O PROBLEMA DE *LOT SIZING*: UMA ANÁLISE DA ABORDAGEM MULTIPRODUTO *MULTICOMMODITY* CAPACITADO

Bárbara Cristina Mendanha Reis
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Campus Morro Do Cruzeiro Ouro Preto, MG 35400-000
barbara.mendanha@ufop.edu.br

Mirian Batista de Oliveira Bortoluzzi
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Avenida Rosilene Lima Oliveira, n.º 64 - Bairro Universitário - Nova Andradina – MS
mirianbortoluzzi@gmail.com

Geraldo Magela Sales de Oliveira
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Departamento de Engenharia de Produção (DEP), Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, CEP 21270-901, Belo Horizonte, MG
gsalesoliveira@uol.com.br

Julimara Danielle Ferreira
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Departamento de Engenharia de Produção (DEP), Av. Antônio Carlos, 6627, Pampulha, CEP 21270-901, Belo Horizonte, MG
julimaradf@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho foi proposta uma formulação para o problema dimensionamento de lotes multiproduto *multicommodity* (MDLMM) a luz do exposto por [Absi, Kedad-Sidhoum, 2005, 2008]. Considerou-se um horizonte de planejamento de 5 meses e, três produtos (A, B e C). A formulação foi modelada em AMPL usando CPLEX 12.7.1.0 como solver. Uma instância para cada produto de baixo valor agregado foi avaliada a partir de três cenários propostos: penalidade por perda de vendas variável e taxa de estoque constante, penalidade por perda de vendas constante e taxa de estoque variável, perda de venda e taxa de estoque intermediário. Para análise dos resultados destes cenários, utilizou o *software Minitab* para elaboração de gráficos de interação. Houve um aumento do custo total dado o incremento da penalidade, e produto B resultou nas maiores perdas de venda, independente do cenário, devido seu alto valor agregado e quanto maior o custo da penalidade e menor a taxa do estoque maior o uso da capacidade produtiva.

Palavras-chave: Multiproduto, Multicommodity, Perdas de vendas, Custo Total, Capacidade Produtiva.

Tópicos (Outras aplicações em PO)

ABSTRACT

In this work, a formulation was proposed for the multicommodity multiproduct Lot sizing problem (MMPLSP) the light of the above [Absi, Kedad-Sidhoum, 2005, 2008]. We considered a planning horizon of 5 months and three products (A, B and C). The formulation was modeled in AMPL using CPLEX 12.7.1.0 as solver. An instance for each low value-added product was evaluated from three proposed scenarios: variable loss of sales and constant inventory rate, constant sales loss penalty and variable stock rate, sale loss and intermediate stock rate . To analyze the results of these scenarios, he used the Minitab software to elaborate interaction graphs. There was an increase in total cost given the increase in the penalty, and product B resulted in higher sales losses, regardless of the scenario, due to its high added value and the higher the cost of the penalty and the lower the inventory rate the greater the use of productive capacity .

Keywords: Multiproduct, Multicommodity, Sales Losses, Total Cost, Productive Capacity.

Paper topics (Other applications in OR)

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

1. Introdução

Na indústria manufatureira, de acordo com [Guimarães, Klabjan e Almada-Lobo, 2013] os problemas de planejamento e controle da produção compreendem tanto o dimensionamento dos lotes que serão produzidos quanto o sequenciamento de ordens distintas de fabricação em uma única máquina com limitação de capacidade. Esses problemas são encontrados em diferentes sistemas produtivos, desde a produção contínua à produção em lotes, apresentando aplicabilidade segundo [Kovács, Brown e Tarim, 2009] na indústria química, farmacêutica, papel e celulose, bebidas, têxteis e cerâmica. Devido a esse grande uso e impacto significativo na produtividade dos sistemas, [Shim *et al.*, 2011] verificaram a existência de uma grande concentração de pesquisas com atenções nos problema dos sistemas produtivos, sendo este ponto principal de pesquisa de um grande número de artigos pertencentes à literatura da Pesquisa Operacional [Brahimi *et al*, 2006; Gupta e Magnusson, 2005; Glock *et al.*, 2014].

Considerando a abordagem do dimensionamento de lotes, [Wagner e Davis, 2002] elucidaram que os primeiros trabalhos da área tinham como base um padrão de premissas que estabeleciam custos e tempos de *setup* independentes da sequência, taxas constantes de produção e demanda, e horizonte de planejamento infinito, destacando o modelo clássico do lote econômico de produção ou *Economical Order Quantity* (EOQ), cujas proposições fundamentam-se em um processo de produção com item único, apenas um nível e sem limitação de capacidade. Entretanto, o caráter restritivo do EOQ permitiu que trabalhos seminais como de [Wagner e Whitin, 1958; Manne, 1958], de acordo com [Okhrin e Richter, 2011] iniciaram-se assim na literatura a abordagem sobre problemas de dimensionamento de lote de item único (SILSP).

Nesse sentido, [Brahimi *et al.*, 2006] trataram os problemas de dimensionamento de lote como problemas de planejamento da produção com preparações ou setups entre lotes de produção. Os autores afirmaram que muitas vezes é muito caro produzir um determinado produto em cada período, por outro lado, ao optarem por gerar menos setups, permitindo assim à produção de grandes quantidades de itens, a fim de satisfazer demandas futuras, ocorrerá alta dos custos de manutenção de estoque. Sendo assim, o objetivo de problemas *lot sizing* é determinar os períodos em que a produção deve ocorrer e as quantidades a serem produzidas, a fim de satisfazer a demanda, minimizando os custos de manutenção de estoque e colocação de pedido.

Ao longo dos anos, as formulações para os problemas de dimensionamento de lotes sofreram alterações a fim de caracterizar um maior número de situações que são encontrados no dia a dia das organizações, e assim, a classificação dos problemas de *lot sizing* é baseada em vários critérios, a saber: número de máquinas, número de níveis de produção, restrições de capacidade e sua natureza fixa ou variável, e duração dos períodos de produção [Brahimi *et al.*, 2006]. Nesta mesma perspectiva, [Aggarwal, 1974; Aissaoui, Haouari e Hassini, 2007], apresentaram a existência de dois modelos , com as seguintes diferenças: aqueles que consideram mudanças ou não nos valores dos parâmetros ao longo do tempo (modelos estacionários *versus* modelos dinâmicos) e aqueles que incorporam ou não incertezas nas decisões (modelos determinísticos versus modelos estocásticos). Além da classificação técnica, [Glock *et al.*, 2014] propuseram a categorização dos problemas de *lot sizing* conforme ilustra a Figura 1.

