

HEURÍSTICA LAGRANGIANA PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE VEÍCULOS

Cesar Dario Alvarez Cruz, Reinaldo Morábito Neto

Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos
cesarknbv@gmail.com, morabito@ufscar.br

Mário César San Felice

Departamento de Computação, Universidade Federal de São Carlos
felice@ufscar.br

Pedro Henrique Del Bianco Hokama

Departamento de Computação, Universidade Federal de Itajubá
hokama@unifei.edu.br

RESUMO

Este trabalho aborda o problema de Alocação de Veículos (PAV) no contexto de Transporte Rodoviário de Carga. O problema envolve alocar veículos de carga para atender a demanda de transporte de carga prevista entre terminais durante um horizonte de tempo multiperíodos e finito. O objetivo é maximizar o lucro gerado pelos serviços completados. Dado que o tamanho dos problemas que enfrentam as transportadoras logísticas são consideravelmente grandes para-se resolver com métodos exatos em tempos computacionais aceitáveis, tem-se utilizado métodos heurísticos para dar boas soluções sem garantia de otimalidade mas em tempos toleráveis a estes problemas. Neste contexto, pretende-se contribuir com métodos de solução que proporcionem certificados de otimalidade ou de qualidade de solução para tratar problemas de grande porte em tempos razoáveis. O método proposto está baseado em relaxação lagrangiana, utilizando o método de otimização do subgradiente junto com uma heurística lagrangiana. Experimentos computacionais em instâncias aleatórias são mostrados, mostrando suas vantagens quando comparado com um software de propósito geral.

PALAVRAS CHAVE. Alocação de veículos, transporte rodoviário de carga, heurística lagrangiana.

Logística e Transportes, Otimização Combinatória

ABSTRACT

This work aims at treating the Dynamic Vehicle Allocation Problem (DVAP) in the context of the Brazilian Freight Transportation system. The problem consists of allocating empty vehicles to different terminals so as to attend the demand of freight transport during a predetermined planning horizon while maximizing the profit from these services. Given the size of the resulting models of real life problems confronted by third party logistics operators are large for using exact solution methods, heuristic methods have been used for giving good quality solution at the expense of optimality guarantee. In this context, the objective of this work is to contribute with solution methods that provide quality solution certificates for treating large-scale problems in reasonable computational times. The methods utilized are lagrangean relaxation, using subgradient optimization together with a lagrangian heuristic. Computational experiments are presented for random instances, showing its advantages when compared with general purpose software.

KEYWORDS. Vehicle allocation, freight transportation, fleet assignment, lagrangean heuristic.

Logistics and Transportation, Combinatorial Optimization

1. Introdução

O problema da gestão de frotas no transporte rodoviário de cargas apresenta vários desafios operacionais, um dos quais consiste em alocar veículos aos serviços de transporte de cargas. Dada a dispersão geográfica da demanda, frequentemente ocorre um acúmulo de veículos vazios em um local onde eles não são necessários e um déficit em outros locais onde eles são de fato necessários. Apesar do fato da movimentação de veículos vazios não gerar lucros para as organizações (os custos operacionais dessas viagens são cobertos pelo movimento de veículos carregados), eles são essenciais para a continuidade das operações de transporte como um todo. Consequentemente, a alocação de veículos de carga constitui um componente importante das operações de controle e planejamento dos operadores de transporte de carga. Nesse contexto, surge o Problema de Alocação de Veículos (PAV), que consiste em, dado um conjunto conhecido de serviços de demanda exigidos entre terminais (instalações de armazenamento ou centros de distribuição), alocar veículos vazios aos terminais onde eles são necessários para maximizar os lucros, gerado por movimentos de veículos carregados e minimizar os custos gerados por movimentos de veículos vazios [Crainic, 2003].

Powell et al. [1984] abordou por primeira vez o problema da alocação de veículos no contexto do transporte rodoviário de cargas. Com base em modelos anteriores, eles propuseram uma rede espaço-temporal para representar os aspectos dinâmicos do problema. Powell [1986] propõe um modelo estocástico alternativo com a possibilidade de manter estoque de veículos vazios quando a realização da demanda excede a demanda esperada. As decisões a serem tomadas são os movimentos de veículos carregados, os movimentos de veículos vazios e o inventário de veículos vazios. Dejax e Crainic [1987] apresenta uma taxonomia do problema de alocação de veículos vazios, enriquecendo assim o conhecimento sobre esses sistemas e visando identificar possíveis pesquisas futuras. A classificação é baseada no escopo e no alcance das decisões, que eles consideram mais apropriados para o estudo desses problemas: modelos operacionais e modelos de formulação de políticas. Além disso, eles definem diferentes critérios para refinar a classificação dos diferentes modelos.

Frantzeskakis e Powell [1990] propõe uma heurística baseada em aproximações lineares para resolver o modelo estocástico multistagio do PAV. Cheung e Powell [1996] propõe uma heurística baseada em aproximações concavas para o PAV. Em ambos trabalhos, resultados baseados em um conjunto de dados realistas são analisados e comparados com aproximações determinísticas. Powell e Carvalho [1998a,b] apresenta uma nova formulação baseada em sistemas dinâmicos chamada Redes de Filas Logísticas (LQN). Formulações clássicas para casos realistas geralmente resultam em problemas intratáveis. No entanto, os modelos LQN superam essas dificuldades dividindo a estratégia de tomada de decisão, o que também permite incluir mais detalhes no modelo.

