LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
Limeira–SP, 02 a 06 de setembro de 2019

MODELAGEM QUANTITATIVA EM AUDITORIAS OPERACIONAIS VIA NON-COOPERATIVE TWO-STAGE DEA E ALGORITMOS GENÉTICOS

Luiz Henrique dos Santos Fernandes [1,2], **Armando Zeferino Milioni** [2]
[1]Instituto de Ciência e Tecnologia - Universidade Federal de São Paulo
Av. Cesare Mansueto Giulio Lattes, nº 1.201, São José dos Campos/SP
[2]Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50, São José dos Campos/SP
lhsf@ita.br, milioni@ita.br

RESUMO

Auditoria operacional, no âmbito do sistema de controle externo brasileiro, é o exame independente e objetivo das organizações, programas e atividades governamentais, nos aspectos de economicidade, eficiência e efetividade, com a finalidade de promover o aperfeiçoamento da gestão pública. O presente trabalho tem como objetivo apresentar um modelo *two-stage DEA* não cooperativo para mensurar a *performance* das organizações públicas nas citadas dimensões. Nesta abordagem, também conhecida como *leader-follower*, um dos estágios é considerado como principal. A eficiência do outro estágio é, então, mensurada sob esta condição. Os escores de eficiência e efetividade foram levantados, também, por meio de meta-heurística baseada em algoritmos genéticos. Os modelos foram testados em *dataset* real e *datasets* gerados artificialmente. Os principais resultados indicam que os modelos mostram-se adequados ao que se propõe e permitem preencher importante lacuna em relação às técnicas de análise quantitativa em auditorias operacionais.

PALAVRAS CHAVE. auditoria operacional, two-stage DEA, jogos não cooperativos, algoritmos genéticos.

Tópicos: Pesquisa Operacional na Administração Pública

ABSTRACT

Performance auditing, within the scope of the Brazilian external control system, is the independent and objective examination of governmental organizations, programs and activities, in the aspects of economy, efficiency and effectiveness, with the purpose of promoting the improvement of public management. The present work aims to present a non-cooperative two-stage DEA model to measure the performance of public organizations in the aforementioned dimensions. In this approach, also known as leader-follower, one of the stages is considered to be the principal. The efficiency of the other stage is then measured under this condition. Efficiency and effectiveness scores were also determined using meta-heuristics based on genetic algorithms. The models were tested in artificially generated dataset and in a real dataset. The main results indicate that the models are adequate to what is proposed and allow to fill an important gap in relation to quantitative analysis techniques in performance auditings.

KEYWORDS. performance auditing, two-stage DEA, non-cooperative games, genetic algorithms.

Paper topics: Public Sector Operations Research

https://proceedings.science/p/106642?lang=pt-br

1. Introdução

O desempenho da gestão pública é um tema que vem ganhando relevância no atual contexto político-econômico. A escassez de recursos e a crescente demanda por serviços públicos exigem que o gestor administre o orçamento público de modo a prestar um serviço de qualidade, sem desperdícios, com o fim de alcançar os resultados esperados pela sociedade. No Brasil, os órgãos responsáveis pela avaliação e fiscalização do desempenho das entidades públicas fazem parte do sistema de controle externo, composto pelos tribunais de contas. Estes órgãos possuem autonomia administrativa e financeira para cumprir sua atribuição constitucional de fiscalização contábil, financeira, orçamentária, patrimonial e operacional dos entes federativos. Dentre os principais trabalhos que os tribunais de contas executam estão as auditorias de conformidade, as auditorias financeiras e as auditorias operacionais, esta última objeto do presente trabalho.

Auditoria operacional, também conhecida como auditoria de desempenho, pode ser definida como o exame independente, objetivo e consistente que possui o objetivo de verificar se as empresas, sistemas, operações, programas, atividades ou organizações governamentais estão operando de acordo com os princípios de economicidade, eficiência e efetividade, e se há espaço para aperfeiçoamentos. Moesen [1994] destaca em seu trabalho a necessidade de realização de auditorias operacionais no setor público. O autor cita o uso, em auditorias desta natureza, de algumas técnicas de modelagem quantitativa que estabelecem fronteiras de eficiência, como FDH (*Free Disposal Hull*) e DEA (*Data Envelopment Analysis*). Os conceitos fundamentais a serem seguidos em auditorias operacionais são recomendados em publicações da INTOSAI (*International Organization of Supreme Audit Institutions*), instituição supranacional que congrega todas as entidades de auditoria pública internacionais. O Tribunal de Contas da União Européia (*European Court of Auditors*) também é referência em termos de procedimentos técnicos de auditoria. No Brasil, esses conceitos normalmente são absorvidos pelo Tribunal de Contas da União, que elabora seus manuais técnicos com base nas referências da INTOSAI.