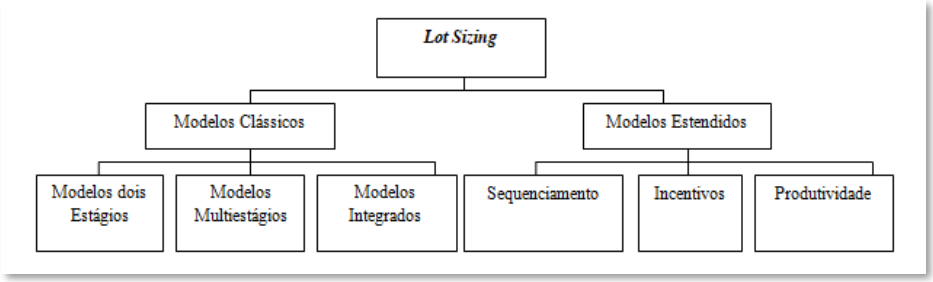


Figura 1 - Classificação relacionada ao conteúdo de problemas de *lot sizing*
Fonte: adaptado de [Glock *et al.*, 2014].

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

Observa-se na figura 1, segundo [Glock et al., 2014] os modelos de dimensionamento de lotes se diferenciam em "modelos clássicos" e "modelos estendidos". Segundo os mesmos, o modelo clássico tem como objetivo a determinação da produção, ordem e quantidades de itens produzidos. Esses modelos são variantes do modelo básico de lote econômico de produção (*Economic Order Quantity*), sendo que, geralmente consideram apenas estoque, ordem de fabricação, setup e custos de transporte. Já os modelos estendidos consideram aspectos adicionais relacionados ao problema do dimensionamento do lote, como a curva de aprendizagem do trabalhador, sequenciamento, descontos em quantidade ou créditos comerciais.

Para tanto, a luz do exposto por a luz do exposto por [Absi, Kedad-Sidhoum, 2005, 2008], este artigo buscou analisar o modelo clássico de planejamento de produção e controle de inventário: o problema de dimensionamento de lotes capacitado multiproduto *multicommodity* com tempos de configuração e custos de falta buscando compreender efeitos no custo total e nas perdas de vendas. Sendo assim, na seção 2 é apresentada uma revisão do estado da arte com alguns resultados encontrado na literatura, na seção 3 é realizada a descrição do problema e a metodologia de formulação. Na seção 4 é a apresentado um modelo inteiro misto representado o problema, além dos testes computacionais foram realizados com instâncias geradas aleatoriamente, ao final da seção também são apresentado os gráficos de interações a fim de auxiliar na análise de três cenários propostos. Na seção 5 são apresentadas as conclusões bem como as perspectivas para trabalhos futuros.

2. Revisão da Literatura

Como visto anteriormente, o caráter restritivo do modelo EOQ levou ao desenvolvimento de formulações a fim de caracterizar um maior número de situações do planejamento e controle da produção recorrentes ao cotidiano da indústria, seja de bens ou de serviços. Resolver eficientemente o SILSP, de acordo com [Brahimi *et al.*, 2017] é importante porque ele aparece como um subproblema no procedimentos de solução de muitos problemas complexos de dimensionamento de lotes, como problemas de itens múltiplos capacitados. Os mesmos autores afirmam que extensões do SILSP incluem capacidade de produção, remanufatura, *backlogging*, perda de vendas, demanda e janelas de tempo de produção, inventário limitado, perecibilidade, entre outros.

Nesse sentido, [Liu *et al.*, 2007] estudaram situações em que a capacidade de atender às demandas dos clientes era limitada pela capacidade de estoque e não pela capacidade de produção, situação recorrente na fabricação de produtos petroquímicos, processamento de alimentos e fabricação de vidro. Os autores consideraram para o dimensionamento do lote um inventário limitado, permissão para perda de vendas, funções de custo de produção inalteradas em relação ao período de tempo e que capacidade de estoque não reduzia em relação ao período de tempo. [Federgruen, Meissner e Tzur, 2007] consideraram uma família de N itens que eram produzidos na mesma instalação de produção. As demandas eram determinísticas para cada item e para cada período dentro de um determinado horizonte de períodos T. Se em um determinado período um pedido fosse colocado, os custos de instalação eram incorridos. O tamanho da ordem agregada era limitado para uma dada capacidade. O objetivo foi encontrar uma estratégia que satisfizesse as demandas de todos os itens em todo o horizonte sem *backlogging*, e que minimizasse a soma dos custos de estoque-carregamento, custos de ordem fixa e custos de ordem variável.

Na mesma perspectiva, [Koca e Yildirim, 2012] estenderam o problema SILSP considerando um problema multicommodity, motivados pelo sistema de distribuição de autopeças para um fabricante automotivo na Turquia, consideraram um problema de distribuição de um depósito central para uma série de pontos de demanda geograficamente dispersos. A distribuição dos itens era realizada por um conjunto de veículos idênticos. A demanda de cada ponto de demanda podia ser satisfeita por vários veículos e um único veículo podia atender a múltiplos pontos de demanda. Para um determinado veículo, a estrutura de custos era ditada pelo ponto de demanda mais distante do depósito entre todos os pontos de demanda atendidos por esse veículo. O objetivo era satisfazer a demanda de cada ponto de demanda com o custo mínimo de distribuição total. O problema de otimização resultante tornou-se computacionalmente inviável para problemas

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

da vida real devido ao grande número de variáveis inteiras. Na tentativa de contornar essa desvantagem de usar a formulação direta, especialmente para problemas maiores, os autores propuseram uma abordagem hierárquica que visava resolver o problema em duas etapas, utilizando a agregação parcial da demanda seguida de um esquema de desagregação. Os resultados revelaram que a abordagem hierárquica superou significativamente a abordagem de formulação direta em termos tanto do tempo de execução como da qualidade da solução resultante, especialmente em casos grandes.