Vasco [2012] e Vasco e Morabito [2014, 2016] estudam a PAV no contexto do sistema brasileiro de transporte rodoviário de cargas. Os autores estenderam o modelo determinístico de Ghiani et al. [2004] para incluir detalhes importantes como: dimensionamento de frota, atraso de demanda, frota heterogenea, restrições de movimentação para determinados veículos e capacidade operacional nos terminais. A ênfase é colocada na caracterização de situações reais, na modelagem matemática do problema e na utilização de heurísticas como GRASP, simulated annealing e Ant Colony Optimization, para obtenção de soluções factíveis.

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta o modelo de programação inteira para o VAP de Vasco e Morabito [2014]. A Seção 3 apresenta a relaxação e heurística lagrangiana proposta para o PAV. A Seção 4 apresenta o algoritmo de caminho máximo para resolver o problema lagrangiano. A Seção 5 apresenta os resultados de experimentos computacionais com do método proposto. Por fim, a Seção 6 traz a conclusão e proposta de trabalhos futuros.

2. Modelagem matemática

As decisões a serem tomadas no problema PAV envolvem determinar quais cargas são aceitas e quais são rejeitadas entre terminais, além de definir o reposicionamento de veículos vazios entre terminais para atender a demanda futura. A seguir, o PAV é modelado como em Vasco e Morabito [2014], dado por uma extensão de um problema de fluxo *multicommodity* de custo mínimo em um grafo direcionado expandido, para o caso em que todas as demandas são conhecidas a priori. Seja N o conjunto de terminais da rede de transporte; T o conjunto de períodos do horizonte de planejamento; e V o conjunto de subdivisões de toda a frota disponível para o transporte de cargas (diferenciação dos veículos, seja pela forma de sua remuneração, pelas rotas praticadas ou, ainda, pelo tratamento individual de cada veículo, placa a placa, sendo nesse caso $|V|$ igual à quantidade de veículos existentes na frota). Além disso, considere os seguintes parâmetros:

- τ_{ij} : Tempo de viagem de i até j , $\forall i, j \in N$;
- d_{ijt} : Demanda por serviços de transporte (em número de veículos cheios) de i até j começando no período t , $\forall i, j \in N, \forall t \in T$;
- p_{ij}^v : Lucro (receita menos custos operacionais diretos) obtida ao se realizar a rota de i até j com um veículo do tipo v , $\forall i, j \in N, \forall v \in V$;
- c_{ij}^v : Custo de deslocamento para um veículo do tipo v vazio de i até j , $\forall i, j \in N, \forall v \in V$;
- m_{it}^v : Quantidade de veículos do tipo v que entram (i.e., ficam disponíveis) no sistema no terminal i no período t , $\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V$;
- A_{ij}^v : Restrição de movimentação entre os terminais i e j para o tipo de veículo v , sendo: 1, se o veículo pode fazer o percurso; 0, caso contrário; $\forall i \in N, j \in N$ e $v \in V$.

Sejam as variáveis de decisão definidas como:

- x_{ijt}^v : Fluxo (número) de veículos cheios de carga do tipo $v \in V$ que começam a se movimentar desde o terminal i até o terminal j no período t para satisfazer a demanda d_{ijt} , $\forall i \in N, j \in N$ e $t \in T$;
- y_{ijt}^v : Fluxo (número) de veículos vazios do tipo $v \in V$, que começam a se movimentar desde o terminal i até o terminal j no período t , $\forall i \in N, j \in N$ e $t \in T$.

A partir das definições apresentadas, tem-se a seguinte formulação para o PAV:

$$\max \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (p_{ij}^v x_{ijt}^v - c_{ij}^v y_{ijt}^v) \quad (1a)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{j \in N} (x_{ijt}^v + y_{ijt}^v) - \sum_{\substack{k \in N, \\ k \neq i, \\ t > \tau_{ki}}} (x_{ki(t-\tau_{ki})}^v + y_{ki(t-\tau_{ki})}^v) - y_{iit-1}^v = m_{it}^v, \quad (1b)$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V,$$

$$\sum_{v \in V} x_{ijt}^v \leq d_{ijt}, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \quad (1c)$$

$$x_{ijt}^v = 0 \wedge y_{ijt}^v = 0, \text{ if } A_{ij}^v = 0, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V, \quad (1d)$$

$$x_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, y_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V. \quad (1e)$$

A função objetivo (1a) maximiza o lucro total das operações ao longo do horizonte de planejamento, que equivale ao lucro gerado pelas movimentações dos veículos cheios menos o

custo das movimentações dos veículos vazios. O conjunto de restrições (1b) garante o balanço do fluxo de veículos cheios e vazios em cada terminal i , período t e tipo de veículo v . O conjunto de restrições (1c) estabelece um limite superior equivalente à demanda para a quantidade de veículos alocados a cada arco. O conjunto de restrições (1d) estabelece as rotas cheias e vazias que podem ser feitas para cada tipo de veículo. Estas restrições são relevantes do ponto de vista prático, pois permitem evitar que determinados tipos de veículos realizem certas rotas, seja por segurança das rodovias, restrições dos motoristas quando são contratados, entre outros. Por fim, as restrições (1e) impõem o domínio das variáveis de decisão.

