Modelagem matemática para geração de escalas de turno

Laiz de Carvalho Nogueira
Universidade Federal Fluminense
Rua Doze – Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ
laizn@id.uff.br

Tiago Araújo Neves
Universidade Federal Fluminense
Rua Doze – Vila Santa Cecília, Volta Redonda, RJ
tneves@id.uff.br

RESUMO

Uma escala de turno é um programa de trabalho para equipes ou pessoas em um período. No Brasil, é comum que esta programação do trabalho seja feita manualmente, permitindo a geração de escalas não ótimas. Este trabalho desenvolve um modelo matemático para gerar escalas de turno de acordo com as leis trabalhistas brasileiras, o executa através do software CPLEX 12.6 e avalia as soluções.
Palavras-chave: Escalas de turno, modelo matemático, leis trabalhistas brasileiras.

ABSTRACT

A shift scale is a work Schedule for teams or people in a time window. In Brasil, making this scales by hand is commom, which allows non optmality. This paper develops a mathematical model to timetable generation, according to brazilian labor laws, runs the model using CPLEX 12.6 software and evaluates the solutions.
Keywords: timetable, mathematical model, brazilian labor laws.

https://proceedings.science/p/85505?lang=pt-br

1. Introdução

Em muitas instituições brasileiras, é comum encontrar um ou mais responsáveis por elaborar manualmente quadro de horários e escalas de trabalho de pessoal. Não é comum encontrar uma adequada gestão do conhecimento para difusão desta prática, o que faz com que o conhecimento fique retido em grupos que trabalham com as escalas de turno; além disso, montá-las manualmente não garante que sejam ótimas. Utilizar métodos matemáticos permite avaliar melhor a alocação de mão de obra, o que impacta diretamente na produtividade e nos custos.

[Van den Bergh *et al* 2013, p.367] afirmam que o estudo do escalonamento de mão de obra ganhou atenção por impactar os custos diretos de empresas. [Defraeye e Van Nieuwenhuyse 2016, p.4] dizem que para o setor de serviços, a programação de pessoal determina os custos e a qualidade dos serviços prestados. De acordo com [Burke e Curtois 2014, p. 71], o uso de recursos computacionais para resolver este tipo de problema reduz custos e gera melhores escalas de trabalho. Eiselt e Marianov [2008, p. 513-514] comentam que as escalas de turno afetam diretamente a satisfação do empregado, a qual, segundo os mesmos, pode aumentar ou diminuir o absenteísmo, e ainda apresentam que, na época, havia um custo entre quatrocentos e setecentos dólares para cada falta em empresas de cem a duzentos e quarenta e nove empregados, o que em grande escala têm um alto preço. Uma escala de turno, gerada através da solução de um modelo matemático, pode servir de parâmetro no auxílio de tomada de decisão para melhor alocação da mão de obra; pode também ser utilizada, se abranger todas as necessidades para aplicação prática.

Existem na literatura trabalhos para alocar pessoal conforme as leis brasileiras – como [Gómez e Poltosi 2008], [Boâventura, Pinto e Yamanaka 2013] e [Santos 2016] – e os mesmos focam em alocar indivíduos em horários pré-definidos. Este trabalho se propõe a construir as combinações de horários, ao invés de encaixar pessoas em horários pré-estabelecidos. Este aspecto do problema, de acordo com o conhecimento dos autores, ainda não foi abordado na literatura tendo como parâmetro as leis brasileiras.

2. O problema de programação de pessoal

[Ernst *et al* 2004, p.3, tradução livre] afirmam que a programação de pessoal "é o processo de construção de escalas de trabalho para os funcionários, de modo que uma organização possa satisfazer a demanda por seus bens ou serviços". [Valdes 2010, p.9, tradução livre] diz que o problema tenta encontrar um conjunto de turnos ou tarefas a um mínimo custo, que satisfaçam os serviços demandados.