Ampliando tais considerações para a abordagem multiproduto, [Absi e Kedad-Sidhoum, 2008] caracterizaram o problema de dimensionamento de lotes capacitado multi-item com tempos de configuração e custos de falta (MCLSSP) como um problema de planejamento de produção em que há uma demanda variável no tempo para um conjunto de N itens denotados $I = \{1,2, ..., N\}$ T períodos. Segundo tais autores, a produção deve satisfazer uma capacidade restrita e deve levar em consideração um conjunto de restrições adicionais. Os autores acrescentam que a capacidade disponível total no período t é c_t e que a produção também deve satisfazer as restrições de tamanho do lote. Para cada período t, um custo de inventário γ_{it} é anexado a cada item i, bem como um custo de produção unitário variável αit e um custo de instalação β_{it}. Sendo assim, o problema tem a característica distintiva de permitir escassez de requisitos, porque lida com problemas com capacidades apertadas, e quando existe em falta de capacidade para produzir a demanda total, tenta-se espalhar a capacidade entre os itens, minimizando a quantidade total de escassez de demanda. Por fim, [Absi e Kedad-Sidhoum, 2008] apresentaram um modelo com um parâmetro de custo unitário φ para o item i no período t para o requisito não cumprido em relação à demanda, esses custos foram vistos como custos de penalidade e seus valores foram muito altos em comparação com outros componentes de custo.

O MCLSSP permanece um problema desafiador, embora os modelos de planejamento de produção envolvendo múltiplos itens, as capacidades restritivas e os horários significativos de instalação ocorrem frequentemente em situações industriais e muitas vezes foram estudados na literatura, obtendo soluções ótimas e às vezes até viáveis [Absi e Kedad-Sidhoum, 2008]. [Trigeiro, Thomas e McLain, 1989] foram os primeiros a tentar resolver esses modelos, propondo uma heurística baseada no relaxamento lagrangeano para resolver um problema multi-item para uma única máquina, com tempos de setup para obter soluções quase ótimas. Entretanto, as soluções lagrangeanas nem sempre foram viáveis, logo utilizaram heurísticas para obter planos de produção viáveis. No entanto, os autores relataram que para as instâncias com capacidades apertadas, não foi possível encontrar soluções viáveis.

Na literatura, são apresentados dois métodos para lidar com problemas em que a demanda não podem ser atendidas em todos os períodos: horas extras ou *backlogging*. Para o primeiro caso estudos foram conduzidos por [Diaby *et al.*, 1992, Ozdamar e Birbil 1998; Ozdamar e Bozyel, 2000] conforme citam [Absi e Kedad-Sidhoum, 2005]. O segundo método permite *backlog* como estudou [Zangwill, 1966] citado também por [Absi e Kedad-Sidhoum, 2005]. Neste caso, os itens podem ser produzidos mais tarde do que o solicitado a um custo extra. Nos dois casos, a demanda deve ser satisfeita e a quantidade de vendas perdidas para cada item em cada período não é dado, o que se buscará neste artigo.

Por fim, neste trabalho a capacidade em cada período bem como as demandas são conhecidas. Sabe-se que geralmente, as fábricas já produzem a plena capacidade e a satisfação da demanda no período posterior também é frequentemente proibida pelos clientes. Neste caso, a formulação buscará minimizar o custo total da estratégia considerando horas extras e perdas de vendas.

3 Descrição do Problema e Metodologia

A figura 2 ilustra um sistema de produção alocado para processamento de vários produtos os quais podem ser produzidos e entregues em períodos semelhantes ou distintos caracterizando assim a abordagem *multicommodity*. Este problema trata do planejamento em horizontes médios ou longos em que há a possibilidade de se discretizar o horizonte de tempo, sendo que em cada

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

intervalo temporal pode-se aferir custos de produção, custos de armazenamento entre os períodos, custos de setup e produção em horas extras e custos associados a perdas e atrasos de vendas.

Cada período tem associado um custo de produção em horas normais e extras bem como um custo de armazenamento que pode ser diferente para cada período de tempo. Também estão associadas capacidades de produção em horas normais e extras além de considerações de perda de vendas (*backlogging*) com possibilidade de recuperação de vendas.

Sendo assim, o objetivo desta formulação é a partir de metas estabelecidas pelo nível estratégico, desmembrar a demanda em produções de forma a minimizar o custo total de produção, atendendo, ao mesmo tempo, as restrições de capacidade de produção, de armazenagem e de atendimento ao cliente.

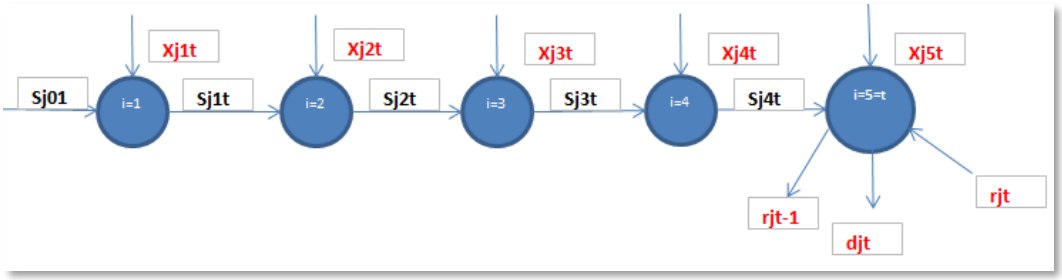


Figura 2 - Exemplar ilustrativo de problema lot sizing multiproduto multicommodity

Para a formulação multiproduto um índice de produto *j* foi adicionado a cada um dos parâmetros e variáveis do modelo para cada intervalo de tempo de produção *i* e entrega *t*, caracterizando a natureza multicommodity. À função custo foram adicionadas parcelas referentes a uma penalização *k* pela quantidade *r* de produto não vendida no período *t*, com a parcela adicional *r* que permite o fluxo de produtos em intervalos diferentes de tempo (*backlogging*), além disso, uma penalidade associada à capacidade de produção em horas normais e extras, estas últimas, claro, com custo mais elevado.