3. Relaxação Lagrangiana e Heurística Lagrangiana no PAV

Voltando ao modelo do PAV definido em (1a)-(1e), introduzindo os multiplicadores de Lagrange $\lambda_{ijt} (\geq 0)$ para todo $i, j \in N$ e todo $t \in T$ da expressão (1c), obtém-se o seguinte problema Lagrangiano:

$$\max \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{t \in T} (\lambda_{ijt} d_{ijt}) + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} ((p_{ij}^v - \lambda_{ijt}) x_{ijt}^v - c_{ij}^v y_{ijt}^v) \quad (2a)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{j \in N} (x_{ijt}^v + y_{ijt}^v) - \sum_{\substack{k \in N, \\ k \neq i, \\ t > \tau_{ki}}} (x_{kit(t-\tau_{ki})}^v + y_{kit(t-\tau_{ki})}^v) - y_{iit-1}^v = m_{it}^v, \quad (2b)$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V$$

$$x_{ijt}^v = 0 \wedge y_{ijt}^v = 0, \text{ if } A_{ij}^v = 0, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \quad (2c)$$

$$x_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, y_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \quad (2d)$$

Note que, dados λ_{ijt} , o problema (2a)- (2d) pode ser facilmente resolvido utilizando algum algoritmo que aproveite a estrutura em rede do problema de fluxo. Note também que o problema Lagrangiano resultante (2a)- (2d) é um problema de fluxo de custo máximo numa rede estendida de espaço-tempo, e portanto, possui a propriedade de integralidade, i.e., dados λ_{ijt} , a solução não se altera ao trocar a restrição de integralidade $x_{ijt}^v, y_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+$, pela relaxação Linear $x_{ijt}^v, y_{ijt}^v \in \mathbb{R}_+$ [Ahuja et al., 1993; Ghiani et al., 2004]. Isto implica que o melhor limitante superior produzido pelo problema Lagrangiano (2a)- (2d) para o problema (1a)- (1e) não é melhor do que o limitante superior obtido pela relaxação de Programação Linear do problema. Porém, pode-se utilizar uma heurística lagrangiana para obter soluções factíveis inteiras com *gaps* de otimalidade produzidos pelo método. Dado que o interesse é encontrar valores para os multiplicadores de Lagrange que minimizem o limitante superior, isto é, o limitante superior que seja tão próximo quanto possível do valor ótimo. O problema dual Lagrangiano corresponde a:

$$\min_{\lambda_{ijt} \geq 0} \left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{t \in T} (\lambda_{ijt} d_{ijt}) + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} ((p_{ij}^v - \lambda_{ijt}) x_{ijt}^v - c_{ij}^v y_{ijt}^v) \\ \text{s.a.:} \quad \sum_{j \in N} (x_{ijt}^v + y_{ijt}^v) - \sum_{\substack{k \in N, \\ k \neq i, \\ t > \tau_{ki}}} (x_{kit(t-\tau_{ki})}^v + y_{kit(t-\tau_{ki})}^v) - y_{iit-1}^v = m_{it}^v, \\ \forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \\ x_{ijt}^v = 0 \wedge y_{ijt}^v = 0, \text{ if } A_{ij}^v = 0, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \\ x_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, y_{ijt}^v \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V \end{array} \right\}$$

Este problema é não linear, portanto, utiliza-se o método de subgradiente de otimização para encontrar o melhor limitante dual possível [Reeves, 1993].

3.1 Heurística Lagrangiana

Como as soluções resultantes em cada iteração do método de subgradiente geralmente são infactíveis para o PAV, pode-se utilizar um método para encontrar soluções factíveis do problema original. Nas heurísticas lagrangianas, toma-se as soluções encontradas pela relaxação lagrangiana e procura-se convertê-las em soluções factíveis. Cada solução factível constitui um limitante inferior (maximização) da solução ótima do problema original. A seguir, propõe-se uma simples heurística lagrangiana para o PAV, composta por dois fases. Na primeira fase procura-se tornar factível todos os arcos nos quais as viagens de veículos carregados excedem a demanda do arco; basicamente esta fase consiste em trocar arcos de variáveis x por arcos de variáveis y quando $\sum_{v \in V} x_{ijtv} > d_{ijt}$. O resultado desta fase é uma solução factível do problema original, porém, com caminhos de veículos vazios que só geram custos. A seguir se descreve o procedimento da primeira fase da heurística:

1. Tome uma solução S_{RL} resultante de uma iteração do procedimento de subgradiente.
2. Escolha o arco infactível (i, j, t) (ou seja, o arco (i, j, t) no qual $\sum_{v \in V} x_{ijtv}^v > d_{ijt}$).
3. Defina $cut_{i,j,t} = \sum_{v \in V} x_{ijtv}^v - d_{ijt}$
4. Escolha aleatoriamente um tipo de veículo $v \in V$ tal que $A_{ijtv} = 1$ e $x_{ijtv} > 0$.
5. Se $cut_{i,j,t} > x_{ijtv}$, faz $y_{ijtv} = y_{ijtv} + x_{ijtv}$; $cut_{ijt} = cut_{ijt} - x_{ijtv}$; $x_{ijtv} = 0$. Caso contrario faz $x_{ijtv} = x_{ijtv} - cut_{ijtv}$; $y_{ijtv} = y_{ijtv} + cut_{ijtv}$; $cut_{ijtv} = 0$.
6. Se existir outro arco infactível vai para o Passo 2, caso contrario, vai para o Passo 7.
7. Fim do procedimento