De acordo com [Ernst *et al* 2004, p.18], em programação matemática, estes problemas são comumente formulados como problemas de programação linear inteira. Na mesma linha, [Granfeldt 2015, p.5, tradução livre], afirma que "a forma mais comum de se modelar um problema de programação de força de trabalho em turnos rotativos, e provavelmente a primeira idéia que vem à mente, é através de um modelo de programação linear inteira".

[Blöchligher 2004] propõe uma modelagem genérica para problema de programação de pessoal, mostrada em (1) até (8).

$$\text{Min } F(X) = C(X) + \gamma_{fair} C_{fair} + \gamma_{soft} C_{soft} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{b \in B^*} x_{sb} \leq 1, \ \forall B^*, \forall s \quad (2)$$

$$f_c(X) < m_c, \ \forall c \quad (3)$$

$$\sum_{b' \in T_b} x_{sb'} \geq x_{sb}, \ \forall b, \forall s \quad (4)$$

$$\sum_{s \in I} x_{sb} \leq 1, \ \forall I, \forall b \quad (5)$$

$$\sum_{s \in S_j, b \in B_j} x_{sb} \leq n_j^{max}, \ \forall j \quad (6)$$

$$\sum_{s \in S_j, b \in B_j} x_{sb} \geq n_j^{min}, \ \forall j \quad (7)$$

$$x_{sb} \in \{0,1\} \quad (8)$$

Onde:

- x_{sb} é a atribuição do item s no intervalo de tempo b (por exemplo, um funcionário em um turno). x_{sb} assume o valor de 1 se o item s for atribuído a "b", e 0 caso contrário.
- X é a solução, constituída pelo conjunto de valores de x_{sb}
- C é o custo dos itens nos turnos
- C_{soft} é a soma das penalidades por violar as restrições fracas
- γ_{soft} é o peso da penalização das restrições fracas
- C_{fair} é a soma das medidas de injustiça (diferenças entre as escalas, de forma que um empregado fique pior que outro devido ao seu horário)
- γ_{fair} é o peso das medidas de injustiça
- b é um período no tempo no qual um item pode ser programado (um turno, na maioria dos casos)
- s é um item (por exemplo um funcionário)
- B* é um conjunto de turnos
- c é uma restrição fraca
- m_c é o valor limite de c
- f_c é a penalidade de c
- T_b é o conjunto de possíveis turnos que podem seguir o turno b (para restringir horários, por exemplo, após um turno, pode haver um mínimo de horas de descanso antes do próximo, o que retira deste conjunto os turnos que englobam tais horas)
- I é um conjunto de itens incompatíveis (por exemplo, dois funcionários que por alguma razão não podem trabalhar ao mesmo tempo)
- j é uma tarefa
- S_j é o conjunto de itens que podem executar a tarefa j
- B_j é o conjunto de turnos nos quais j pode ser executada
- n_j^{min} é o número mínimo de itens para execução de j
- n_j^{max} é o número máximo de itens para execução de j

A função objetivo é para minimizar os custos, injustiças e violações das restrições fracas. Os valores do custo dependem da situação; pode ser o efetivo total, como no primeiro modelo apresentado. As injustiças são diferenças entre os horários, quantidades de folgas e outras condições similares. As restrições fracas podem ser, por exemplo, relacionadas ao bem estar do trabalhador, como conter uma folga de final de semana em um determinado período; é bom que sejam cumpridas, porém seu descumprimento não inviabiliza uma solução. Os coeficientes são pesos a atribuir de acordo com a importância necessária para o caso.

As restrições (2) garantem que um recurso (um colaborador, por exemplo) só é alocado em um turno de cada vez. O conjunto de restrições (3) garante que a violação das restrições fracas ficará abaixo de um limite pré-estabelecido. (4) garantem que o turno alocado está dentro do intervalo T_b de possíveis turnos – neste caso, [Blöchligher 2004] propõe que a restrição deste tipo de horários esteja na definição do conjunto. (5) garantem que recursos incompatíveis não serão alocados no mesmo turno. As restrições (6) e (7) garantem que a demanda esteja dentro de um intervalo desejável. (8) definem o tipo das variáveis x_{sb}.