A formulação foi modelada em AMPL usando *CPLEX* 12.7.1.0 como solver e um computador Intel Core i5, 2.30GHz com 4 GB de RAM e sistema operacional Windows 10Pro. O tempo computacional foi limitado a 1800 segundos.

A fim de avaliar o desempenho do modelo de dimensionamento de lotes multiproduto *multicommodity* (MDLMM) foi utilizada uma instância baseada em dados reais de um sistema produtivo de bens comuns de baixo valor agregado com uso de tecnologia. Considerou-se um horizonte de planejamento de 5 meses, três produtos (A, B e C) os quais poderiam ser produzidos em qualquer período e entregue no mesmo ou posteriormente (natureza multicommodity multiproduto). A formulação foi feita para permitir variações nos parâmetros ao longo dos períodos que compõem o horizonte de programação. No caso deste artigo (número de períodos reduzido) optou-se por considerar constante a capacidade de produção em horas normais e extras, custo variável de produção em horas normais e extras, custo de estocagem, penalidades e setup. A instância considerou que existe um estoque inicial para cada um dos três itens.

Foram simulados três cenários a fim de avaliar o comportamento da função objetivo bem como as perdas de vendas e o uso da capacidade total. Para a construção e análise dos gráficos de cada cenário utilizou-se o s*oftware* Minitab versão 17.

4 Aplicação do MDLMM e Testes Computacionais

Nesta seção é apresentado o MDLMM, sem perda de generalidade, considera-se na modelagem do problema que a empresa produz vários itens que podem ser manufaturados e entregues no mesmo período ou em momentos distintos. Assim, nesse modelo o índice *j* é considerado como o portfólio da organização. A quantidade produzida e estocada está baseada no *trade-off* perda de venda, custo de estocagem e custo de preparação da máquina.

Os conjuntos utilizados nesse modelo são:

J - produtos ($j \in J$);

T - períodos do horizonte de planejamento ($t \in T$).

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

Os parâmetros são:

$Cap_{j,i}$ - capacidade de produção em horas normais do produto *j* no período *i*;
$Cape_{j,i}$ - capacidade de produção em horas extras do produto *j* no período *i*;
$D_{j,t}$ - demanda do produto *j* no período *t*;
$P_{j,i}$ - custo de produção variável, em horas normais, do produto *j* no período *i;*
$Pe_{j,i}$ - custo de produção variável, em horas extras, do produto *j* no período *i;*
$H_{j,t}$ - custo de estoque por unidade do produto j no período t;
$Q_{j,i}$ - custo de *setup* do produto *j* para cada período *i;*
$K_{j,t}$ - penalidade pela perda de venda do produto *j* no período *t*.

As variáveis do modelo são:

$X_{j,i,t}$ - quantidade produzida do produto *j*, em horas normais, no período *i* para período *t*;
$Xe_{j,i,t}$ - quantidade produzida do produto *j*, em horas extras, no período *i* para período *t*;
$S_{j,i,t}$ - quantidade estocada do produto *j* no período *i* para o período *t*;
$R_{j,t}$ - perda de venda do produto *j* no período *t*;
$Y_{j,t}$ = 1 se há produção pelo conjunto produto *j* no período *i* para período *t*.

O modelo MDLMM é dado pelas equações (1) - (13).

Função Objetivo

$$\text{Min custo: } \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{T}\sum_{t=i}^{T} Pji * Xjit + \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{T}\sum_{t=i}^{T} Peji * Xejit + \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=0}^{T}\sum_{t=i}^{T} Hji * Sjit + \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} Kjt * rjt + \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{T} Qji * Yji \quad (1)$$

Restrições para dimensionamento dos lotes

$$S_{ji-1t} + X_{jit} + Xe_{jit} = AT_{jit} * (da_{jt} + r_{jt-1} - r_{jt}) + S_{jit} \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le t \le T \qquad (2)$$

$$S_{jtt} = 0 \qquad 1 \le j \le J,\ 0 \le t \le T \qquad (3)$$

$$S_{j0t} = 0 \qquad 1 \le j \le J,\ 2 \le t \le T \qquad (4)$$

$$r_{j0} = 0 \qquad 1 \le j \le J \qquad (5)$$

$$S_{jk-1t} + \sum_{u=k}^{t} (cap_{ju} + cape_{ju}) * Y_{ju} \ge \sum_{i=k}^{t} (d_{ji} + r_{jt-1} - r_{jt}) \qquad 1 \le j \le J,\ 1 \le k \le t \le T \qquad (6)$$

$$\sum_{t=i}^{T} X_{jit} \le cap_{ji} * Y_{ji} \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le T \qquad (7)$$

$$\sum_{t=i}^{T} Xe_{jit} \le cape_{ji} * Y_{ji} \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le T \qquad (8)$$

$$X_{jit} \ge 0 \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le t \le T \qquad (9)$$

$$Xe_{jit} \ge 0 \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le t \le T \qquad (10)$$

$$S_{jit} \ge 0 \qquad j = 1,2..J,\ i = 1,2..T,\ t = i..T \qquad (11)$$

$$Y_{ji} \in \{0,1\} \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le i \le T \qquad (12)$$

$$r_{jt} \ge 0 \qquad j = 1,2..J,\ 1 \le t \le T \qquad (13)$$

A função objetivo (1) minimiza os custos de estoque, setup e penaliza os atrasos. A restrição (2) garante a conservação do fluxo em cada período (nó) considerado. Nesta restrição verifica-se o parâmetro ativador $AT_{jit}\ \forall j\ ,\ i=t$, sendo que este assume o valor 1 se o período de produção é igual ao período de entrega e 0 caso contrário. Já o parâmetro D_{ajt} trata-se da demanda ajustada, ou seja, desconta-se o estoque inicial S_{j01} da demanda D_{j1} do produto *j* no período *t*.

A restrição (3) garante a ausência de sobra de produtos em cada período, ou seja, todo estoque de produto é consumido totalmente. Conforme a restrição (4), não existe estoque inicial de qualquer produto para períodos constantes no horizonte de planejamento, exceto para o primeiro período. A inexistência de *backlogging*, ou seja, perdas de vendas no período anterior ao horizonte de planejamento são garantidas por meio da restrição (5).

