen, Y. (2011). An aggregation framework for time series-based mcda. *The Proceedings of IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS)*, p. 571–575.

Zopounidis, C. e Doumpos, M. (2002). Multicriteria classification and sorting methods: a literature review. *European Journal of Operational Research*, 138(2):229–246.

Zopounidis, C. e Paraschou, D. (2013). *Multicriteria decision aid methods for the prediction of business failure*, volume 12. Springer Science & Business Media.

https://proceedings.science/p/106813?lang=pt-br