A seguir se ilustra um exemplo da primeira fase. A Figura 1 mostra os parametros do exemplo ilustrativo. A Figura 2 mostra a representação gráfica da solução após resolver o problema lagrangiano e a Figura 3 mostra a solução factível resultante da primeira fase. Na segunda fase, eliminase as viagens de veículos vazios que só geram custos, de tal forma a substitui-las por caminhos de estoque de veículos vazios que não geram custos. A seguir se descreve o procedimento da segunda fase da heurística:

1. Desde $t = T$ ate $t = 0$. Percorre todos os nós $i \in N$
2. Se o nó de chegada $(j, t + \tau_{i,j})$ ir além do horizonte de planejamento e $y_{ijtv} > 0$, faz $y_{ijtv} = 0$.
3. Atualizar $delta_i =$ numero total de veículos chegando em i – numero total de veículos saindo de i .
4. Se $delta_i > 0$; faz $rem_i = \min\{delta_i, IDE_i\}$, onde IDE_i é o total de veículos vazios chegando em i .
 - (a) Se $rem_i > 0$, reduz a quantidade de veículos vazios chegando em i até $rem_i == 0$
 - (b) Se $rem_i > 0$, restaurar a conservação de fluxo mantendo estoque de veículos vazios desde i até o final do horizonte de planejamento.
5. Fim do procedimento

Retomando o exemplo ilustrativo, pode-se observar na Figura 3 que os veículos do tipo 2 no terminal 4 no periodo 1 realizam uma viagem vazia que só gera custo. Na segunda fase da heurística acontece o seguinte: quando esta-se avaliando o nó $(i, t) = (3, 4)$, elimina-se o arco