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

À luz das considerações de Wagner e Whitin (*WW*), a restrição (6) garante uma ótima envoltória convexa que define um limite inferior para a variável de estoque S_{jik}. Restrições (7) e (8) limitam a produção em horas normais à capacidade de produção em horas normais e a produção em horas extras à capacidade de produção em horas extras, respectivamente. Restrições (9), (10), (11) e (13) garantem a não negatividade das variáveis envolvidas. Por fim, a restrição (12) garante a existência ou não de *setup* no período, sendo que este assume o valor 1 em caso afirmativo. A tabela abaixo apresenta a instância criada para análise dos resultados, cujas características foram expostas na metodologia.

Tabela 1 - Instância do problema MDLMM

Produto	*Capacidade Produção em Horas Normais* Cap_{ji}	*Capacidade Produção em Horas Extras* $Cape_{ji}$	*Estoque inicial* S_{j01}	*Custo variável em horas normais* (P_{ji})	*Custo variável em horas extras* (Pe_{ji})	*Custo de setup*	*Demanda mensal* t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	*Total da demanda no horizonte T*
	(Un)	(Un)	(Un)	($/un)	($/un)	($)	(mês)	(mês)	(mês)	(mês)	(mês)	(Un)
A	10000	2400	3000	93	108	1000	10500	13000	12500	1500	1700	68000
B	2000	400	1000	250	290	1000	2600	2300	2200	3300	5200	15600
C	2000	400	1500	180	209	2000	2700	1700	2500	2500	3000	12400

4.1 Cenário I: penalidade por perdas de vendas variável e custo de estocagem constante

No cenário I buscou-se avaliar a influência da penalidade quando ocorriam perdas de vendas sobre o custo total da produção, o percentual de perdas de vendas e o uso da capacidade da fábrica. A penalidade apresentou cinco níveis, a saber: 0,8, 1,0, 1,5, 2,0 e 5,0 o que corresponde à fração do custo variável em horas normais (P_{ji}), por exemplo, para o índice de 0,8 significa que a penalidade por perda de venda para o produto A seria de 74,40 unidades monetárias dado que P_{Ai} é 93,00 $/un. O valor do custo de estocagem foi mantido fixo em 0,5% do custo variável em horas normais (P_{ji}) independente do produto ou da penalidade assumida. A tabela 2 apresenta de forma macro a instância utilizada para construção do cenário I.

Tabela 2 - Instância do problema MDLMM para cenário I

Produto	***Total da demanda no horizonte T***	***Capacidade Produção em Horas Normais*** Cap_{ji}	***Capacidade Produção em Horas Extras*** $Cape_{ji}$	***Estoque inicial*** S_{j01}	***Custo variável em horas normais*** (P_{ji})	***Custo variável em horas extras*** (Pe_{ji})	***Custo de setup***	***Percentual de Penalidade***	***Valor da Penalidade unitária (Percentual da Penalidade *P_{ji})($/un)***	***Custo de Estoque (0,05 *P_{ji})($/un)***
A	68000	10000	2400	3000	93	108	1000	0,8	74,40	4,65
								1,0	93,00	4,65
								1,5	139,50	4,65
								2,0	186,00	4,65
								5,0	465,00	4,65
B	15600	2000	400	1000	250	290	1000	0,8	200,00	4,65
								1,0	250,0	4,65
								1,5	375,00	4,65
								2,0	500,00	4,65
								5,0	1250	4,65
C	12400	2000	400	1500	180	209	2000	0,8	144,00	4,65
								1,0	180,00	4,65
								1,5	270,00	4,65
								2,0	360,00	4,65
								5,0	900,00	4,65

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

O mínimo da função objetivo foi de $ 11.444.400, utilizando-se uma penalidade de 0,8 e média de 30% de perdas de vendas para cada produto, produziu-se 64.533 em horas normais e extras ocupando 75% da capacidade produtiva total (horas normais e extras). Para análise geral dos resultados foram construídos gráficos de interação conforme ilustram as figuras 3 (a)(b) e 4.

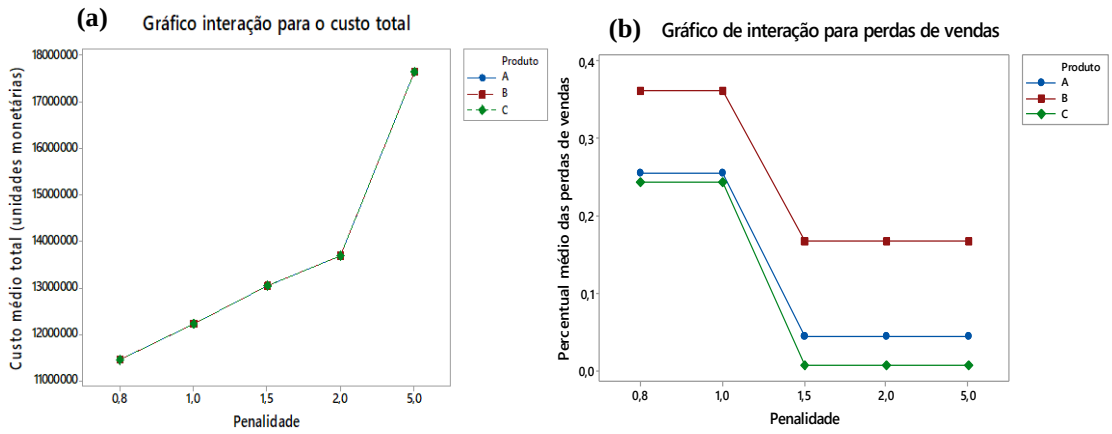


Figura 3 (a)(b) - Interação para Custo total Cenário I e Interação para Perdas de Vendas Cenário I

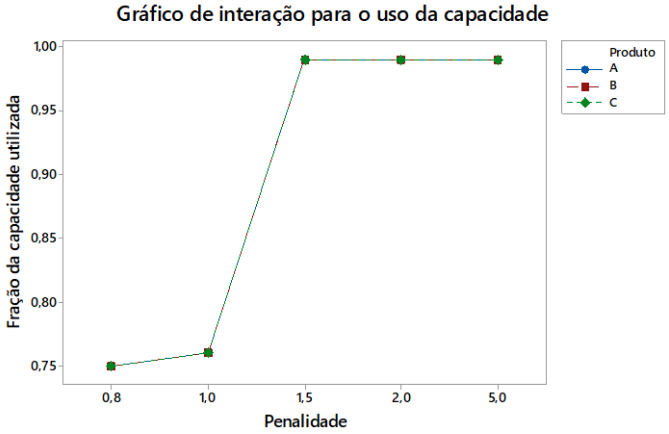


Figura 4 - Interação para Uso da Capacidade Cenário I

Por meio da figura 3(a) observa-se que, independente do produto, quanto maior o valor da penalidade maior o custo total de produção, porém para penalidades acima de 2,0 esse acréscimo mostra-se mais acentuado. Em relação às perdas de vendas, figura 3(b), observa-se que o produto que sofrerá a maior perda de vendas, independente do valor da penalidade, será o produto B devido ao alto valor de custo variável em horas normais ou extras, conforme é possível observar nas tabelas 1 e 2.