[Brucker, Qu e Burke 2011] modelam o programa com (9), (10), (11) e (12):

$$\text{Min} \sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} c_{e\pi} x_{e\pi} \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{\pi \in P_e} x_{e\pi} \leq 1, \ e \in \text{E} \quad (10)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} \pi(j,t) x_{e\pi} \geq D_j(t), \ \forall (j,t) \quad (11)$$

$$x_{e\pi} \in \{0,1\}, \ \forall e \in E, \forall \pi P_e \quad (12)$$

Onde:

- e representa um empregado.
- $\pi = \pi(j,t)$ assume o valor 1 se o empregado realiza a tarefa j no período de tempo t e 0, caso contrário. Os autores o chamaram de vetor binário de representação de padrões de trabalho.
- $x_{e\pi}$ assume 1 se o padrão π é associado ao empregado e, 0 caso contrário.
- $c_{e\pi}$ são os custos de se associar o padrão de trabalho π ao empregado e.
- D_j é a demanda de empregados para realizar a tarefa j.
- E é um conjunto de n empregados.
- P_e é o conjunto de padrões de trabalho viáveis para o empregado E.

A função objetivo (9) minimiza os custos; (10) garantem que um empregado só é alocado a um padrão de trabalho de cada vez, e (11) garantem o atendimento da demanda. (12) mostra que a variável de decisão utilizada é binária.

Para a solução, antes de avaliar os possíveis métodos, é útil considerar a observação de [Smet *et al* 2016], que afirmam que poucos autores estudaram a fundo a complexidade do problema, a qual pode ser decisiva na escolha de métodos de solução. Os autores concluíram que limitar a quantidade de dias consecutivos trabalhados torna o problema np-difícil.

Segundo [Jourdan, Basseur e Talbi 2009, p. 620], duas abordagens são utilizadas para resolver problemas np-difíceis: para pequenas instâncias, métodos exatos; heurísticas e metaheurísticas para grandes instâncias ou problemas muito difíceis.

[Van den Bergh *et al* 2013, p.377] apresenta uma tabela mostrando as técnicas de solução utilizadas por 255 fontes. Dentre elas, mesmo que apenas para obtenção de soluções iniciais, 150 trabalhos utilizaram programação matemática, sendo que a maioria, 60, utilizou programação inteira mista (nem todas as variáveis assumem valores inteiros); outros 45 utilizaram programação inteira. Dado isto, para o presente trabalho, decidiu-se resolver o problema através do método exato iniciando em pequenas instâncias.

3. Modelagem do problema

O problema apresentado é um caso de programação de pessoal, em acordo com a CLT – Consolidação das Leis do Trabalho – brasileira. A idéia é, dado um intervalo de tempo a ser coberto com trabalho, obter quadros de horários adequados que minimizem o efetivo. Não se deseja considerar horas extras e demais flexibilizações, pois estas não devem ser consideradas no momento de montar a escala.

Para a modelagem, foram definidos os seguintes parâmetros e variáveis:

- d: dia.

https://proceedings.science/p/85505?lang=pt-br

- D: conjunto de dias.
- j: horário;
- H: conjunto de horários j por exemplo, para vinte e quatro horas em sete dias, H={1,2,3,..168}
- k: equipe
- M: conjunto de equipes
- x_{kj}: 1 se a equipe k trabalha no horário j; 0 caso contrário
- y_k : 1 se a equipe k é alocada para trabalho, 0 caso contrário
- $folga_{kd}$: 1 se a equipe k tem folga no dia d, 0 caso contrário
- ref_{kj}: 1 se a equipe k está em refeição no horário j, 0 caso contrário
- hi_{kd}: hora de início de trabalho da equipe k, no dia d
- hf_{kd}: última hora de trabalho da equipe k, no dia d