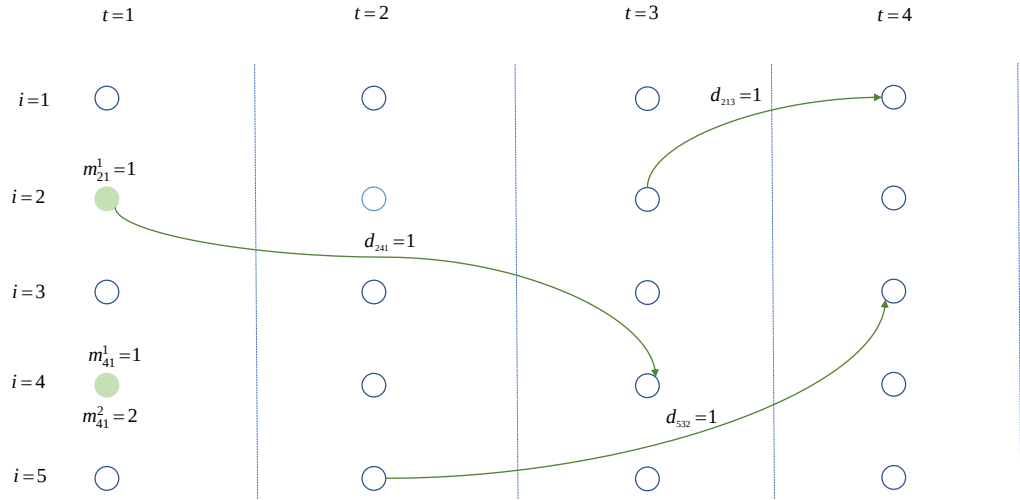


Figura 1: Parametros de um exemplo ilustrativo

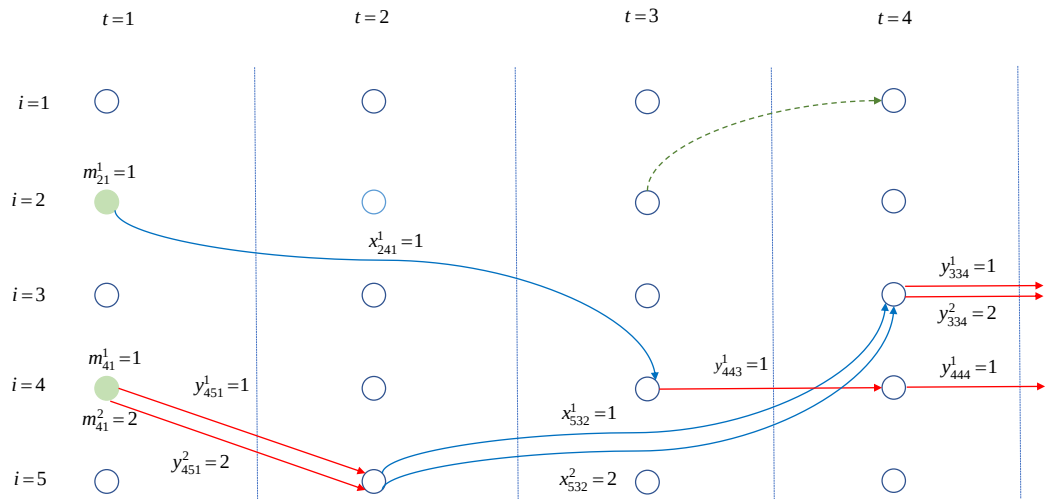


Figura 2: Representação gráfica de uma solução relaxada

y_{3342} que vai além do horizonte e o arco de veículos vazios y_{5322} chegando no nó $(i, t) = (3, 4)$. Quando esta-se avaliando o nó $(i, t) = (5, 2)$, elimina-se o arco de veículos vazios y_{4512} chegando no nó $(i, t) = (3, 4)$. Finalmente, quando esta-se avaliando o nó $(i, t) = (4, 1)$, não existe forma de conservar o fluxo eliminando viagens vazias, portanto, restaura-se o fluxo criando um caminho de

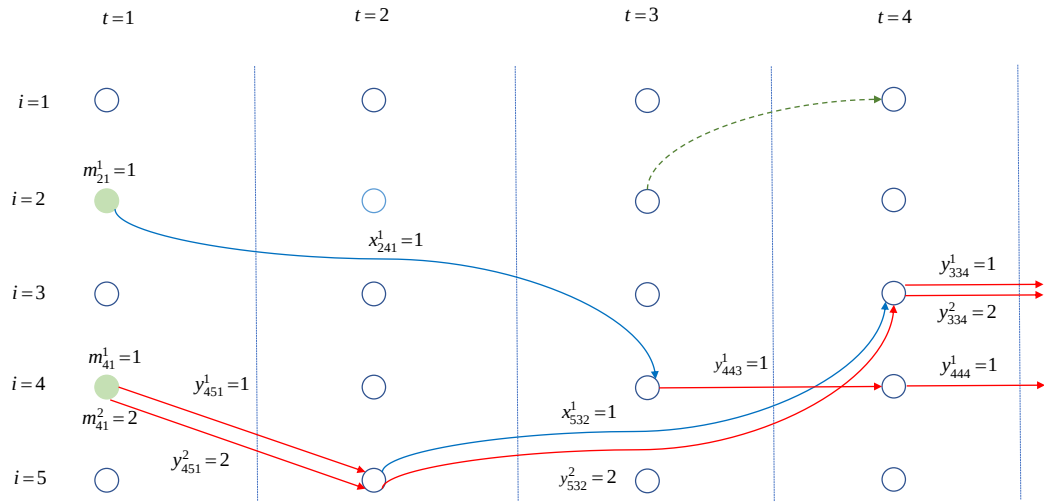


Figura 3: Representação gráfica de uma solução factível resultado da fase 1 da heurística

estoque de veículos até o final do horizonte como se mostra na Figura 3.

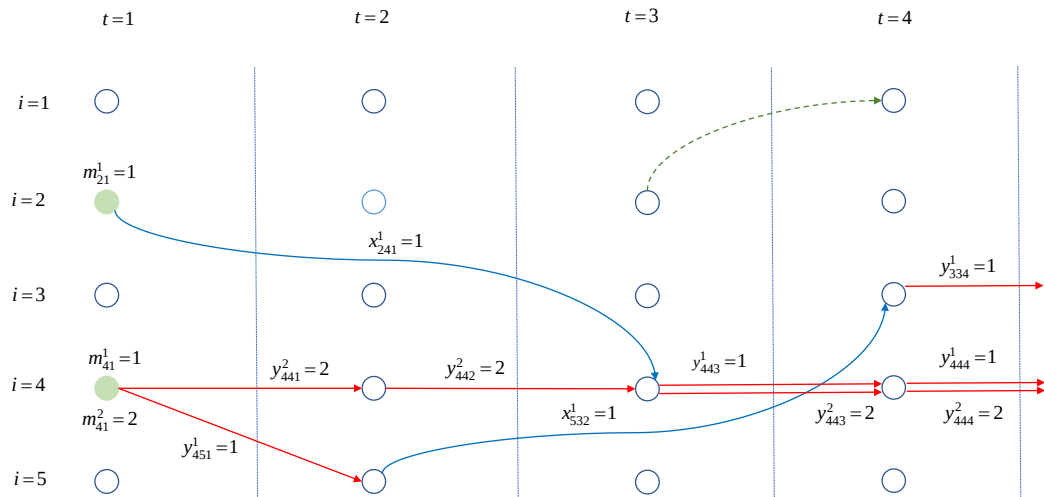


Figura 4: Representação gráfica de uma solução factível resultado da fase 2 da heurística

4. Subproblema e o Problema do Caminho Máximo

Nesta seção se descreve uma forma mais eficiente de resolver os subproblemas por meio de algoritmos para o Problema de Caminho Máximo (*Longest Path Problem*). O subproblema da relaxação lagrangiana ((2a)-(2d)) é um problema de fluxo de custo máximo, o qual pode ser resolvido de forma eficiente com o método simplex para redes (*Network Simplex Method*). Porém, o subproblema pode ser resolvido de forma mais eficiente utilizando-se algoritmos para o problema de caminho máximo. Para que a solução do problema de fluxo de custo máximo possa ser descrita como um conjunto agregado de soluções do problema de caminho máximo, é necessário modificar a rede.