As auditorias operacionais analisam as dimensões de economicidade, eficiência e efetividade. Estes princípios possuem aspectos qualitativos e quantitativos e estão diretamente relacionados ao processo de produção de serviços públicos. As dimensões serão detalhadas na Seção 2. Quanto ao processo de produção das entidades públicas, em um primeiro estágio, insumos (*inputs*) dão origem a produtos (*outputs*). Nesse momento, pode-se avaliar as dimensões de economicidade e eficiência. No estágio seguinte, os produtos são considerados como insumos no processo de produção de resultados (*outcomes*). Estes podem ser de curto prazo, vinculados a resultados, ou de médio e longo prazos, relacionados a impactos de políticas públicas. Esta etapa está relacionada à dimensão de efetividade. Esta configuração do processo de produção exige que sejam utilizados modelos quantitativos adequados. Neste trabalho é apresentado um modelo DEA em dois estágios que utiliza conceitos da teoria dos jogos não cooperativos, ou jogos de Stackelberg, para estabelecer uma relação entre os estágios. Esta relação é conhecida como *leader-follower*, pois um dos estágios predomina em relação ao outro, ou seja, a eficiência de um dos estágios é considerada mais importante. Na estrutura do modelo proposto considera-se que todos os *outputs* do primeiro estágio são os *inputs* do segundo estágio. O modelo faz uso, ainda, de *inputs* externos no segundo estágio, que correspondem à influência de variáveis exógenas.

O objetivo desta pesquisa é apresentar o modelo *two-stage* DEA não cooperativo e propor um modelo quantitativo para ser empregado em auditorias operacionais, preenchendo uma lacuna relevante em termos de procedimentos técnicos atualmente utilizados nas auditorias realizadas pelos tribunais de contas brasileiros. Na Seção 2 serão apresentados os principais conceitos relacionados às auditorias operacionais no contexto deste estudo. Serão apresentados os aspectos relacionados

https://proceedings.science/p/106642?lang=pt-br

à quantificação das dimensões de economicidade, eficiência e efetividade. Será abordada, ainda, a dimensão de custo-efetividade. Na Seção 3 serão apresentados os detalhes do modelo *two-stage* DEA não cooperativo, a partir de sua formulação como um problema de programação linear. Será proposta, também, uma alternativa de implementação do modelo por meio de uma meta-heurística baseada em algoritmos genéticos. Na Seção 4 serão detalhados os resultados obtidos no modelo de programação linear e no modelo de algoritmos genéticos. Na Seção 5 serão expostas algumas considerações finais e sugestões para pesquisas subsequentes.

2. Auditoria operacional

A INTOSAI (*International Organization of Supreme Audit Institutions*) define auditoria operacional como o exame independente, objetivo e consistente que possui o objetivo de verificar se as empresas, sistemas, operações, programas, atividades ou organizações governamentais estão operando de acordo com os princípios de economicidade, eficiência e efetividade; e se há espaço para aperfeiçoamentos. No Brasil, essa auditoria é amplamente realizada pelas instituições que compõem o sistema de controle externo, ou seja, pelos tribunais de contas, sendo denominada, também, de auditoria de desempenho. As auditorias operacionais possuem quatro fases: planejamento, execução, relatório e monitoramento.

Segundo o Manual de Auditoria Operacional do Tribunal de Contas da União [Brasil, 2010], o planejamento visa delimitar o objetivo e o escopo da auditoria, definir a estratégia metodológica a ser adotada e estimar os recursos, os custos e o prazo necessários à sua realização. A etapa de execução consiste na obtenção de evidências apropriadas e suficientes para respaldar os achados e conclusões da auditoria. O relatório é o principal produto desse processo. É o instrumento formal e técnico por intermédio do qual a equipe comunica o objetivo e as questões de auditoria, a metodologia usada, os achados, as conclusões e a proposta de encaminhamento. A última, monitoramento, visa à verificação do cumprimento das deliberações do respectivo tribunal de contas e dos resultados delas advindos, com o objetivo de verificar as providências adotadas e aferir seus efeitos.

Como exposto anteriormente, a auditoria operacional fundamenta-se nos princípios da economicidade, eficiência e efetividade. De acordo com a publicação do Tribunal de Contas da União, economicidade é a minimização dos custos dos recursos utilizados na consecução de uma atividade, sem comprometimento dos padrões de qualidade. A eficiência pode ser definida como a relação entre os produtos (bens e serviços) gerados por uma atividade e os custos dos insumos empregados para produzi-los, em um determinado período de tempo, mantidos os padrões de qualidade. Essa dimensão refere-se ao esforço do processo de transformação de insumos em produtos. Pode ser examinada sob duas perspectivas: minimização do custo total ou dos meios necessários para obter a mesma quantidade e qualidade de produto; ou otimização da combinação de insumos para maximizar o produto quando o gasto total está previamente fixado. O princípio da efetividade diz respeito ao cumprimento dos objetivos definidos e, em curto prazo, à obtenção dos resultados pretendidos. Em médio e longo prazos, este princípio está relacionado ao impacto de determinada política pública sobre segmentos da sociedade. A Figura 1 apresenta a relação entre estas três dimensões no âmbito da auditoria operacional.