Para a função objetivo, o interesse é minimizar a quantidade de equipes, assumindo então a forma apresentada por (13). Existem problemas que consideram diferenças entre as habilidades dos trabalhadores, aspecto que [Blöchligher 2004] sugere tratar na manipulação de conjuntos de itens aptos à executar uma tarefa. Contudo, para este problema, todas as equipes são consideradas iguais; ou seja, possuem a mesma quantidade de indivíduos e todos com a mesma capacidade. É importante destacar também que o número de equipes será um dado de entrada do problema, hipotético, presumindo que seja o máximo possível a se disponibilizar. Com a minimização, apenas as equipes necessárias devem ser alocadas.

$$Min \sum_{k \in M} y_k \tag{13}$$

As variáveis x_{kj}, ref_{kj} e $folga_{kd}$ só podem assumir valores diferentes de zero se a equipe estiver alocada, o que é modelado pelos conjuntos (14) a (16).

$$x_{kj} \leq y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \tag{14}$$

$$ref_{kj} \leq y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \tag{15}$$

$$folga_{kd} \leq y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \tag{16}$$

Refeição ou folga e trabalho não ocorrem simultaneamente, o que é modelado por (17) e (18).

$$folga_{k[piso(\frac{j+23}{24})]} \leq 1 - x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \tag{17}$$

$$ref_{kj} \leq 1 - x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \tag{18}$$

As horas inicial e final precisam estar dentro do horizonte, conforme (19) e (20).

$$hi_{kd} \leq |H| \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \tag{19}$$

$$hf_{kd} \leq |H| \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \tag{20}$$

Além disso, a hora inicial sempre é menor que a hora final, como em (21).

$$hi_{kd} \leq hf_{kd}, \forall k \in M, \forall d \in D \tag{21}$$

Para determinar as horas inicial e final, foram utilizadas as restrições (22) e (23), adaptadas de [Bucco, Bornia-Poulsen e Bandeira 2017]. A relação piso[(j+23)/24] foi utilizada para cálculo do dia no qual se encontra a hora j; sabendo-se que a primeira hora do primeiro dia é 1, tem-se por exemplo piso[(1+23)/24]=1; para a hora 54, piso[(54+23)/24]=3.

$$hi_{k[piso(\frac{j+23}{24})]} \leq (|H|+1) - (|H|+1-j) \times x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (22)$$

$$hf_{k[piso(\frac{j+23}{24})]} \geq j \times x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (23)$$

Também foram consideradas as regulamentações da Consolidação das Leis do Trabalho – CLT, Decreto Lei nº 5452 de 1º de maio de 1943, com o mínimo de rigidez possível. Por exemplo, é necessária a coincidência de no mínimo uma folga por mês, com o domingo. Porém, como isto é bastante difícil quando se há necessidade de vinte e quatro horas de trabalho, sete dias por semana, é comum as folgas não coincidirem com os domingos, e o trabalhador receber adicionais devido à jornada no dia – a própria lei afirma que "nos serviços que exijam trabalho aos domingos, com exceção quanto aos elencos teatrais, será estabelecida escala de revezamento, mensalmente organizada e constando de quadro sujeito à fiscalização". Este tipo de limitação, pelo menos para início, era indesejável e foi desconsiderado, podendo ser adicionado se necessário. Esta característica pode ser modelada, por exemplo, pela determinação dos índices de domingos, e criando restrições que obriguem que ao menos um destes seja folga.

As leis trabalhistas também obrigam que, se o turno de trabalho durar sete horas ou mais, deve haver uma refeição, tendo o trabalhador no máximo seis horas consecutivas sem refeição. Foram considerados dois conjuntos de restrições diferentes: (24) modela o máximo de seis horas de trabalho consecutivas, enquanto (25) modela a presença de refeição. Em (25), o intervalo considerado é de oito horas para garantir que houve pelo menos sete horas de trabalho, pois pode acontecer do turno ser de apenas de seis horas de trabalho e, neste caso, não precisar de refeição.

