LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
Limeira–SP, 02 a 06 de setembro de 2019

DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM SELEÇÃO DE FORNECEDORES E POSSIBILIDADES DE DESCONTOS NO CUSTO FIXO

Robson Vieira de Oliveira
Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
CEP: 31270-901 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
robsonviei@hotmail.com

Maurício Cardoso de Souza
Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha
CEP: 31270-901 - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
prof.mauriciodesouza@gmail.com

Thiago Augusto de Oliveira Silva
Universidade Federal de Ouro Preto
Rua 36, 115 - Loanda
CEP: 35931-008 - João Monlevade - Minas Gerais - Brasil
thiago@ufop.edu.br

RESUMO

A natureza delicada das atividades hospitalares e a necessidade de manter altos níveis de serviço exigem uma eficiente gestão dos estoques de medicamentos, uma vez que eles possuem demanda derivada do tratamento de pacientes. Neste contexto, o presente trabalho apresenta uma metodologia para encontrar limites inferiores de um modelo matemático de dimensionamento de lotes com seleção de fornecedores em uma farmácia hospitalar. É proposta a implementação da decomposição de Dantzig-Wolfe com um método de geração de colunas para o modelo. Analisando os resultados obtidos pela metodologia empregada, verifica-se a obtenção de limites inferiores melhores do que a relaxação linear.

PALAVRAS CHAVE. Logística hospitalar, Dimensionamento de lotes, Dantzig-Wolfe, Geração de colunas.

LT – Logísticas e Transportes, SA – PO na Área de Saúde.

ABSTRACT

The highly delicate nature of hospital activities and the necessity to enable hospital activities to be fully performed, demands an efficient management, specially when we are talking about medical supplies, since its demand derives from patient treatment. In this context, this work presents a methodology to find lowers bounds of a lot sizing of medical products with selecting suppliers problem in a hospital pharmacy. It is proposed the implementation of the Dantzig-Wolfe decomposition with a method of columns generation for the model. Analyzing the results obtained by the methodology employed, we achieved lower bounds better than the linear relaxation of the problem in question.

KEYWORDS. Hospital logistics, Lot sizing, Dantzig-Wolfe, Columns generation.

L & T - Logistics and Transportation, SA - PO in the Health Area.

https://proceedings.science/p/106718?lang=pt-br

1. Introdução

Considerar a gestão eficiente dos estoques é um ponto fundamental para reduzir uma parcela dos custos referentes às atividades de diversar organizações. Pesquisas apontam que os investimentos em estoques no setor de saúde estão entre 10% e 18% das receitas hospitalares Jarrett [1998]. Sob esta ótica, um grande número de hospitais iniciaram projetos para a gestão de estoques. Estes projetos estão fortemente ligados a automação e sistemas de informação, logística dos pacientes e gestão da cadeia de suprimentos De Vries [2011].

Dentro do cenário da logística hospitalar, o presente trabalho tem foco na problemática relacionada ao processo de gestão de estoques com seleção de fornecedores e possibilidade de desconto no frete, para tal foram utilizados, como exemplo, parâmetros provenientes de um centro farmacêutico de um hospital de médio porte localizado na cidade de João Monlevade, em Minas Gerais. Para tanto, a situação é descrita e apresentada através de uma combinação do Problema de Dimensionamento de lotes (*Lot Sizing*) não Capacitado com Múltiplos Itens com o Problema de Seleção de Fornecedores, considerando os custos de transporte e possíveis descontos no frete. O problema resultante se enquadra na classe NP-difícil.

O trabalho apresentado neste artigo pode ser considerado uma generalização dos trabalhos apresentados por Basnet e Leung [2005] e Cárdenas-Barrón et al. [2015], com a adição de variáveis relacionadas aos custos de transporte e a modelagem de desconto no frete pela quantidade adquirida.

Quando a dificuldade de resolução do problema aumenta, algumas técnicas de solução podem ser empregadas em seu tratamento, no intuito de gerarem melhores intervalos de integralidade e melhores tempos de resolução. Alguns métodos especiais podem ser empregados, como o método de geração de colunas, a decomposição do modelo e métodos baseados em relaxações.

Manne [1958] foi pioneiro no desenvolvimento de métodos de resolução para o problema de *lot sizing* capacitado. Com seu trabalho surgiram as primeiras propostas de decomposição para o problema. Degraeve e Jans [2007] revisam o método de decomposição desenvolvido por Manne [1958] e desenvolvem um algoritmo Branch-and-Price.

À vista disso, a presente pesquisa busca elaborar uma reformulação do problema de *Lot Sizing* não capacitado com seleção de fornecedores que forneça um limite inferior mais justo, se comparado ao limite fornecido por sua relaxação linear. Para tal, foi utilizada a decomposição desenvolvida por Dantzig e Wolfe [1960] para reformular o problema e um algoritmo de geração de colunas para resolver o problema mestre resultante.

No que respeita à organização do trabalho, na Seção 2 encontra-se uma breve revisão de literatura acerca dos temas envolvidos com o trabalho. Na Seção 3 se descreve o problema MLSSSP e apresenta uma formulação de programação inteira mista para o problema. Na Seção 4 aplica-se a decomposição de Dantzig-Wolfe ao problema e define os problemas mestres e subproblemas associados. Na Seção 5 apresenta-se os resultados para as intâncias utilizadas e, por fim, na Seção 6 apresentam-se as conclusões do trabalho.