A rede de espaço-tempo definida pelos conjuntos N e T possui os nós $(i, t) \in N \times T$. Os arcos definidos por (i, j, t) têm um nó de saída em (i, t) e um nó de chegada em $(j, t + \tau_{ij})$, sendo o nó de chegada um *output* do modelo, já que depende de j , t e τ_{ij} . Como pode-se observar na Figura 5, alguns nós de chegada não estão explicitados no conjunto $N \times T$ e vão além do horizonte de planejamento T , ou seja, $t + \tau_{ij} > T$. Para aplicar o algoritmo do caminho máximo se precisa de um grafo onde todos os nós estejam explicitados pelos conjuntos do modelo e, desta forma, cada arco esteja definido pelo par $((i, t), (j, t + \tau_{ij}))$. A seguir, se descreve a modificação.

1. Define-se o novo conjunto $T' = T \cup \{|T| + 1\}$. Esse ultimo período $|T| + 1$ contem os nós nos períodos futuros além do horizonte de planejamento (i.e. $t > T$).
2. Para cada (i, j, t) tal que $t + \tau_{ij} > T$ adiciona-se o arco $((i, t), (j, |T| + 1))$.
3. Adiciona-se um nó n_F e um arco $((i, |T| + 1), n_F), \forall (i, |T| + 1)$. Estes arcos tem um custo igual a 0. Esta adição tem o objetivo de obter a equivalência entre a solução de uma árvore de custo máximo com a solução de vários caminhos máximos agregados.

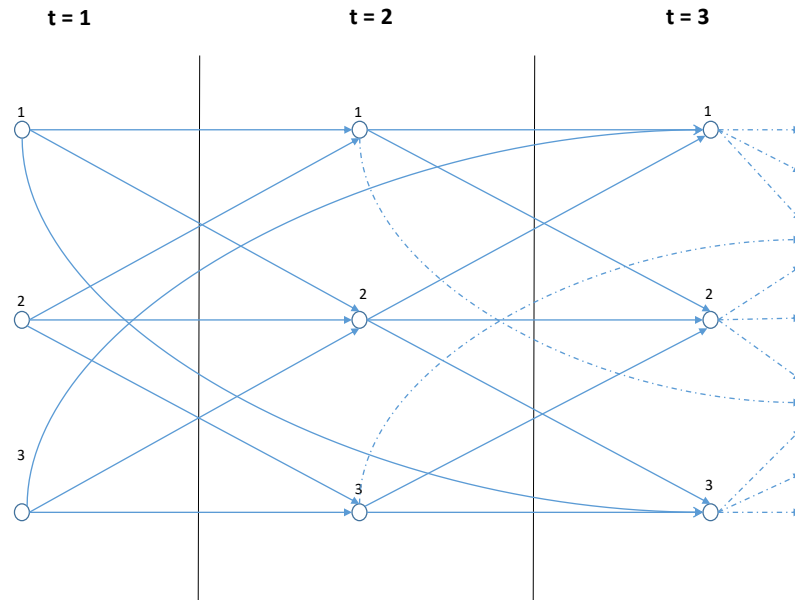


Figura 5: Representação da Rede

Na Figura 6 mostra-se uma extensão do exemplo da Figura 5 num grafo com $N = 3$, $T = 3$ e tempos de viagem: $\tau_{12} = \tau_{21} = 1, \tau_{13} = \tau_{31} = 2, \tau_{23} = \tau_{32} = 1, \tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = 0$. Assume-se que existe um tipo de veículo com suprimento nos nós $m_{31}^1 = m_{12}^1 = 2$.

Resolvendo-se o problema de fluxo de custo máximo para cada tipo de veículo $v \in V$, onde o suprimento do nó n_F é igual a menos o sumatório do suprimento de todos os veículos do mesmo tipo $m_{n_F} = -\sum_{v \in V, i \in N, t \in T} (m_{it}^v | m_{it}^v > 0)$, obtêm-se uma solução igual à do subproblema original. Esta rede tem a estrutura de uma árvore com um único nó de destino (*in-rooted tree*). O fluxo agregado de uma árvore com vários nós de origem e um nó de destino pode ser decomposto em um conjunto de caminhos factíveis desde os nós de origem até o nó de destino (Figura 6). A relação de equivalência entre a solução de árvore com um único nó de destino (*in-rooted tree*) e a agregação de varias soluções com diferentes origens e um único destino é estabelecida em Rockafellar [1998].