$$\sum_{j\prime=j-7}^{j\prime=j-1} x_{kj\prime} \leq 6, \ \forall k \in M, \ \forall j \in H : j \geq 8 \quad (24)$$

$$\sum_{j\prime=j-8}^{j\prime=j-1} ref_{kj\prime} + 6 \geq \sum_{j\prime=j-8}^{j\prime=j-1} x_{kj\prime}, \ \forall k \in M, \ \forall j \in H : j \geq 9 \quad (25)$$

As restrições (25) permitem que uma refeição seja alocada para menos horas de trabalho, e após alguns testes notou-se que a solução encontrada apresentava a refeição na primeira ou última hora de um turno pequeno, o que é errado por prolongar um turno desnecessariamente. Em turnos grandes, isso não ocorreu porque o máximo de seis horas consecutivas faz com que a refeição automaticamente seja alocada no meio do turno. Para evitar este prolongamento desnecessário, são utilizadas (26) e (27), garantindo que a hora de refeição fique nos extremos do horário trabalhado. Inicialmente, não foram encontradas restrições lineares para alocar a refeição apenas em turnos de sete ou mais horas, sem limitar os possíveis tamanhos dos turnos, por isso se optou por utilizar (26) e (27).

$$(|H|+1) - (|H|+1-j) \times ref_{kj} \geq hi_{k[piso(\frac{j+23}{24})]} + y_k, \ \forall k \in M, \forall j \in H \quad (26)$$

$$j \times ref_{kj} \leq hf_{k[piso(\frac{j+23}{24})]} - y_k, \ \forall k \in M, \forall j \in H \quad (27)$$

A demanda foi considerada como a cobertura de vinte e quatro horas por dia, sete dias por semana, para este problema. As horas de refeição são consideradas cobertas pela equipe que está naquele turno, sendo que a mesma se reveza no horário de refeição para manter o posto de trabalho; então, a cobertura de demanda foi modelada como em (28).

https://proceedings.science/p/85505?lang=pt-br

$$\sum_{k\in M} x_{kj} + \sum_{k\in M} ref_{kj} \geq 1,\ \forall j\ \in H \tag{28}$$

Como as horas de refeição foram incluídas na cobertura de demanda, as mesmas poderiam ser utilizadas para cobrir esta demanda, substituindo horas de trabalho; isto gera a necessidade de limitar o máximo de refeições. Por isto, tem-se também o conjunto de restrições (29), garantindo que para cada equipe haverá no máximo uma por dia de trabalho. Para o modelo utilizado, convencionou-se todos os intervalos iniciando em 1, não em 0, fazendo com que um dia inicie em 1 e termine em 25, hora na qual se inicia o dia seguinte. Por isto,o intervalo para j, é de [(d x 24) – 23] até (d x 24). Para o segundo dia, por exemplo, tem-se j variando de [(2x24)-23]=25 a (2 x 24)=48.

$$\sum_{j=(d*24)-23}^{j=(d*24)} ref_{kj} \leq 1,\ ,\forall k\ \in M, \forall d\ \in D \tag{29}$$

Tendo as horas inicial e final, e sabendo-se que é preciso ter uma refeição a cada seis horas, também é possível modelar a contiguidade das horas trabalhadas, como no conjunto de restrições (30). Como hf_{kd} é a hora de início da última hora trabalhada, se hf_{kd}-hi_{kd} for igual à soma de horas trabalhadas no dia, uma refeição está incluída; se menor, não há refeição.

$$hf_{kd} - hi_{kd} \leq \sum_{j=(d*24)-23}^{j=(d*24)} x_{kj}\ , \forall k\ \in M, \forall d\ \in D \tag{30}$$

Outra limitação legal é a carga horária média máxima, de quarenta e quatro horas por semana. É permitido que uma ou mais semanas ultrapassem este limite, se outra semana estiver abaixo e a média entre elas for quarenta e quatro. Quanto antes a carga horária excessiva for compensada, melhor. No modelo, essa condição assumiu a forma mostrada pelo conjunto de restrições (31). Em (31), |H| é dividido por 168h/semana para cálculo do número de semanas. Em (31), |H| é dividido por 168h/semana para cálculo do número de semanas.