2. Revisão de literatura

A gestão da cadeia de suprimentos hospitalar é muito complexa, pois possui uma grande responsabilidade de garantir que o medicamento será disponibilizado para o paciente certo, no momento certo, para ser eficiente no combate a qualquer enfermidade. Significa que está intrínseca uma alta sensibilidade, tal que um nível de serviço abaixo dos 100% é inaceitável, tendo em vista o impacto direto na saúde do paciente que isso pode acarretar Uthayakumar e Priyan [2013].

Diferentemente de muitas indústrias, os gestores responsáveis pela administração das cadeias de suprimento hospitalares se deparam com diversas dificuldades, pois há uma tentativa de gerenciamento sem orientação adequada e incompreensão de práticas eficientes. O motivo é que os

administradores são profissionais especializados na área de saúde, não em cadeias de suprimento Woosley [2009].

Neste âmbito, a pesquisa operacional fornece opções de metodologias que podem ajudar os hospitais, e outros sistemas envolvidos com a área de saúde, a melhorarem suas operações logísticas Uthayakumar e Priyan [2013]. Quanto a gestão de estoques, problemas de dimensionamento de lote (*lot sizing problem*) podem ser utilizados para suprir tal necessidade de gerenciamento.

O Problema de *lot sizing* é bem conhecido e explorado na literatura, sendo que Bitran e Yanasse [1982] demonstram que sua versão capacitada é da classe NP-difícil. Um estudo considerado fundamental, e pioneiro, sobre dimensionamento de lotes foi trabalhado por Wagner e Whitin [1958]. Numerosos trabalhos de revisão foram publicados desde 1974, como demonstrado em Glock et al. [2014]. Karimi et al. [2003] e Jans e Degraeve [2008] apresentam boas revisões recentes sobre as variações do problema e algoritmos para solução.

Basnet e Leung [2005] e Cárdenas-Barrón et al. [2015] trabalham com a junção do problema não capacitado de definição do tamanho do lote com o problema de seleção de fornecedores para múltiplos itens (MLSSP). Basnet e Leung [2005] observam que, devido ao elevado número de variáveis binárias, existe a probabilidade de que o problema em questão seja computacionalmente caro e Cárdenas-Barrón et al. [2015] afirmam que o problema é NP-difícil, sem no entanto fornecer detalhes sobre a questão.

Chaudhry et al. [1993] e Tempelmeier [2002] exploram a combinação do problema de seleção de fornecedores (SSP) com o problema de dimensionamento de lote não capacitado para um único item (ULSP), os autores também consideram incentivos de fornecedores na forma de desconto, calculado pela quantidade comprada. Aissaoui et al. [2007] faz uma revisão detalhada acerca da literatura existente, até então, que aborda o Problema de Dimensionamento de Lote com Seleção de Fornecedores.

Glock et al. [2014] definem um esquema de classificação para os modelos de *lot sizing* existentes na literatura e relatam que atualmente os modelos incluem, além da determinação do tamanho ótimo do lote de compra, questões como sequenciamento, incentivos e produtividade. O presente artigo segue essa linha no momento em que apresenta um novo modelo e considera incentivos na forma de descontos de frete pela quantidade adquirida.

Morabito et al. [2013] incorpora os custos de transporte no Problema de Tamanho de Lote Capacitado com Múltiplos Itens (MCLSP). Rosenthal et al. [1995] explora o CLSP com Múltiplo Itens de período único com SSP e o primeiro a incorporar o empacotamento ao contexto de seleção de fornecedores. Stadtler [2007] anexa ao MCLSP com SSP a opção de desconto sobre a quantidade adquirida. Choudhary e Shankar [2013] fazem uso da mesma estratégia de desconto utilizada em Stadtler [2007], e incorporam a decisão de qual transportadora será a responsável pela entrega dos produtos. Estes últimos trabalhos citados contém características similares com o presente trabalho, entretanto a dinâmica adotada para representar a seleção de fornecedores difere da encontrada no ambiente em que este estudo foi realizado. Além disso, não considera a possibilidade de descontos no frete por fornecimento agregado de diferentes itens.

Cárdenas-Barrón et al. [2015] afirmam que o MLSSP é muito difícil de ser resolvido, e que com tamanhos muito grandes de instâncias ele se torna impossível de se resolver de forma exata. Desta forma, não existe garantia de se encontrar uma solução ótima para o MLSSP em um tempo computacional viável, usando apenas o modelo exato. Este é um problema de programação linear inteira mista (PPLIM), portanto, a qualidade de seus limites inferiores são cruciais para sua resolução. Onde aumentar a qualidade destes limites podem resultar em melhores intervalos de integralidade e melhores tempos de resolução.

Quando se trata de técnicas para resolução de problemas de otimização, uma das idéias mais recorrentes é a da decomposição. O que se pretende é aproveitar da estrutura do problema inteiro, que pode ser descrito como a interseção de dois ou mais conjuntos de restrições. Mais particularmente, o problema inteiro possui um conjunto de restrições nomeadas de independentes e outro conjunto chamadas de restrições de acoplamento, estas últimas fazendo a ligação entre diferentes conjuntos de variáveis Wolsey [1998].