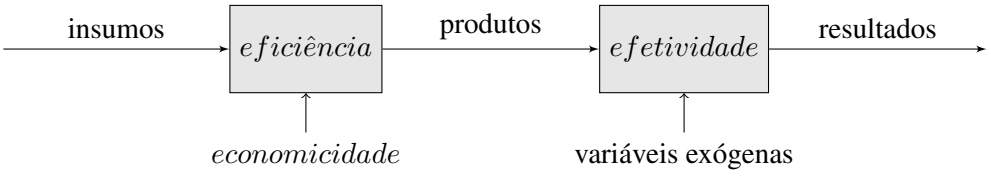


Figura 1: Relação entre os três princípios na auditoria operacional

No contexto do presente trabalho, o que se pretende é o desenvolvimento de um modelo que possibilite uma análise quantitativa dos três princípios com base em um *framework* que utiliza *Two-stage* DEA em uma abordagem baseada em jogos não cooperativos, ou de Stackelberg. O modelo pode ser empregado na fase de execução, dentro da etapa de coleta e análise das evidências de auditoria. Pode ser utilizado também na fase de monitoramento, com o fim de aferir se as deliberações dos tribunais de contas foram parcialmente ou integralmente cumpridas. O modelo limita-se aos casos em que há bases de dados disponíveis e cujo objeto de auditoria seja inerente a um conjunto de entidades públicas similares, de modo a possibilitar o *benchmarking*.

3. Metodologia

3.1. Two-stage DEA

A Análise Envoltória de Dados foi introduzida por meio do trabalho seminal de Charnes et al. [1978], inspirados no conceito de eficiência técnica desenvolvido por Farrell [1957]. Conhecida também como DEA, do inglês *Data Envelopment Analysis*, esta abordagem é um método não paramétrico que identifica as melhores práticas de DMU's (*Decision Making Units*) similares, com base em um modelo de programação linear em que a razão entre *outputs* e *inputs* deve ser maximizada. O modelo de Charnes et al. [1978] trabalha com retornos constantes de escala e ficou conhecido como DEA-CCR. Banker et al. [1984] desenvolveram uma proposta que incorpora retornos variáveis de escala, chamada de DEA-BCC. A abordagem do presente trabalho baseia-se no modelo DEA-CCR. Em sua forma mais simples, conhecida como DEA *naive*, as DMU's são vistas como caixas pretas, ou seja, os processos internos não são explorados. Posteriormente, diversos pesquisadores propuseram modelos em múltiplos estágios, que consideram os processos internos e mensuram a eficiência global, bem como a decomposição destes escores de eficiência para cada estágio do modelo. A seguir apresentamos a forma fracionária do modelo DEA-CCR.

$$\max h_0 = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \tag{1}$$

$$\text{s.a. } \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \leq 1 \; \forall \; j \tag{2}$$

$$u_r, v_i \geq 0; \forall \; i, r \tag{3}$$

Este modelo pode ser linearizado, tendo em vista uma melhor eficiência computacional. Apresentamos abaixo o modelo DEA-CCR em sua forma linear. Os demais modelos apresentados neste artigo serão baseados nesta formulação. As variáveis x_{ij} e y_{rj} correspondem aos *inputs* e *outputs* das DMU's, respectivamente. As incógnitas v_i e u_r representam os pesos associados aos *inputs* e *outputs*. A constante ϵ é uma pequena medida não-Arquimediana.

$$\max z_0 = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} \tag{4}$$

$$\text{s.a. } \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \; \forall \; j \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \tag{6}$$

$$u_r, v_i \geq \epsilon; \forall \; i, r \tag{7}$$

Inicialmente, os métodos não paramétricos baseados em modelos DEA eram utilizados como caixas-pretas. Diversos autores começaram a desenvolver trabalhos no sentido de considerar os sub-processos que compõem o processo de produção. Dentre eles destacam-se os trabalhos de Cook et al. [2010a], Färe et al. [2007], Tone e Tsutsui [2009], Kao [2009], Kao e Hwang [2008], Kao [2009], Cook et al. [2010b] e Liang et al. [2008]. O emprego de métodos não paramétricos possui a desvantagem de ser influenciado por *outliers* ou por ruídos nos dados. Por outro lado, a utilização de modelos paramétricos ou econométricos em alguma fase do processo é limitada pela necessidade de definição de uma forma funcional específica. Além disso, em modelos semi-paramétricos ou estritamente paramétricos a relação ou influência entre os estágios pode não ser muito bem estabelecida. Em um processo de dois estágios cujo objetivo seja a redução de *inputs* para maximização da eficiência, por exemplo, um decremento nos *inputs* do segundo estágio pode influenciar o resultado da eficiência do primeiro estágio, pois os *outputs* deste podem ser os *inputs* daquele. Esta relação pode ser bem delineada em modelos que consideram a decomposição da eficiência global entre os estágios.