$$\frac{\sum_{j\in H} x_{kj}}{|H|/168} \leq 44,\ \ \forall k\ \in M \tag{31}$$

Existe também um máximo de horas de trabalho diárias; consta no artigo 58 do Decreto Lei nº 5452 de 1º de maio de 1943, que este limite é de oito horas. Como hf_{kd} é a hora de início da última hora trabalhada, e não a hora de saída, (32) incluem também uma hora de refeição.

$$hf_{kd} - hi_{kd} \leq 8 \times y_k,\ \forall k\ \in M, \forall d\ \in D \tag{32}$$

Continuando, conforme a CLT, “entre duas jornadas de trabalho, haverá um período mínimo de 11 (onze) horas consecutivas para descanso”. (DECRETO LEI nº 5452, de 1º de maio de 1943). Isto está determinado por (33), onde d=1 não foi considerado porque, naturalmente, não se avaliam os dias anteriores ao horizonte do problema. O produto por y_k garante descanso apenas para equipes alocadas.

$$hi_{kd} - hf_{kd-1} \geq 12 \times y_k,\ \forall k\ \in M, \forall d\ \in D: d > 1 \tag{33}$$

Finalmente, limitar a carga horária semanal não garante a existência de folgas. Existe uma quantidade máxima de dias a se trabalhar por semana, de seis dias consecutivos. Conforme estabelecido pela CLT, “Será assegurado a todo empregado um descanso semanal de 24 (vinte e quatro) horas consecutivas, o qual, salvo motivo de conveniência pública ou necessidade

https://proceedings.science/p/85505?lang=pt-br

imperiosa do serviço, deverá coincidir com o domingo, no todo ou em parte". (DECRETO LEI nº 5452, de 1º de maio de 1943).

Inicialmente, como já citado, a coincidência com os domingos não foi incluída, por ser substituída pelo pagamento de adicionais no dia, na maioria das vezes em que se trabalha vinte e quatro horas por dia, sete dias por semana. Assim, as folgas foram modeladas através do conjunto de restrições (34).

$$\sum_{d=piso[\frac{j+23}{24}]}^{d=piso[\frac{(j+23)}{24}]+6} folga_{kd} \geq y_k, \ \forall k \in M, \forall j \in H : j \leq |H| - 167 \quad (34)$$

Não há na legislação uma quantidade máxima de folgas. No modelo, a alocação das mesmas já será limitada pela necessidade de trabalho para cobrir a demanda. Assim, não há problemas em alocar mais folgas que o mínimo.

Finalmente, para especificar que as variáveis x_{kj}, y_k e $folga_{kd}$ são binárias, e hi_{kd} e hf_{kd}, pertencem ao horizonte do problema, utilizam-se as restrições mostradas de (35) a (40).

$$x_{kj} \in \{0,1\}, \ \forall k \in M, \forall j \in H \quad (35)$$

$$y_k \in \{0,1\}, \ \forall k \in M \quad (36)$$

$$ref_{kj} \in \{0,1\}, \ \forall k \in M, \forall j \in H \quad (37)$$

$$folga_{kd} \in \{0,1\}, \ \forall k \in M, \forall d \in D \quad (38)$$

$$hi_{kd} \in \mathrm{H}, \ \forall k \in M, \forall d \in D \quad (39)$$

$$hf_{kd} \in \mathrm{H}, \ \forall k \in M, \forall d \in D \quad (40)$$

4. Resultados e discussão

O modelo foi implementado através do software CPLEX 12.6, linguagem OPL e configurações padrão, em um computador de processador core i7, Windows 10, 8gb RAM.

Iniciaram-se os testes em oito dias e uma equipe, a menor instância possível, e foram crescendo até trinta dias e dez equipes. Até três equipes, não havia solução viável; mesmo assim, os tempos foram coletados, pensando-se em um eventual estudo futuro do desempenho. As Tabelas 1 e 2 mostram os resultados. Para efeito de avaliação da eficiência do modelo na geração de escalas de turno, o tempo coletado foi o tempo de relógio.