O trabalho proposto por Dantzig e Wolfe [1960] consiste em reformular o problema inteiro original subtituindo suas variáveis por uma combinação convexa do conjunto finito de seus pontos e raios extremos de um subconjunto de restrições, chamado de Problema Mestre (PM). A reformulação baseia-se em decompor o problema em subproblemas, reduzindo consideravelmente o número de restrições.

Contudo, o Problema Mestre possue mais variáveis do que o problema original, porém não existe a necessidade de enumerar todas elas. Para resolver o PM usa-se o método de geração de colunas, que adiciona as variáveis a medida que se há necessidade. A cada iteração colunas são geradas pelo Subproblema, e a utilização de cada coluna dependerá de seu valor de função objetivo, ou custo reduzido. O subproblema é composto pelas restrições que não compuseram o PM, e gera os pontos extremos Martin [1999].

Para resolver a decomposição de Dantzig-Wolfe utiliza-se do método de geração de colunas, que é considerada uma combinação de sucesso, pois permite a obtenção de limites mais justos para o problema. A utilização da geração de colunas, porém, não garante que a solução encontrada seja ótima, o que ocorre é a resolução da relaxação do problema original Baldo [2009].

3. Formulação e Descrição do Problema

Os elementos centrais deste problema são os produtos e fornecedores, onde são organizados nos conjuntos P e F, respectivamente. Cada fornecedor $f \in F$ oferece várias opções de produtos, que são organizados no conjunto $P_f \subseteq P$. De maneira similar, cada produto $p \in P$ tem seu fornecimento disponibilizado por várias opções de fornecedores, que são organizados no conjunto $F_p \subseteq F$. O horizonte de planejamento discreto é definido por $t \in T$ períodos.

O modelo utiliza cinco variáveis, das quais duas são binárias, duas contínuas e uma inteira. Para representar a quantidade de caixas de medicamentos ($p \in P$) que serão adquiridas de determinado fornecedor ($f \in F$) em um período de tempo ($t \in T$) foram utilizadas as variáveis inteiras x_{pft}. As variáveis binárias que estão ligadas às variáveis x_{pft} são definidas por y_{ft}, onde indicam se o fornecedor ($f \in F$) teve algum pedido solicitado ou não em algum período de tempo ($t \in T$).

Quando o pedido de medicamentos não ultrapassa a fatura mínima, estipulada por fornecedor, há uma cobrança de frete para a entrega dos produtos. As variáveis binárias z_{ft} indicam se haverá a cobrança do frete ou não pelo fornecedor ($f \in F$) no período t. Enquanto que as variáveis continuas positivas r_{ft} assumem o peso, em quilogramas, que foi adquirido com a cobrança de frete do fornecedor ($f \in F$) no período t. Para representar as variáveis contínuas de estoque para cada produto ($p \in P$) a cada período de tempo t utilizaram-se s_{pt}. Cada fornecedor requer um lead time para realizar a entrega dos medicamentos. Para que o medicamento chegue ao período t assume-se que o pedido foi feito com antecedência, onde não há pedido para fornecedores que detenham de um lead time maior do que o período de demanda, ou que ultrapasse o horizonte de planejamento.

Considere os seguintes parâmetros do problema: d_{pt} a demanda de cada produto ($p \in P$) no período t; g_{pf} a fatura mínima exigidos de cada produto ($p \in P$) por cada fornecedor ($f \in F$); h_p recebem os valores de estocagem para cada produto ($p \in P$); c_{pf} os valores para cada produto ($p \in P$) praticados por cada fornecedor ($f \in F$); δ_f a taxa em Un$/tonelada e δ_f^{fix} uma taxa

fixa em Un$, cobradas por cada fornecedor ($f \in F$) para realizar a entrega do medicamento; q_{pf} a quantidade e w_{pf} o peso de cada produto ($p \in P$) existente por embalagem disponibilizada por cada fornecedor ($f \in F$); por fim, γ_{pft} representam constantes do tipo big M. Assume-se $s_{p0} = 0$, a formulação matemática é representada pelas equações (1)-(10).

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{t\in T} h_p s_{pt} + \sum_{p\in P}\sum_{f\in Fp}\sum_{t\in T} c_{pf}x_{pft} + \sum_{f\in F}\sum_{t\in T}(r_{ft}\delta_f + z_{ft}\delta_f^{fix}) \tag{1}$$

S.a.:

$$\sum_{f\in Fp} q_{pf}x_{pft} + s_{p(t-1)} - s_{pt} = d_{pt}, \quad \begin{matrix}\forall\ p\in P,\\ \forall\ t\in T\end{matrix} \tag{2}$$

$$x_{pft} - \gamma_{pft}y_{ft} \leq 0, \quad \begin{matrix}\forall p\in P,\\ \forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{3}$$

$$\sum_{p\in P_f} c_{pf}x_{pft} - g_f(y_{ft} - z_{ft}) \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{4}$$

$$r_{ft} - \sum_{p\in P_f} w_{pf}x_{pft} + (1 - z_{ft})\sum_{p\in P_f} w_{pf}\gamma_{pft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{5}$$

$$x_{pft} \in Z_+, \quad \begin{matrix}\forall p\in P,\\ \forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{6}$$

$$y_{ft} \in \{0,1\}, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{7}$$

$$s_{pt} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall p\in P,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{8}$$

$$r_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{9}$$

$$z_{ft} \in \{0,1\}, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{10}$$

A expressão (1) representa função objetivo do problema, que busca minimizar os custos totais de compra e armazenagem do produto. A primeira parcela da equação representa os custos totais referentes à armazenagem. A segunda parcela representa os custos totais de aquisição dos medicamentos. A terceira parcela é referente aos custos totais de compra com a cobrança de frete.