3.2. Non-cooperative two-stage DEA

Liang et al. [2008] desenvolveram modelos DEA em dois estágios que utilizam conceitos da teoria dos jogos para fundamentar o método de decomposição da eficiência global, considerando relações cooperativas ou não cooperativas entre os estágios. A abordagem não cooperativa é baseada no paradigma *leader-follower*. Na teoria dos jogos, o paradigma *leader-follower* é conhecido também como modelo de Stackelberg, em referência aos conhecidos jogos de Stackelberg. Nos jogos de Stackelberg empresas utilizam estratégias em suas escolhas. A empresa manufatureira (*leader*) determina os subsídios de investimento e publicidade local com base em uma estimativa da publicidade local que será realizada pelo varejista para maximizar seu lucro. O varejista (*follower*), por outro lado, com base nas informações do fabricante, determina o custo de publicidade local ideal para maximizar seu lucro. No contexto do presente trabalho, de maneira similar, assumimos que o primeiro estágio é o *leader*, e a mensuração de sua *performance* é mais importante. A eficiência do segundo estágio é , então, mensurada sujeita ao requisito de que a eficiência do *leader* permaneça fixa. O modelo em dois estágios proposto por Liang et al. [2008] considera que todos os *outputs* do primeiro estágio são os *inputs* do segundo estágio. Não há, portanto, *inputs* externos no segundo estágio. Li et al. [2012] propuseram um modelo que inclui *inputs* externos no segundo estágio. A Figura 2 ilustra o modelo proposto por Li et al. [2012].

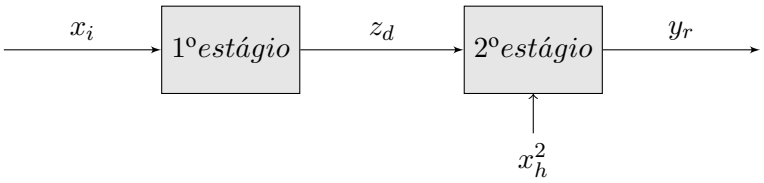


Figura 2: Modelo two-stage DEA não cooperativo

Neste modelo, a eficiência do 1º estágio para uma específica DMU_0 é calculada por meio do modelo DEA-CCR em sua forma linear, como se segue. As variáveis x_{ij} e z_{dj} correspondem aos *inputs* e *outputs* das DMU's, respectivamente. As incógnitas v_i e w_d são os pesos associados. Neste estágio são calculados os escores de eficiência no âmbito das auditorias operacionais. A dimensão de economicidade também é calculada nesta etapa, a partir dos excessos de *inputs* verificados no modelo.

https://proceedings.science/p/106642?lang=pt-br

$$e_1^{o*} = \max \sum_{d=1}^{D} w_d z_{do} \tag{8}$$

$$\text{s.a.} \sum_{d=1}^{D} w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \; \forall \; j \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \tag{10}$$

$$v_i, w_d, u_r \geq 0; \forall \; i, d, r \tag{11}$$

A eficiência do 2º estágio é calculada considerando a eficiência do 1º estágio, que permanece inalterada. Considera, ainda, a inserção de *inputs* adicionais no 2º estágio. A seguir apresentamos a formulação do 2º estágio em sua representação linear. Maiores detalhes podem ser consultados em Li et al. [2012]. As variáveis z_{dj} e y_{rj} correspondem aos *inputs* e *outputs*, respectivamente. As incógnitas u_r e v_i são os pesos associados. A variável x_{hj}^2 corresponde aos *inputs* adicionais do 2º estágio, e Q_h aos respectivos pesos. A constante e_1^{o*} representa os escores de eficiência do 1º estágio.

$$e_2^{o*} = \max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} \tag{12}$$

$$\text{s.a.} \sum_{d=1}^{D} w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \; \forall \; j \tag{13}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{h=1}^{H} Q_h x_{hj}^2 - \sum_{d=1}^{D} w_d z_{dj} \leq 0 \; \forall \; j \tag{14}$$

$$\sum_{h=1}^{H} Q_h x_{ho}^2 + \sum_{d=1}^{D} w_d z_{do} = 1 \tag{15}$$

$$\sum_{d=1}^{D} w_d z_{do} - e_1^{o*} \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 0 \tag{16}$$