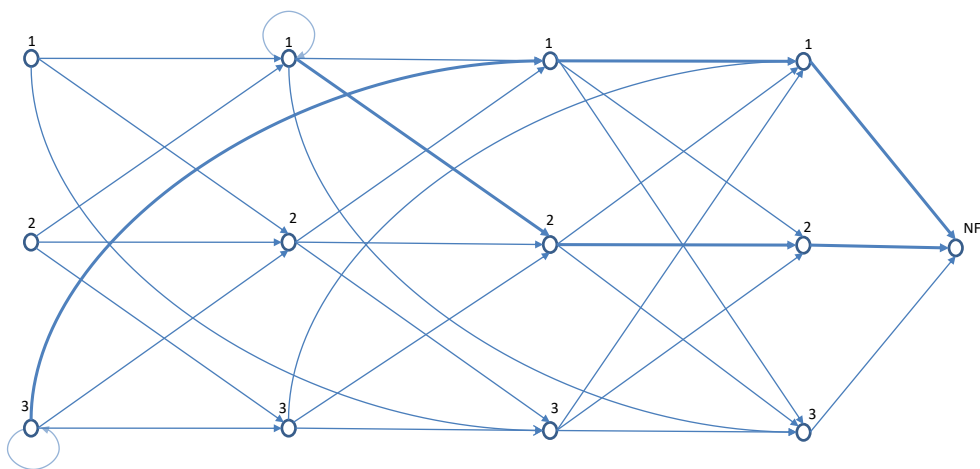


Figura 6: Representação da árvore no grafo modificado

Assim, a solução ótima dos subproblemas do PAV podem ser achados por meio da solução do caminho máximo em grafos acíclicos direcionados para todos os veículos de um mesmo tipo de veículo [Ahuja et al., 1993; Cruz, 2017; Cruz et al.].

5. Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados de experimentos computacionais com a heurística proposta. O algoritmo de subgradiente de otimização foi implementado conforme o pseudocódigo de Reeves [1993]. Os experimentos foram realizados em um computador com processador Intel Core-i7 2.7 Ghz e 16 GB de memória RAM, utilizando a linguagem de programação C++. O nome das instâncias estão no formato “ $N \times T \times V \times NV \times NL \times NR$ ”, onde N representa o número de terminais, T a quantidade de períodos, V a quantidade de tipo de veículos, NV a soma total de veículos pertencentes a cada tipo de veículo, NL a quantidade total de cargas a ser atendidas ao longo do horizonte de planejamento e NR o numero de movimentos restritos ao longo do forizonte para cada tipo de veículo. A coluna 1 mostra o nome da instância, a coluna 2 o menor limitante superior atingido, a coluna 3 o máximo limitante inferior atingido, a coluna 4 a solução ótima da relaxação linear obtida com CPLEX 12.7, a coluna 5 a solução ótima inteira obtida com CPLEX 12.7, a coluna 6 o gap relativo entre Min. UB e Max. LB, a coluna 7 o gap relativo entre a solução ótima inteira e Max. LB, a coluna 8 o tempo computacional em segundos para rodar 2000 iterações do subgradiente de otimização e a coluna 9 o tempo computacional do CPLEX para obter a solução ótima.

Tabela 1: Limitantes da Relaxação Lagrangiana e Solução Ótima para instâncias do PAV

Instância	Min. UB	Max. LB	SO LP	SO IP	GAP1	GAP2	CPU LAG (seg)	CPU CPLEX (seg)
65-36-130-130-15000-900	71256.240	69256	71256	70258	2.89%	1.45%	4986.236	Falta Memoria
53-36-130-130-15000-900	62684.001	61985	62684	62356	1.13%	0.60%	3896.148	3456.237
53-36-100-100-15000-900	61568.000	60532	61568	61354	0.35%	1.36%	3125.290	2856.237
53-36-45-45-15000-900	45563.000	44236	45563	45326	3.00%	2.46%	2212.290	1956.369
45-45-45-45-15000-900	52487.000	52475	52487	52487	0.02%	0.02%	1860.240	1124.236
40-40-40-40-15000-900	28259.000	28250	28259	28259	0.03%	0.03%	1051.459	325.237
35-35-35-35-10000-800	6582.500	6581	6582.5	6581	0.02%	0.00%	427.790	95.240
34-34-34-34-1000-300	10507.335	10443	10493	10493	0.62%	0.48%	460.897	103.269
33-33-33-33-3000-300	27062.500	26993	27062.5	26999	0.26%	0.02%	335.741	65.237
33-33-33-33-1000-300	15271.500	15269	15271.5	15271	0.02%	0.01%	330.852	64.237
32-32-32-32-3000-300	19368.000	19351	19368	19367	0.09%	0.08%	291.470	45.236
31-31-31-31-3000-300	19939.000	19896	19939	19922	0.22%	0.13%	223.741	46.237
30-30-60-60-2000-100	5227.500	5132	52.5	5227	1.86%	1.85%	540.148	125.370
27-27-27-27-2500-250	13630.000	13602	13630	13607	0.21%	0.04%	95.024	25.369
26-26-26-26-2500-250	10701.500	10662	10701.5	10690	0.37%	0.26%	81.456	24.370
25-25-25-25-2500-250	14753.000	14735	1475	14735	0.12%	0.00%	50.741	12.370
24-24-24-24-2000-200	3522.500	3522	14753	3522	0.01%	0.00%	40.852	9.237
23-23-23-23-2000-200	9814.500	9808	3522.5	9814	0.07%	0.06%	25.479	5.321
21-21-21-21-2000-200	1087.500	1085	9814.5	1087	0.23%	0.18%	22.146	4.852
18-18-18-18-2000-200	5932.000	5928	1087.5	5930	0.07%	0.03%	8.741	3.148
17-17-17-17-2000-200	6615.500	6562	5932	6581	0.82%	0.29%	9.148	2.148
16-16-16-16-2000-200	4759.000	4758	6615.5	4758	0.02%	0.00%	7.779	1.987
15-15-15-15-1000-50	4090.000	4045	4759	4081	1.11%	0.89%	4.457	0.870
13-13-13-13-700-30	2604.500	2572	4090	2588	1.26%	0.62%	3.370	0.259
13-13-13-13-500-20	3111.500	3085	2604.5	3107	0.86%	0.71%	4.457	0.102
12-12-12-12-700-30	1050.500	1040	3111.5	1044	1.01%	0.38%	3.026	0.148
12-12-12-12-500-20	1865.500	1865	1050.5	1865	0.03%	0.00%	1.956	0.099
11-11-11-11-500-20	2065.000	2053	2065	2063	0.58%	0.49%	1.326	0.037
10-10-10-10-500-20	795.000	792	795	794	0.38%	0.25%	1.133	0.021