O conjunto de restrições restrições (2) são referentes ao atendimento a demanda, garantindo que a cada período ela seja satisfeita. Além disso, as mesmas garantem também a relação dos seus níveis de estoque do período atual com o imediatamente anterior. O conjunto de restrições (3) são do tipo Big M e fazem a ligação da variável inteira x_{pft} com a binária y_{ft}.

Caso haja o pedido ao fornecedor f em um período t, a variávei binária y_{ft} assume valor 1 e, considerando as restrições (4), a diferença $(y_{ft} - z_{ft})$ assume valor unitário se não houver a cobrança do frete, ou seja, z_{ft} recebe valor 0, contudo, estas restrições serão relaxadas sempre que houver a cobrança do frete (z_{ft} = 1). Quando não existir nenhum pedido as restrições (3) garantem que $\sum_{p\in P_f} x_{pft}$ seja nulo. Para completar a lógica da cobrança de frete por parte de um fornecedor, as restrições (5) determinam o volume adquirido com o pagamento de frete, e as restrições (6)-(10) estabelecem os domínios das variáveis.

4. Decomposição do Problema

Diferentes decomposições de Dantzig-Wolfe podem ser empregadas em um problema de programação linear inteira mista (PPLIM) dependendo da estrutura de suas restrições. No problema em questão, foi constatada a possibilidade de desenvolver a decomposição partindo dos produtos.

O problema mestre será composto pelas restrições (3)-(5), e as restrições de atendimento a demanda (2) irão compor o subproblema resultante, com seus pontos extremos representando um plano de compra e atendimento a demanda para cada produto.

4.1. Formulação do Problema Mestre

Considere a variável contínua λ_p^c como o peso do plano de compra para cada coluna gerada por produto, e o conjunto C_p como todas as colunas que foram geradas para cada respectivo

https://proceedings.science/p/106718?lang=pt-br

produto. Os novos parâmetros do problema são: x^c_{pft} e s^c_{pt}, que indicam a quantidade demandada para o produto ($p \in P$), do fornecedor ($f \in F$), dentre o período de tempo t e relativos a cada coluna ($c \in C_p$) e o volume de estoque para cada produto ($p \in P$) ao final de cada período de tempo t e relativos a cada coluna ($c \in C_p$), respectivamente. A formulação matemática do problema mestre é representada pelas equações (11)-(19).

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{c\in C_p}\sum_{t\in T}(h_p s^c_{pt} + \sum_{f\in F_p} c_{pf}x^c_{pft})\lambda^c_p + \sum_{f\in F}\sum_{t\in T}(\delta_f r_{ft} + z_{ft}\delta^{fix}_f) \tag{11}$$

S.a.:

$$\sum_{c\in C_p}(x^c_{pft})\lambda^c_p - \gamma_{pft}y_{ft} \leq 0, \quad \begin{matrix}\forall p\in P,\\ \forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{12}$$

$$\sum_{p\in P_f}\sum_{c\in C_p}(c_{pf}x^c_{pft})\lambda^c_p - g_f(y_{ft} - z_{ft}) \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{13}$$

$$r_{ft} - \sum_{p\in P_f}\sum_{c\in C_p}(w_{pf}x^c_{pft})\lambda^c_p + (1 - z_{ft})\sum_{p\in P_f} w_{pf}\gamma_{pft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{14}$$

$$\sum_{c\in C_p}\lambda^c_p = 1, \quad \forall\, p\in P \tag{15}$$

$$z_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{16}$$

$$y_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{17}$$

$$\lambda^c_p \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall\, p\in P,\\ \forall\, c\in C_p\end{matrix} \tag{18}$$

$$r_{ft} \geq 0, \quad \begin{matrix}\forall f\in F,\\ \forall t\in T\end{matrix} \tag{19}$$

A função objetivo, representada pela expressão (11), tem por finalidade minimizar os custos totais, onde λ^c_p assume a proporção da demanda para o produto p no plano de compra c, desconsiderando os custos incorridos pela política de estoque, pois tal variável não aparece no problema mestre.

As restrições (12)-(14) mantêm a mesma ideia do problema original, porém existe a multiplicação por λ^c_p que indica a porcentagem escolhida de um produto em um certo plano de compra. As restrições (15) são denominadas de convexidade, ou seja, para cada produto existe uma restrição de convexidade, o que força a combinação de uma escolha destes planos de compra. As restrições (16)-(19) garantem a não negatividade e representam o domínio das variáveis.

4.2. Formulação do Subproblema

Devida a forma com que foi escolhida a decomposição do problema, será resolvido um subproblema para cada produto p. A cada valor de função objetivo negativo encontrado pelo subproblema adiciona-se uma nova coluna em um conjunto de outras colunas geradas para cada produto. Estas colunas serão utilizadas nas proximas iterações feitas pelo problema mestre, que retorna valores duais de acordo com as colunas conhecidas, até não existirem mais colunas a serem adicionadas.