$$v_i, w_d, Q_h, u_r \geq 0; \forall \; i, d, h, r \tag{17}$$

A dimensão de efetividade pode ser calculada neste estágio, como bem exposto no trabalho de Yu e Lin [2008]. Na presente pesquisa optou-se em adotar o conceito de custo-efetividade definido em INTOSAI [2010]. Trata-se de um manual de orientações quanto aos aos conceitos centrais para auditorias operacionais. Na citada publicação, o conceito de custo-efetividade combina elementos de eficiência e efetividade por analisar a relação entre os resultados de um instrumento, projeto ou programa e os insumos empregados, em termos de valores monetários ou capital humano, por exemplo. Os índices de custo-efetividade são calculados por meio dos escores de eficiência global do modelo Two-stage DEA. De acordo com Li et al. [2012], a eficiência global é obtida pelo produto da eficiência do 1º e 2º estágios. Segundo os autores, a decomposição da eficiência global é única.

3.3. Algoritmos genéticos

Em algumas situações a implementação computacional do DEA pode se tornar inviável, tendo em vista as dimensões da base de dados sob análise, ou seja, o número de *inputs* e de *outputs*, bem como o número de DMU's. Nestes casos, pode-se utilizar um método de otimização baseado em meta-heurísticas. Algumas pesquisas já utilizaram meta-heurísticas para implementação de DEA, a exemplo dos trabalhos de Lagzaie et al. [2013] e González et al. [2015]. Na presente pesquisa, foi empregada uma meta-heurística fundamentada em algoritmos genéticos, que constitui um processo iterativo de busca pela melhor solução. A técnica é inspirada nos princípios da evolução de Darwin.

Inicialmente, a solução é codificada como um cromossomo, que muitas vezes é uma sequência de bits referidos como genes. O algoritmo genético opera com uma população de cromossomos, cada um descrevendo um indivíduo. Para cada indivíduo é atribuído um valor por meio de uma função de *fitness*. A função de *fitness* exerce um papel semelhante ao da função de avaliação em uma busca heurística. O Algoritmo 1 detalha a sequência de passos empregada na busca pela melhor solução. Maiores detalhes podem ser consultados em Hand [1994].

Algoritmo 1: Pseudocódigo de um algoritmo genético

Entrada: conjunto de soluções candidatas
Saída: Solução ótima ou subótima
início
  Inicialize a população com soluções candidatas aleatórias ou geradas por uma heurística;
  Avalie cada candidato por meio da função *fitness*;
  repita
    Selecione pais;
    Recombine dois ou mais pais;
    Aplique mutação ao descendente resultante;
    Avalie os novos candidatos;
    Selecione candidatos para a próxima geração;
  até *condição de parada seja satisfeita*;
fim
retorna *Solução ótima ou subótima*

4. Resultados

Na presente pesquisa, os modelos baseados em programação linear foram implementados em R, utilizando-se o pacote *lpSolve* e o pacote de manipulação de dados *dplyr*. Na implementação foram avaliadas as dimensões de eficiência e efetividade. Os códigos foram executados em uma máquina com processador Intel i7-7500U de 2,90 GHz, memória RAM de 16GB e sistema operacional Windows 10, de 64 bits. Inicialmente foi verificado o desempenho computacional do algoritmo com uso de *datasets* gerados aleatoriamente, em valor absoluto e normalmente distribuídos. Sua *performance* foi mensurada pelo tempo de execução da função correspondente ao modelo two-stage DEA não-cooperativo. Foram empregados *datasets* com dois *inputs* e dois *outputs* em ambos os estágios. Foi utilizado, ainda, um *input* adicional no segundo estágio, que representa a variável exógena. Foram gerados e testados *datasets* com 100, 500, 1.000, 2.000 e 5.000 DMU's. A Figura 3 apresenta os resultados dos testes de *performance*.

Em seguida buscou-se reproduzir os resultados do experimento realizado na seção 3 do trabalho de Li et al. [2012], para o modelo não cooperativo, no intuito de testar o algoritmo imple-