Ressalta-se também que a perda de venda não se deve somente à penalidade podendo ser resultante da limitação de capacidade. Ainda sobre a figura 3(b), verifica-se que para percentuais de penalidade 0,8 e 1,0 a perda média de vendas é cerca de 30%, independente do produto, e quando este índice é maior ou igual a 1,5, ocorre uma brusca queda nas perdas de vendas, a qual se mantém constante para todos os produtos, girando em torno de 10% e consequentemente levando ao aumento e pleno uso da capacidade produtiva, como ilustra a figura 5. Para valores de penalidade baixos (Figura 4), a perda de venda é elevada porque o *K* não é suficiente para forçar o uso da capacidade. Para valores de *K* mais elevado existe tendência de utilizar toda a capacidade a fim de minimizar a perda de venda, inclusive podendo redundar no incremento de capacidade produtiva.

4.2 Cenário II: custo de estocagem variável e penalidade por perdas de vendas constantes

No cenário II buscou-se avaliar a influência do custo de estocagem sobre o custo total da produção, o percentual de perdas de vendas e o uso da capacidade da fábrica. O custo de estocagem apresentou cinco níveis, a saber: 5%, 10%, 15%, 20% e 30% sobre o custo variável em horas

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

normais (P_{ji}). Estes valores foram considerados razoáveis dado que se trabalhou com bens comuns, não perecíveis, de baixo valor agregado e uso de tecnologia simples. O valor da penalidade foi mantida fixa em 1, o que corresponde ao custo variável em horas normais (P_{ji}) do produto *j*. A tabela 3 apresenta de forma macro a instância utilizada para construção do cenário II.

Tabela 3 - Instância do problema MDLMM para cenário II

Produto	*Total da demanda no horizonte T*	*Capacidade Produção em Horas Normais* Cap_{ji}	*Capacidade Produção em Horas Extras* $Cape_{ji}$	*Estoque inicial* S_{j01}	*Custo variável em horas normais* (P_{ji})	*Custo variável em horas extras* (Pe_{ji})	*Custo de setup*	*Percentual da taxa do estoque (%)*	*Valor da Penalidade unitária* *(1,0*P_{ji})($/um)*	*Custo de Estoque* *(Percentual taxa estoque *P_{ji})($/um)*
A	68000	10000	2400	3000	93	108	1000	5	93,00	4,65
								10	93,00	9,30
								15	93,00	13,95
								20	93,00	18,60
								30	93,00	27,90
B	15600	2000	400	1000	250	290	1000	5	250,00	12,50
								10	250,00	25,00
								15	250,00	37,50
								20	250,00	50,00
								30	250,00	75,00
C	12400	2000	400	1500	180	209	2000	5	180,00	9,00
								10	180,00	18,00
								15	180,00	27,00
								20	180,00	36,00
								30	180,00	54,00

O valor mínimo da função objetivo foi $ 12.295.200, utilizando um percentual da taxa de estoque de 5%, 75% da capacidade produtiva e média de 30% de perdas de vendas para cada produto, novamente produziu-se 64.533 em horas normais e extras ocupando 75% da capacidade produtiva total. Para análise geral dos resultados foram construídos gráficos de interação conforme ilustram as figuras 5 (a)(b) e figura 6.

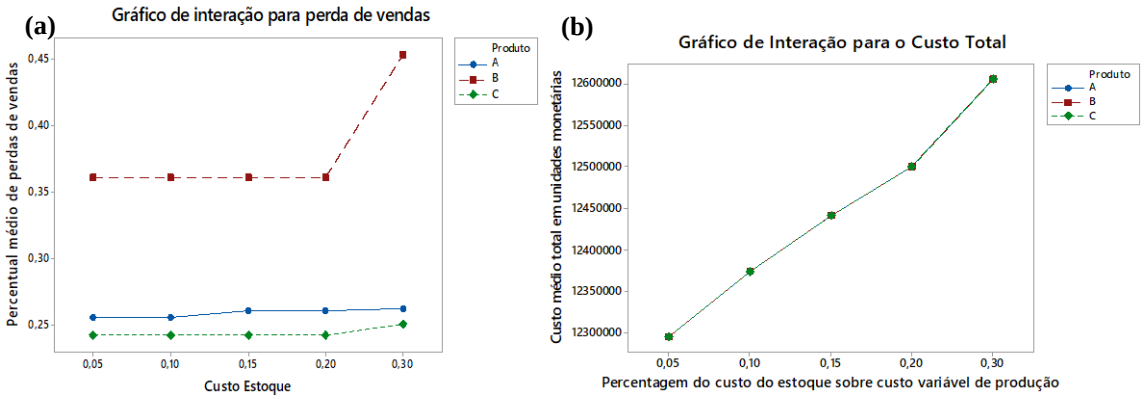


Figura 5 (a)(b) - Interação para Custo Total Cenário II e Interação para Perdas de Vendas Cenário II

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

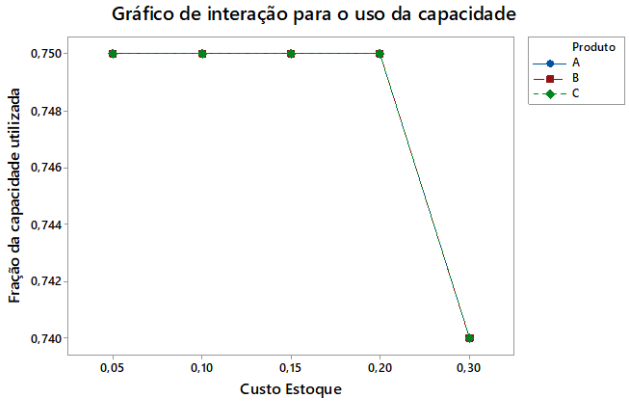


Figura 6 - Interação para Uso da Capacidade Cenário II

Por meio da figura 5 (a) observa-se que, independente do produto, quanto maior o valor da taxa de estoque maior o custo total de produção, porém este custo mostrou-se sempre menor quando comparado ao aumento do custo da penalidade sobre o custo total.