Considere μ_{pft} ($p \in P$, $f \in F$, $t \in T$),v_{ft} ($f \in F$, $t \in T$) e r_{ft} ($f \in F$, $t \in T$) variáveis duais referentes às restrições (12), (13) e (14) do problema mestre, respectivamente. As variáveis duais π_p ($p \in P$) são referentes as restrições de convexidade (15). A formulação matemática do subproblema, para cada produto p, é representada pelas equações (20)-(25):

https://proceedings.science/p/106718?lang=pt-br

$$\min \sum_{t\in T} h_p s_{pt} + \sum_{f\in F_p}\sum_{t\in T}(c_{pf} - \mu_{pft} - c_{pf}v_{ft} + w_{pf}r_{ft})x_{pft} - \pi_p \tag{20}$$

S.a.:
$$\sum_{f\in Fp} q_{pf}x_{pft} - s_{pt} + s_{p(t-1)} = d_{pt}, \quad \forall\, t\in T \tag{21}$$

$$x_{pft} \leq \gamma_{pft}y_{ft}, \quad \forall f\in F_p, \forall t\in T \tag{22}$$

$$y_{ft} \in \{0,1\}, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{23}$$

$$x_{pft} \in Z_+, \quad \forall f\in F_p, \forall t\in T \tag{24}$$

$$s_{pt} \geq 0, \quad \forall t\in T \tag{25}$$

A função objetivo, representada por (20), procura o melhor plano de compra associado a cada produto p, e também se refere ao valor do custo reduzido de cada coluna gerada pelo subproblema.

As restrições (21) têm funcionamento idêntico as restrições (2) referentes ao problema original. O conjunto de restrições (22) funcionam da mesma forma que as (3) do problema original e também de forma semelhante as restrições (12) do problema mestre, a questão é que as restrições do subproblema devem serem vistas como cortes.

4.3. Formulação do Problema Mestre Artificial

Para dar início ao processo de resolução da decomposição, deve-se encontrar uma coluna base, que servirá de ponto de partida para o problema mestre. Tal coluna pode ser encontrada inserindo variáveis de erro, ou artificiais, no problema mestre, buscando minimizá-las.

Considere $A1_{pft}$, $A2_{ft}$, $A3_{ft}$, $A4_p$ e $A5_p$ como variáveis de erro. Onde os sinais são determinados ao levar em consideração a possibilidade de violação da restrição. Onde as restrições da forma "$\leq$"tem suas variáveis com valor negativo ao lado esquerdo da equação, pelo fato de que a violação acontece quando o lado esquerdo é maior que o direito. As restrições da forma "$\geq$"tem suas variáveis com valor positivo ao lado esquerdo da equação, onde a violação acontece quando o lado esquerdo é menor que o direito. A formulação do problema mestre artificial é representado pelas expressões (26)-(35).

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{f\in F}\sum_{t\in T}(A1_{pft} + A4_p + A5_p) + \sum_{f\in F}\sum_{t\in T}(A2_{ft} + A3_{ft}) \tag{26}$$

S.a.:
$$\sum_{c\in C_p}(x^c_{pft})\lambda^c_p - \gamma_{pft}y_{ft} - A1_{pft} \leq 0, \quad \forall p\in P, \forall f\in F, \forall t\in T \tag{27}$$

$$\sum_{p\in P_f}\sum_{c\in C_p}(c_{pf}x^c_{pft})\lambda^c_p - g_f(y_{ft} - z_{ft}) + A2_{ft} \geq 0, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{28}$$

$$r_{ft} - \sum_{p\in P_f}\sum_{c\in C_p}(w_{pf}x^c_{pft})\lambda^c_p + \left((1-z_{ft})\sum_{p\in P_f} w_{pf}\gamma_{pft}\right) + A3_{ft} \geq 0, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{29}$$

$$\sum_{c\in C_p}\lambda^c_p + A4_p - A5_p = 1, \quad \forall\, p\in P \tag{30}$$

$$y_{ft} \geq 0, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{31}$$

$$\lambda^c_p \geq 0, \quad \forall\, p\in P, \forall\, c\in C_p \tag{32}$$

$$r_{ft} \geq 0, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{33}$$

$$z_{ft} \geq 0, \quad \forall f\in F, \forall t\in T \tag{34}$$

$$A1_{pft}, A2_{ft}, A3_{ft}, A4_p, A5_p \geq 0, \quad \forall p\in P, \forall f\in F, \forall t\in T \tag{35}$$

https://proceedings.science/p/106718?lang=pt-br

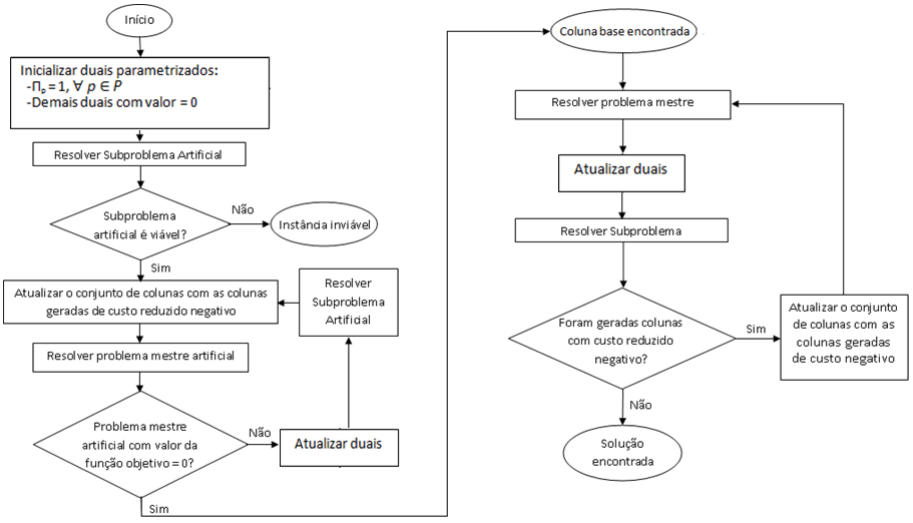
Busca-se encontrar um valor nulo para a função objetivo, pois assim se garante a viabilidade do problema. Caso seja encontrado valores positivos, significa que uma restrição original não foi satisfeita. De forma análoga ao problema mestre (11)-(19), o artificial faz-se uso de um subproblema, também nomeado artificial, para geração de colunas iniciais.