https://proceedings.science/p/106642?lang=pt-br

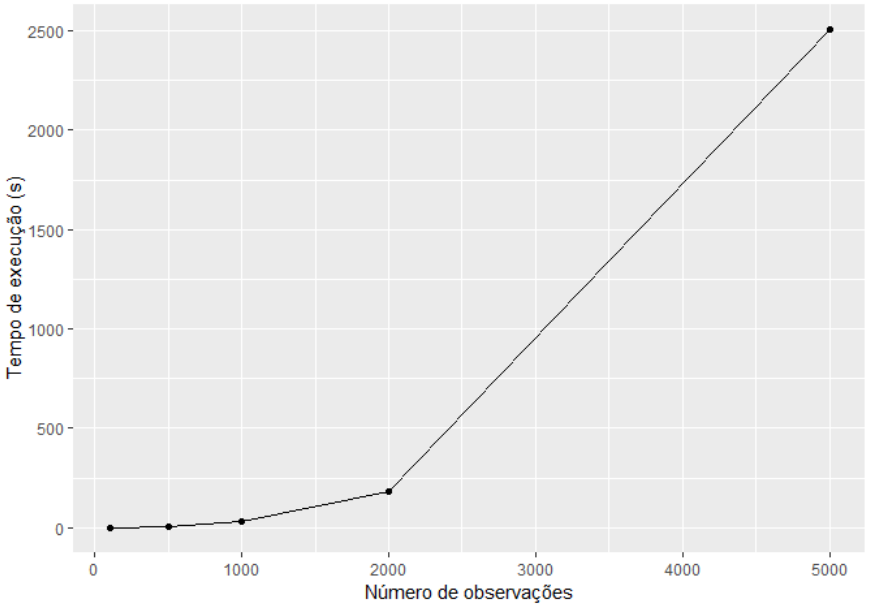


Figura 3: Tempo de execução x nº de DMU's

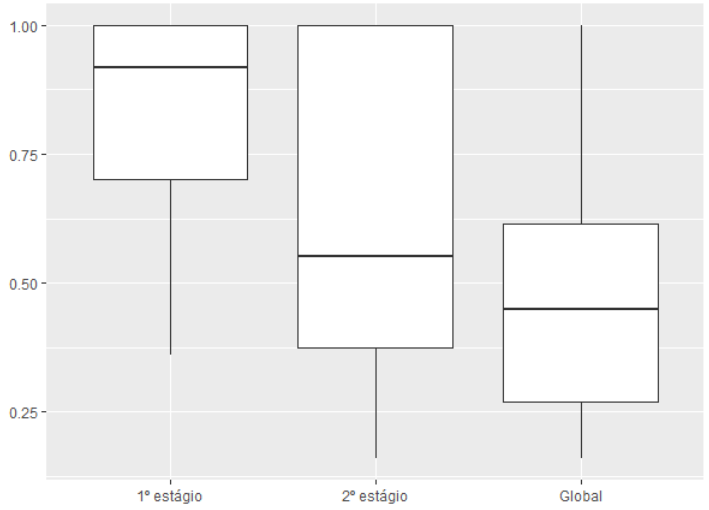


Figura 4: Resultados do modelo de programação linear

mentado. Naquela pesquisa foi utilizado um *dataset* com exemplo real sobre eficiência no processo de pesquisa e desenvolvimento (P&D) de 30 regiões provinciais da China, que é composto por dois sub-processos: desenvolvimento tecnológico e aplicação econômica. No primeiro estágio, foram utilizados como *inputs* o nível de gastos e de recursos humanos relacionados a P&D, além da proporção de despesas regionais com ciência e tecnologia. Como variáveis intermediárias foram utilizados o número de patentes requeridas e de *papers* produzidos. Foram considerados como *outputs* do segundo estágio o produto interno bruto regional, o total de exportações, a renda *per capita* urbana e a produção bruta da indústria de tecnologia. O valor total de contratos no mer-

cado de tecnologia foi considerado como *input* adicional no segundo estágio. A figura 4 ilustra os resultados de cada estágio e o resultado da eficiência global. Foi obtida uma média de $0,828$, no primeiro estágio, $0,644$ no segundo estágio e $0,511$ na eficiência global, correspondendo aos mesmos resultados alcançados pelos autores.

O modelo foi adaptado, também, para ser implementado por meio de uma meta-heurística baseada em algoritmos genéticos. Foi utilizado o pacote GA do Software R. Trata-se de uma ferramenta flexível para uso geral voltada à implementação de algoritmos genéticos para otimização. O modelo foi implementado em dois estágios, utilizando os parâmetros relacionados na Tabela 1.

Tipo de variável na solução	real
Tamanho da população	20 no 1º estágio e 50 no 2º estágio
Número máximo de iterações	500
Limite superior	1
Limite inferior	0
Probabilidade de *crossover*	0,80
Probabilidade de mutação	0,10
Tipo de mutação	aleatória uniforme (*default*)
Tipo de *crossover*	aritmético local (*default*)
Tipo de seleção	escalonamento linear (*default*)
Tipo de geração de população	aleatória uniforme (*default*)

Tabela 1: Parâmetros utilizados no algoritmo genético

O modelo de programação linear foi implementado no R a partir de sua forma linear. Para implementação do algoritmo genético, o modelo *two-stage* DEA não cooperativo foi empregado em sua forma fracionária. Maiores detalhes sobre as formas linear e fracionária podem ser consultados em Li et al. [2012]. A forma linear possui restrições com valor exato, o que dificultou a convergência do algoritmo, pois a solução foi representada por variáveis reais. Com isso, optou-se por utilizar a forma fracionária, pois as restrições são predominantemente compostas por desigualdades. Outro aspecto a ser destacado é a necessidade de normalização das variáveis do problema no intervalo (0, 1). Este procedimento acelerou o processo de convergência do algoritmo. A Figura 5 apresenta os resultados do algoritmo genético, em conjunto com os resultados apresentados pelo modelo de programação linear.