Em relação às perdas de vendas, figura 5 (b), observa-se que o produto que sofrerá a maior perda de vendas, independente da taxa de estoque, será o produto B de maneira semelhante ao cenário I, devido ao alto valor de custo variável em horas normais ou extras, conforme é possível observar nas tabelas 1 e 2. Ainda sobre a figura 5 (b), verifica-se que para os produtos A e C as perdas de vendas mantêm-se praticamente constante ao aumento da taxa de estoque, já para o produto B para a taxa de 30% do valor de estoque verificou um aumento considerado na perda de venda deste item, fato explicado pelo custo variável de produção deste item ser maior frente aos demais.

O uso da capacidade manteve-se constante com o aumento da taxa de estoque encontrando uma queda para taxa de 30% (Figura 6). Como o aumento do custo total não é tão elevado ao aumentar a taxa de estoque, para a formulação estudada, é mais vantajoso manter o nível de perdas de vendas a aumentar a capacidade utilizada, o que aumentaria o custo da função objetivo.

4.3 Cenário III: penalidade por perdas de vendas e custo de estocagem intermediários

No cenário III buscou-se avaliar a influência do custo de estocagem e da penalidade por perdas de vendas sobre o custo total da produção, o percentual de perdas de vendas e o uso da capacidade da fábrica quando estes se mostraram intermediários. O custo de estocagem apresentou o nível de 10% sobre o custo variável em horas normais (P_{ji}) e o valor da penalidade foi mantido fixo em 1,5 do custo variável em horas normais (P_{ji}) do produto *j*. A tabela 4 apresenta de forma macro a instância utilizada para construção do cenário III.

Tabela 4 - Instância do problema MDLMM para cenário III

Produto	*Total da demanda no horizonte T*	*Capacidade de Produção em Horas Normais* Cap_{ji}	*Capacidade de Produção em Horas Extras* $Cape_{ji}$	*Estoque inicial* S_{j0}	*Custo variável em horas normais* (P_{ji})	*Custo variável em horas extras* (Pe_{ji})	*Custo de setup*	*Percentual da taxa do estoque (%)*	*Custo de Estoque* (10 *P_{ji})($/um)	*Percentual de Penalidade*	*Valor da Penalidade unitária* (1,5*P_{ji})($/um)
A	68000	10000	2400	3000	93	108	1000	10	9,30	1,5	139,50
B	15600	2000	400	1000	250	290	1000	10	25,00	1,5	375,00
C	12400	2000	400	1500	180	209	2000	10	18,00	1,5	270,00

O valor mínimo da função objetivo foi $ 13.468.900, utilizando um percentual da taxa de estoque de 10%, penalidade de 1,5, assim produziu-se 82.100 unidades em horas normais e extras valor correspondente a uma taxa de ocupação de 95,5% da capacidade de operação em horas normais e extras. Para análise geral dos resultados foram construídos gráficos de interação conforme ilustram as figuras 7(a)(b) e figura 8.

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

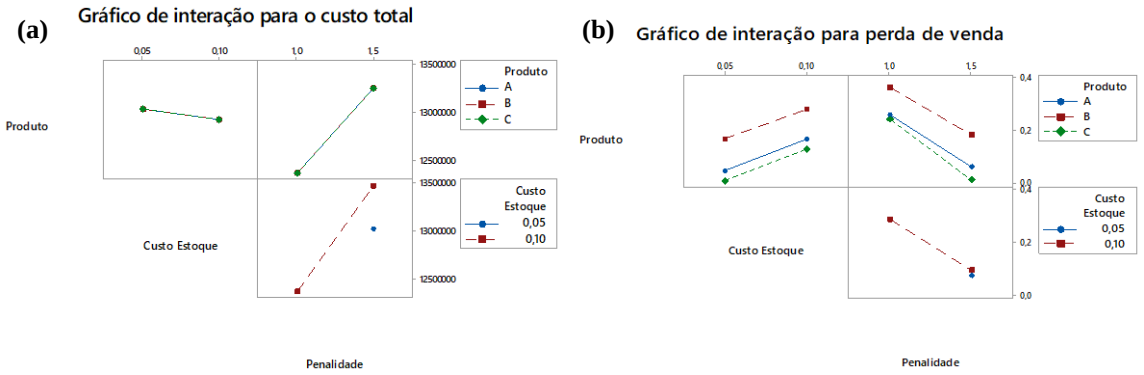


Figura 7 (a)(b)- Interação para Custo Total Cenário III e Interação para Perdas de Vendas Cenário III

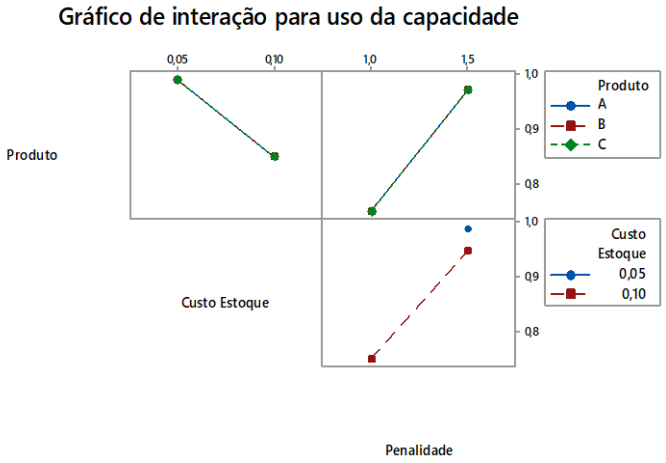


Figura 8 - Interação para Uso da Capacidade Cenário III

Por meio da figura 7(a) observa-se que, independente do produto, quanto maior a penalidade e a interação penalidade*custo do estoque maior o custo total. Para a variação do custo do estoque não se verifica variação elevada no custo total. De acordo com a figura 7(b), quanto maior o custo de estoque e menor a penalidade sobre as perdas maiores as perdas de vendas. Independente das taxas, o produto que sofreu a maior perda de venda foi o B, devido o seu alto valor agregado. Por fim, como ilustra a figura 8, quanto menor o custo do estoque maior a utilização da capacidade, concordante ao modelo EOQ, e quanto maiores os valores das penalidades maiores o uso da capacidade produtiva.