4.4. Formulação do Subproblema Artificial

O funcionamento do subproblema artificial se dá de forma idêntica ao subproblema definido na Seção 4.2, porém o que se busca é apenas uma coluna inicial que seja válida, não necessariamente a de menor custo. Para isso, omite-se o parâmetro c_{pf} da função objetivo (20).

Para a primeira iteração do algoritmo, foram parametrizados $\mu_{pft} = 0$ ($p \in P$, $f \in F_p$, $t \in T$), $v_{ft} = 0$ ($f \in F$, $t \in T$), $r_{ft} = 0$ ($f \in F$, $t \in T$), e $\pi_p = 1$ ($p \in P$), pois assim todas as colunas são adicionadas na primeira iteração. A Figura 1 explicita em um fluxograma o procedimento utilizado para a geração de colunas.

Figura 1: Fluxograma para geração de colunas da pesquisa.



5. Resultados computacionais

Com o intuito de testar o método em instâncias condizentes com a realidade encontrada pela organização hospitalar, foram geradas, de forma aleatória, conjuntos de dados com características semelhantes em termos estatísticos para os preços, demandas e tempo de reposição de estoque para cada fornecedor. Foram geradas 60 instâncias, considerando 5 replicações de 12 grupos de diferentes dimensões. Foram simuladas situações com 15, 20 e 30 produtos, com 10, 15 e 25 fornecedores e horizontes de planejamento definidos com tamanho de 3 e 6 meses.

Todas as instâncias foram executadas pelo modelo decomposto, pelo modelo relaxado e pelo modelo parametrizado que gerou o limite superior. Os problemas foram implementados na linguagem Python versão 2.7, e resolvidos com o software Gurobi versão 6.5.2 acadêmica. Os testes foram executados em um computador com processador Intel I3 – M380 com 4 núcleos de 2.53GHz e 4 GB de memória RAM.

Para todos os modelos estudados, o parâmetro γ_{pft} foi definido como o teto da divisão do menor valor entre a diferença da demanda total e o estoque inicial de p e a demanda para os períodos futuros para deste mesmo produto dividido pelo número de itens por caixa de p fornecido

por f, representado pela equação (36). Calculado desta maneira, γ_{pft} representa o número de caixas necessárias para cobrir a demanda de p considerando um fornecimento único e exclusivo de f no período t.

$$\gamma_{pft} = \left\lceil \frac{min(\sum_{k=0}^{n} D_{pk} - S_{p0}, \sum_{k \geq (t+LT_{pf})}^{n} D_{pk})}{\beta_{pf}} \right\rceil \tag{36}$$

Todos os resultados referentes as instâncias estão disponíveis nas Tabelas 1. As informações estão dispostas da maneira onde a primeira coluna indica a instância resolvida, e cada uma está identificada como pxfytz-v, onde x é a quantidade de produtos, y a quantidade de fornecedores, z o horizonte de planejamento e v a variação daquela dimensão simulados. A segunda coluna indica o valor de função objetivo encontrado pela relaxação linear do modelo original.

A terceira coluna indica o GAP encontrado pela decomposição em comparação com o limite inferior retornado pela relaxação linear. A quarta coluna indica o tempo gasto para encontrar o LB pelo algoritmo de geração de colunas, em segundos. A quinta coluna indica quantas iterações do problema mestre foram necessárias para chegar a solução encontrada. A sexta coluna indica o GAP existente entre o valor de função objetivo do limite superior conhecido com a relaxação linear. A equação (37) representa o cálculo feito para encontrar o GAP de cada instância.