Os resultados da Tabela 1 mostra que a heurística proposta consegue soluções factíveis de boa qualidade para o PAV. Além disso, dado que o procedimento proposto está baseado em uma decomposição do PAV, consegue resolver instâncias nas quais CPLEX fica sem memória para processar o modelo. Porém, os tempos computacionais do procedimento proposto ainda não são competitivos com os tempos de CPLEX.

6. Conclusão

Neste artigo foi proposta uma heurística lagrangiana para obter soluções factíveis com certificado de qualidade quando se resolve o PAV. Para resolver o subproblema lagrangiano foi utilizado algoritmos de caminho máximo em grafos acíclicos direcionados, e o subgradiente de otimização para resolver o problema dual. Foi proposta uma heurística lagrangiana para fáctibilizar as soluções da relaxação lagrangiana do problema, a qual mostrou bons resultados em termos de qualidade da solução. O procedimento geral consegue resolver instâncias que o CPLEX não consegue processar por falta de memória, porém, o procedimento ainda é ineficiente em termos de tempo computacional quando comparado com CPLEX.

Em trabalhos futuros, pretende-se explorar algoritmos de volume para melhorar a convergência na obtenção do limitante dual. Além disso, pretende-se explorar outra relaxação junto com outra heurística de lagrangiana e ponderar a eficiência dos dois métodos.

Referências

- Ahuja, R., Magnanti, T. L., e Orlin, J. B. (1993). *Network flows : theory, algorithms, and applications*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. ISBN 978-0136175490.
- Cheung, R. K. e Powell, W. B. (1996). An algorithm for multistage dynamic networks with random arc capacities, with an application to dynamic fleet management. *Operations Research*, 44(6): 951–963.
- Crainic, T. G. (2003). *Long-Haul Freight Transportation*, p. 451–516. Springer US, Boston, MA.
- Cruz, C. D. A. (2017). *Abordagens de Otimização para o problema de alocação dinâmica de veículos no contexto de transporte rodoviário de carga no Brasil*. PhD thesis, Universidade Federal de São Carlos.
- Cruz, C. D., Munari, P., e Morabito, R. Bounds for the vehicle allocation problem. *DYNA*, 86(208): 329–335. ISSN 2346-2183.
- Dejax, P. J. e Crainic, T. G. (1987). Survey paper—a review of empty flows and fleet management models in freight transportation. *Transportation Science*, 21(4):227–248. ISSN 0041-1655.
- Frantzeskakis, L. F. e Powell, W. B. (1990). A successive linear approximation procedure for stochastic, dynamic vehicle allocation problems. *Transportation Science*, 24(1):40–57. ISSN 0041-1655.
- Ghiani, G., Laporte, G., e Musmanno, R. (2004). *Introduction to logistics systems planning and control*. J. Wiley, Hoboken, NJ, USA. ISBN 978-0470849163.
- Powell, W. B. (1986). A stochastic model of the dynamic vehicle allocation problem. *Transportation Science*, 20(2):117–129. ISSN 0041-1655.
- Powell, W. B. e Carvalho, T. A. (1998a). Dynamic control of logistics queueing networks for large-scale fleet management. *Transportation Science*, 32(2):90–109.

- Powell, W. B. e Carvalho, T. A. (1998b). Real-time optimization of containers and flatcars for intermodal operations. *Transportation Science*, 32(2):110–126. ISSN 0041-1655.
- Powell, W. B., Sheffi, Y., e Thiriez, S. (1984). The dynamic vehicle allocation problem with uncertain demands. p. 357–374.
- Reeves, C. (1993). *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. Halsted Press, New York. ISBN 978-0470220795.
- Rockafellar, R. T. (1998). *Network flows and monotropic optimization*. Athena Scientific, Belmont, Mass. ISBN 1-886529-06-X.
- Vasco, R. A. (2012). *Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais*. PhD thesis, Universidade Federal de São Carlos.
- Vasco, R. A. e Morabito, R. (2014). Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais. *Gestão e Produção*, 21:271 – 284. ISSN 0104-530X.
- Vasco, R. A. e Morabito, R. (2016). The dynamic vehicle allocation problem with application in trucking companies in brazil. *Computers & Operations Research*, 76:118 – 133. ISSN 0305-0548.