5. Considerações Finais

Para a formulação criada e instância analisada foram possíveis algumas conclusões, a saber: (i) quanto menor o custo da penalidade e da taxa de estoque menor o custo da função objetivo. Entretanto, o custo total mostrou-se mais sensível à penalidade atribuída à perda de venda quando comparado à elevação da taxa associada ao estoque; (ii) as perdas de vendas foram fortemente influenciadas pela penalidade correspondente, entretanto, parte do percentual perdido deveu-se à limitação de capacidade;(iii) quanto maior a penalidade e menor o custo da taxa de estoque maior a utilização da capacidade produtiva.

Para trabalhos futuros, seguem algumas considerações: (i) em empresas de tecnologia perder uma venda significa abrir o mercado para outras plataformas, ou seja, se um novo cliente apostar na plataforma ofertada tem-se garantia de continuidade de suprimento no futuro, logo é necessário mensurar a perda de venda comparado-a ao nível de serviço desejado; (ii) apesar de não existir uma penalidade em determinadas situações, o fornecedor deveria mensurar por conta própria essa penalidade para verificar o impacto no negócio a médio e longo prazo. A penalidade conduz ao uso da capacidade existente ou faz com que ocorra a revisão dessa capacidade frequentemente;

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br

(iii) no caso analisado o custo de estoque não interfere significativamente na função objetivo, porém para outras instancias essa situação pode ser revertida, como por exemplo, produtos baratos porém com uma custo de armazenagem elevado devido condições de perecibilidade, higiênicas ou alimentares ou bens de luxo e de alto valor agregado que necessitarão de custo de seguro e vigilância, por exemplo; (iv) não se explorou a formulação para instancias com 50 produtos e períodos de 12 meses para avaliar o desempenho da formulação, levando assim à necessidade de trabalhos futuros, embora a restrição (6) ajude na simplificação da solução, atuando como um plano de corte (*cutting planes*) e como uma inequação válida.

Referências

ABSI, N; KEDAD-SIDHOUM, S. *Multi-Item capacitated lot-Sizing problem with setup times and shortage costs: Polyhedral results*. **Technical Report** LIP6 2005/009, LIP6, 2005.

ABSI, N; KEDAD-SIDHOUM, S. *The multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times and shortage costs*. **European journal of operational research**, v. 185, n. 3, p. 1351-1374, 2008.

AISSAOUI, N; HAOUARI, M; HASSINI, E. *Supplier selection and order lot sizing modeling: A review*. **Computers & operations research**, v. 34, n. 12, p. 3516-3540, 2007.

AGGARWAL,S.C. *A review of current inventory theory and its applications.* **International Journal of Production Research**, v. 12, n. 4, p. 443-482, 1974.

BRAHIMI, N., DAUZERE-PERES, S., NAJID, N. M., & NORDLI, A. *Single item lot sizing problems.* **European Journal of Operational Research**, v.168, n.1, p. 1-16, 2006.

BRAHIMI, N. *et al. Single-item dynamic lot-sizing problems: An updated survey*. **European Journal of Operational Research**, 2017.

FEDERGRUEN, Awi; MEISSNER, Joern; TZUR, Michal. *Progressive interval heuristics for multi-item capacitated lot-sizing problems*. **Operations Research**, v. 55, n. 3, p. 490-502, 2007.

GLOCK, C.H.; GROSSE, E.H.; RIES, J.M. *The lot sizing problem: A tertiary study*. **International Journal of Production Economics**, 2014.

GUIMARÃES, L., KLABJAN, D., & ALMADA-LOBO, B. *Pricing, relaxing and fixing under lot sizing and scheduling*. **European Journal of Operational Research**, 230, 399–411, 2013.

GUPTA, D., & MAGNUSSON, T. *The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times*. **Computers & Operations Research**, 32, 727–747, 2005.

KOCA, E; YILDIRIM, E. A. *A hierarchical solution approach for a multicommodity distribution problem under a special cost structure*. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 11, p. 2612-2624, 2012.

KOVÁCS, A., BROWN, K.N., & TARIM, S.A. An efficient MIP model for the capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setups. **Int. J. Production Economics,** 118, 282–291, 2009.

LIU, X. et al. *Lot sizing with bounded inventory and lost sales*. **International Journal of Production Research**, v. 45, n. 24, p. 5881-5894, 2007.

MANNE, A. S. *Programming of economic lot sizes*. **Management science**, v. 4, n.2, p.115-135, 1958.

OKHRIN, I.; RICHTER, K. *The linear dynamic lot size problem with minimum order quantity.* **International Journal of Production Economics**, v. 133, n. 2, p. 688-693, 2011.

SHIM, I.-S., KIM, H.-C., DOH, H.-H., & LEE, D.-H. *A two-stage heuristic for single machine capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs.* ***Computers & Industrial Engineering,*** 61, 920–929, 2011.

TRIGEIRO,W.; THOMAS, L.J.; MCLAIN, L.J. *Capacitated lot-sizing with setup times*, **Management Science** 35, 353–366,1989.

WAGNER, B.J., & DAVIS, D.J. *A search heuristic for the sequence-dependent economic lot scheduling problem*. **European Journal of Operational Research**, 141, 133–146, 2002.

WAGNER, H., WHITIN, T. *Dynamic version of the economic lot size model*. **Management Science**, v. 5, p.89–96, 1958.

https://proceedings.science/p/106621?lang=pt-br