$$GAP = \left(\frac{UB - Relax}{UB} \right) * 100\% \tag{37}$$

Instância	**Relax**	**Dantzig-Wolfe**			**UB**
	Obj	**GAP**	**Tempo**	**Iterações**	**GAP**
p15f10t3-0	12.332	2,31 %	3,12	13	4,27 %
p15f10t3-1	16.203	2,00 %	2,75	11	3,16 %
p15f10t3-2	11.398	3,07 %	3,85	13	3,81 %
p15f10t1-3	7.650	4,52 %	5,46	16	7,02 %
p15f10t3-4	13.517	2,99 %	2,67	10	5,02 %
p15f10t6-0	37.130	1,57 %	9,08	16	1,85 %
p15f10t6-1	20.820	1,57 %	17,35	20	2,28 %
p15f10t6-2	19.425	1,56 %	9,45	15	2,27 %
p15f10t6-3	25.226	1,36 %	18,28	24	2,31 %
p15f10t6-4	21.176	1,87 %	23,87	13	2,42 %
p15f15t3-0	12.101	3,39 %	6,01	14	6,31 %
p15f15t3-1	10.662	2,82 %	5,04	14	5,12 %
p15f15t3-2	9.171	5,45 %	9,24	21	8,36 %
p15f15t3-3	8.593	2,16 %	4,98	13	7,08 %
p15f15t3-4	9.594	3,40 %	5,13	14	5,43 %
p15f15t6-0	24.554	1,86 %	10,95	14	2,25 %
p15f15t6-1	17.528	2,02 %	201,74	73	2,38 %
p15f15t6-2	18.244	1,23 %	30,08	24	2,02 %
p15f15t6-3	19.513	1,35 %	88,72	26	2,09 %
p15f15t6-4	21.600	1,90 %	85,77	26	2,20 %
p20f15t3-0	11.845	3,69 %	7,95	19	11,60 %
p20f15t3-1	16.654	4,67 %	6,96	16	7,68 %
p20f15t3-2	12.749	2,24 %	7,52	15	10,42 %
p20f15t3-3	15.276	3,63 %	7,33	17	7,84 %
p20f15t3-4	15.411	3,28 %	4,13	10	9,69 %
p20f15t6-0	31.421	1,77 %	15,46	16	7,71 %
p20f15t6-1	27.844	1,60 %	15,68	22	10,41 %
p20f15t6-2	26.504	1,86 %	42,87	14	4,86 %
p20f15t6-3	39.155	1,52 %	110,29	22	11,53 %
p20f15t6-4	31.703	1,69 %	287,31	26	3,89 %
p20f25t3-0	15.418	3,41 %	9,10	15	9,53 %
p20f25t3-1	15.729	2,86 %	24,03	28	11,81 %
p20f25t3-2	17.188	2,56 %	16,99	20	12,90 %
p20f25t3-3	14.826	3,26 %	13,40	22	12,71 %

Tabela 1: Resultados de todas as instâncias.

https://proceedings.science/p/106718?lang=pt-br

p20f25t3-4	14.817	3,69 %	16,36	24	7,57 %
p20f25t6-0	27.404	1,56 %	162,20	53	3,83 %
p20f25t6-1	26.410	1,88 %	1426,60	18	4,97 %
p20f25t6-2	27.394	1,49 %	272,62	35	3,03 %
p20f25t6-3	30.252	1,92 %	225,16	34	6,87 %
p20f25t6-4	28.825	1,54 %	10,58	47	9,33 %
p30f15t3-0	24.140	3,40 %	13,49	18	12,43 %
p30f15t3-1	25.434	3,17 %	9,91	14	12,13 %
p30f15t3-2	25.294	3,11 %	10,59	13	11,37 %
p30f15t3-3	25.765	3,27 %	10,91	13	4,11 %
p30f15t3-4	23.205	2,30 %	9,45	12	4,87 %
p30f15t6-0	45.159	1,65 %	281,31	25	10,47 %
p30f15t6-1	42.622	2,00 %	592,60	72	2,73 %
p30f15t6-2	35.995	1,79 %	111,28	26	10,62 %
p30f15t6-3	42.678	1,48 %	37,57	14	4,38 %
p30f15t6-4	39.630	2,00 %	34,23	19	11,18 %
p30f25t3-0	20.842	3,30 %	14,18	15	6,62 %
p30f25t3-1	20.222	3,01 %	21,36	20	8,16 %
p30f25t3-2	18.455	3,00 %	28,52	25	4,77 %
p30f25t3-3	17.101	2,86 %	28,89	26	10,64 %
p30f25t3-4	21.267	2,60 %	17,80	20	6,31 %
p30f25t6-0	43.218	1,76 %	78,77	37	3,81 %
p30f25t6-1	32.654	2,31 %	207,01	35	7,18 %
p30f25t6-2	34.627	2,40 %	87,10	26	9,88 %
p30f25t6-3	34.081	1,78 %	159,03	38	9,51 %
p30f25t6-4	44.330	1,54 %	99,95	32	5,78 %

Tabela 1: Resultados de todas as instâncias.

Os valores contidos na coluna referente ao UB são os resultados conhecidos do modelo exato depois que atingiu a marca de 3600 segundos ou fechou o GAP de otimalidade em menos de 1%. Alguns resultados obtidos pela geração de colunas estão bem próximos aos valores do limite superior conhecido, gerando alguns GAPs menores do que 1%.

Todas as instâncias obtiveram tempos compatíveis com o seu tamanho, e chegaram a um resultado em um tempo computacional de execução viável. Apenas uma instância (p20f25t6-1) apresentou um elevado tempo de resolução, considerando as médias resultantes do mesmo grupo de instâncias. As médias referentes aos grupos de instâncias são encontradas na Tabela 2.

Instância	**Iterações**	**Tempo**	**GAP**
p15f10t3	12,6	3,57	2,98 %
p15f10t6	17,6	15,61	1,59 %
p15f15t3	15,2	6,08	3,44 %
p15f15t6	32,6	83,45	1,67 %
p20f10t3	15,4	6,78	3,50 %
p20f10t6	20,0	94,32	1,69 %
p20f15t3	21,8	15,97	3,15 %
p20f15t6	37,4	419,43	1,68 %
p30f10t3	14,0	10,87	3,05 %
p30f10t6	31,2	211,40	1,78 %
p30f15t3	21,2	22,15	2,95 %
p30f15t6	33,6	126,37	1,96 %

Tabela 2: Resultados médios da Geração de Colunas para cada dimensão.