No primeiro estágio o modelo implementado pela meta-heurística apresentou média dos escores de eficiência no valor de $0,7357$. O segundo estágio apresentou média de $0,3919$, enquanto que o desempenho global, calculado pela multiplicação dos anteriores, obteve uma média de $0,2504$. Para efeito de comparação dos resultados do algoritmo genético e do modelo de programação linear, foram calculados coeficientes de correlação de Pearson. O 1º estágio das duas modalidades de implementação tiveram coeficiente de correlação de $0,9404$. De fato, neste estágio os resultados do modelo de algoritmo genético aproximaram-se dos resultados do modelo de programação linear, o que indica que uma solução sub-ótima foi alcançada.

No segundo estágio, os resultados distanciaram-se um pouco mais. O coeficiente de correlação ficou em torno de $0,6993$. Este resultado indica que os parâmetros do modelo para o segundo estágio poderiam ter sido melhor calibrados. Quanto à *performance* do algoritmo genético, é importante destacar que no modelo *two-stage* DEA não cooperativo, em ambos os estágios, deve-se executar o algoritmo para cada DMU, o que pode tornar o tempo de execução extremamente longo. Essa demora na execução é intensificada no segundo estágio, pois dobra-se o número de variáveis e de restrições, aspecto importante na definição da estratégia de implementação.

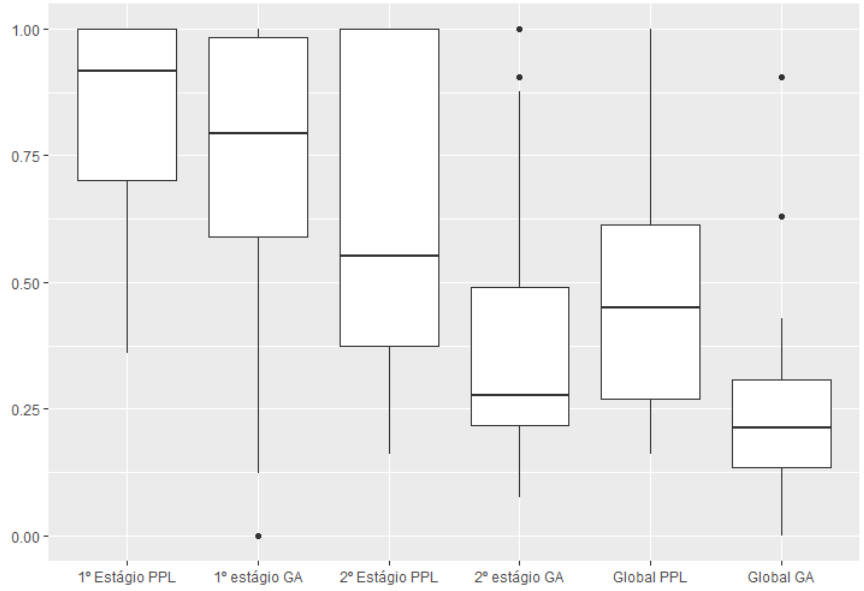


Figura 5: Resultados do modelo de programação linear e de algoritmos genéticos

5. Considerações finais

Neste artigo foi apresentada uma proposta de modelagem quantitativa para ser empregada em auditorias operacionais, ou auditorias de desempenho, com base em um modelo *two-stage* DEA que incorpora conceitos de jogos não cooperativos, ou de Stackelberg. Foi apresentado, também, um modelo alternativo fundamentado em algoritmos evolucionários, ou algoritmos genéticos, para as situações em que o problema a ser modelado requeira um grande número de variáveis para representar os *inputs*, os *outputs* e os *outcomes*. A proposta visa preencher uma lacuna quanto às técnicas de auditoria operacional direcionadas a mensurar, de forma quantitativa, as dimensões de economicidade, eficiência e efetividade.

Inicialmente, foi apresentado e implementado o modelo *two-stage* DEA não cooperativo em sua forma linear. Foram realizados testes de *performance* para *datasets* gerados aleatoriamente com distribuição normal e em valores absolutos. Foram realizados experimentos com *datasets* de 100, 500, 1.000, 2.000 e 5.000 DMU's. Os resultados mostraram que a partir de 2.000 DMU's o tempo de execução cresceu de forma acentuada. O modelo foi utilizado, ainda, com dados reais apresentados no trabalho de Li et al. [2012]. O objetivo foi mensurar a *performance* no processo de pesquisa e desenvolvimento (P&D) de 30 regiões provinciais da China, composto por dois subprocessos: desenvolvimento tecnológico e aplicação econômica. No primeiro estágio, foram utilizados como *inputs* o nível de gastos e de recursos humanos relacionados a P&D, além da proporção de despesas regionais com ciência e tecnologia. Como variáveis intermediárias foram utilizados o número de patentes requeridas e de *papers* produzidos. Foram considerados como *outputs* do segundo estágio o produto interno bruto regional, o total de exportações, a renda *per capita* urbana e a produção bruta da indústria de tecnologia. O valor total de contratos no mercado de tecnologia foi considerado como *input* adicional no segundo estágio. Foram reproduzidos os mesmos resultados encontrados pelos autores em um tempo de execução satisfatório.