Analisando as médias dos resultados, foi constatado que o maior tempo médio, e maior número de iterações médias, foi com a instância de dimensão com 20 produtos, 15 fornecedores e 6 meses. Um fato intrínseco a este grupo de instâncias é a ocorrência de uma variação ter demorado

muito mais tempo do que a média do grupo, para encontrar a solução, o que acarretou no aumento da média geral. O maior GAP médio para foi encontrado resolvendo as instâncias de dimensão com 20 produtos e 10 fornecedores e 3 meses, com o valor de 3,50%.

6. Conclusão

O presente trabalho apresentou uma decomposição de Dantzig-Wolfe com um método de geração de colunas capaz de apresentar um limite inferior, para o MLSSP, melhor do que o limite de sua relaxação linear. O que é compatível com casos semelhantes na literatura. A utilização do modelo decomposto com variáveis artificiais foi de grande valia para encontrar uma coluna base como ponto de partida para o problema mestre, mesmo que não seja de grande dificuldade encontrar uma solução viável para este problema.

Os testes computacionais realizados mostraram que todas soluções obtiveram limites inferiores mais justos que a relaxação linear. Em todos os resultados de instâncias foram encontrados λ_p^c fracionários, indicando que todos os resultados são limites inferiores. Em todas as instâncias constatou-se a presença de variáveis y_{ft} e z_{ft} com valores fracionários, Estas variáveis originais binárias não foram incorporadas ao subproblema.

Como sugestão para trabalhos futuros, a utilização de instâncias encontradas na literatura, com diferentes e maiores dimensões, para o problema MLSSP. A implementação do método *Branch-and-Price* para a obtenção de uma solução inteira. Outra sugestão seria a implementação de uma heurística primal a partir do resultado obtido pela GC, tornando a solução inteira factível para o problema original.

Referências

Aissaoui, N., Haouari, M., e Hassini, E. (2007). Supplier selection and order lot sizing modeling: A review. *Computers & operations research*, 34(12):3516–3540.

Baldo, T. A. (2009). Geração de colunas para o problema de dimensionamento de lotes de produção com limitações de capacidade. Master's thesis, Universidade de São Paulo.

Basnet, C. e Leung, J. M. (2005). Inventory lot-sizing with supplier selection. *Computers & Operations Research*, 32(1):1–14.

Bitran, G. R. e Yanasse, H. H. (1982). Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 28(10):1174–1186.

Cárdenas-Barrón, L. E., González-Velarde, J. L., e Treviño-Garza, G. (2015). A new approach to solve the multi-product multi-period inventory lot sizing with supplier selection problem. *Computers & Operations Research*, 64:225–232.

Chaudhry, S. S., Forst, F. G., e Zydiak, J. L. (1993). Vendor selection with price breaks. *European Journal of Operational Research*, 70(1):52–66.

Choudhary, D. e Shankar, R. (2013). Joint decision of procurement lot-size, supplier selection, and carrier selection. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 19(1):16–26.

Dantzig, G. B. e Wolfe, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations research*, 8(1):101–111.

De Vries, J. (2011). The shaping of inventory systems in health services: A stakeholder analysis. *International Journal of Production Economics*, 133(1):60–69.

Degraeve, Z. e Jans, R. (2007). A new dantzig-wolfe reformulation and branch-and-price algorithm for the capacitated lot-sizing problem with setup times. *Operations research*, 55(5):909–920.

Glock, C. H., Grosse, E. H., e Ries, J. M. (2014). The lot sizing problem: A tertiary study. *International Journal of Production Economics*, 155:39–51.

Jans, R. e Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6):1619–1643.

Jarrett, P. G. (1998). Logistics in the health care industry. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 28(9–10):741–772.

Karimi, B., Ghomi, S. F., e Wilson, J. (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5):365–378.

Manne, A. S. (1958). Programming of economic lot sizes. *Management science*, 4(2):115–135.

Martin, R. K. (1999). *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*, volume 3. Norwell, Kluwer Academic Publishers.

Morabito, R., De Araujo, S. A., e Molina, F. (2013). Modelos matemáticos para problemas de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade e custos de transporte. *Gestão e Produção*, p. 573–586.

Rosenthal, E. C., Zydiak, J. L., e Chaudhry, S. S. (1995). Vendor selection with bundling. *Decision Sciences*, 26(1):35–48.

Stadtler, H. (2007). A general quantity discount and supplier selection mixed integer programming model. *OR Spectrum*, 29(4):723–744.

Tempelmeier, H. (2002). A simple heuristic for dynamic order sizing and supplier selection with time-varying data. *Production and Operations Management*, 11(4):499–515.

Uthayakumar, R. e Priyan, S. (2013). Pharmaceutical supply chain and inventory management strategies: optimization for a pharmaceutical company and a hospital. *Operations Research for Health Care*, 2(3):52–64.

Wagner, H. M. e Whitin, T. M. (1958). Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, 5(1):89–96.

Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming*. Wiley.

Woosley, J. M. (2009). *Improving healthcare supply chains and decision making in the management of pharmaceuticals*. PhD thesis, nformation Systems & Decision Sciences, Louisiana State University.