Em seguida, o modelo *two-stage* DEA não cooperativo foi implementado em sua forma fracionária utilizando-se meta-heurística baseada em algoritmos genéticos. A forma linear possui

restrições com valor exato, o que dificultou a convergência do algoritmo, pois a solução foi representada por variáveis reais. Com isso, optou-se por utilizar a forma fracionária, pois as restrições são predominantemente compostas por desigualdades. Outro aspecto a ser destacado é a necessidade de normalização das variáveis do problema no intervalo (0, 1). Este procedimento acelerou o processo de convergência do algoritmo. No 1º estágio houve uma aproximação dos resultados do modelo de programação linear, o que indicou que uma solução sub-ótima foi alcançada. No segundo estágio, os resultados distanciaram-se um pouco mais, o que indicou que os parâmetros para o segundo estágio podem ser melhor calibrados. Importante destacar, ainda, o longo tempo de execução do algoritmo genético, principalmente no 2º estágio, aspecto importante na definição da estratégia de implementação.

Por fim, o modelo *two-stage* DEA não cooperativo mostrou-se adequado para utilização na fase de execução de uma auditoria operacional. Recomenda-se que, em trabalhos subsequentes, sejam realizados testes com *datasets* do setor público. Este trabalho pode ser complementado, também, com análise de *clusters*, em uma fase de pré-processamento dos dados. Esta técnica possibilita o agrupamento das DMU's em conjuntos de maior similaridade, de modo a permitir a realização de análises mais consistentes. Sugere-se, ainda, que seja incorporado um processo sistemático de calibração de parâmetros do algoritmo genético, para que se possa obter resultados mais próximos da solução ótima.

Referências

Banker, R. D., Charnes, A., e Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9):1078–1092.

Brasil (2010). Manual de auditoria operacional. *Brasília: Tribunal de Contas da União, Secretaria de Fiscalização e Avaliação de Programas de Governo (Seprog)*.

Charnes, A., Cooper, W. W., e Rhodes, E. (1978). Measuring efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 1:429–44.

Cook, W. D., Liang, L., e Zhu, J. (2010a). Measuring performance of two-stage network structures by dea: a review and future perspective. *Omega*, 38(6):423–430.

Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G., e Yang, F. (2010b). Network dea: Additive efficiency decomposition. *European journal of operational research*, 207(2):1122–1129.

Färe, R., Grosskopf, S., e Whittaker, G. (2007). Network dea. In *Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis*, p. 209–240. Springer.

Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3):253–290.

González, M., López-Espín, J. J., Aparicio, J., Giménez, D., e Pastor, J. T. (2015). Using genetic algorithms for maximizing technical efficiency in data envelopment analysis. *Procedia Computer Science*, 51:374–383.

Hand, D. (1994). Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. *Statistics and Computing*, 4(2):158.

INTOSAI (2010). Issai 3100 - guidelines on central concepts for performance auditing. *Vienna: INTOSAI Professional Standards Committee*.

Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European journal of operational research*, 192(3):949–962.

Kao, C. e Hwang, S.-N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in taiwan. *European journal of operational research*, 185(1):418–429.

Lagzaie, L., Sanei, M., Molla-Alizadeh-Zavardehi, S., e Mahmoodirad, A. (2013). The measuring efficiency of large scale datasets in dea with metaheuristic algorithm approach. *Journal of Data Envelopment Analysis and Decision Science*, 2013:1–9.

Li, Y., Chen, Y., Liang, L., e Xie, J. (2012). Dea models for extended two-stage network structures. *Omega*, 40(5):611–618.

Liang, L., Cook, W. D., e Zhu, J. (2008). Dea models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition. *Naval Research Logistics (NRL)*, 55(7):643–653.

Moesen, W. A. (1994). The need for performance auditing in the public sector and the best-practice frontier. *European Journal of Law and Economics*, 1(4):263–274.

Tone, K. e Tsutsui, M. (2009). Network dea: A slacks-based measure approach. *European journal of operational research*, 197(1):243–252.

Yu, M.-M. e Lin, E. T. (2008). Efficiency and effectiveness in railway performance using a multi-activity network dea model. *Omega*, 36(6):1005–1017.