Tabela 1. Tempos até a solução, para instâncias de 8 a 19 dias.
Fonte: Elaboração própria

Tempos de execução em segundos												
equipes	dias											
	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	0.02	0.01	0	0	0	0.02	0	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02
2	0.14	0.17	0.19	0.22	0.25	0.3	0.31	0.36	0.39	0.44	0.53	0.75
3	0.55	0.78	0.92	1.11	1.27	1.66	1.55	1.89	2.2	1.95	2.08	2.19
4	7.58	9.72	7.89	10.09	17.94	39.92	32.2	34.88	29.3	59.08	38.03	38.48
5	23.61	38.72	43.31	222.06	70.67	684.64	337.78	457.44	57.38	674.59	142.72	537.06
6	58.3	55.95	104.34	593.16	133.51	177.06	608.27	1478.06	601.72	631.48	700	867.34
7	83.7	111.78	249.58	200.06	202.22	812.42	249.69	1043.63	857.28	963.09	1191.17	1114.91
8	305.31	234.41	115.41	260.08	433.41	1018.3	1008.7	317.5	4203	1592.59	1330.88	3318.27
9	696.24	663.33	1260.92	816.34	183.53	400.23	492.39	1641.72	1418.39	1939.59	352.94	3111.49
10	256.59	780	968.67	985.44	1346.24	1467.95	623.33	2053.91	2235.88	838.22	3105.06	2712.91

Tabela 2. Tempos até a solução, para instâncias de 20 a 30 dias.
Fonte: Elaboração própria

Tempos de execução em segundos											
equipes	dias										
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.01	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02
2	0.66	0.8	0.78	0.98	0.64	0.72	0.77	0.86	0.84	0.92	1.08
3	2.33	2.39	2.45	3.36	4.25	4.64	4.72	5.42	3.77	4.73	4.11
4	77.86	164.03	74.98	281.84	591.99	925.72	532.25	239.13	737.94	604.84	135.47
5	883.86	2368.09	329.83	1295.91	379.17		2052.38	856.2	1080.05	1206.08	612.64
6	1284.95	12921.73	1552.98	1934.28	2807.95	1673.27	1951.17	1804.23	1725.45	1816.17	2240.23
7	1492.72	2066.48	2059.25	3620.2	1517.89	2543.25	5512.56	5976.14	3062.52	2237.55	3260.13
8	2022.03	1890.11	1924.81	2374.91	2174.19	3355.77	5262.16	15970.8	4687.91	10365.89	30479.64
9	2582.59	4064.89	4040.08	3976.67	1778	5834.98	4759.08	14306.34	13274.42		7933.3
10	9479.53	3105.31	8758.72	5702.81	4967.13	6711.25		7487.38		7847.95	20959.97

Foram executadas as instâncias diferentes consecutivamente, e os tempos registrados. A tabela 1 resultou de uma destas execuções. Alguns testes anteriores com o problema mostravam que, após quatro horas de execução sem encontrar pelo menos uma solução viável, o software encerrou a execução por falta de memória. Caso ao menos uma solução viável já houvesse sido encontrada, o problema acabava chegando à solução. Por esta razão, o problema foi acompanhado e, se após quatro horas de execução não apresentou nenhuma solução viável, foi interrompido. Isto aconteceu com as instâncias marcadas em cinza na Tabela 2.

Outro ponto que se destacou foi o fato de horizontes maiores, embora aparentemente aumentem a complexidade do problema, algumas vezes apresentaram tempos inferiores aos de horizontes menores – por exemplo, o tempo de processamento para doze, treze, catorze, dezesseis, dezoito, dezenove e vinte e quatro dias, a execução de oito equipes demorou mais que a de nove equipes. Também houve diferenças entre duas execuções diferentes da mesma instância. Não se sabe ao certo o motivo destas divergências; contudo, sabe-se que existe aleatoriedade na escolha dos caminhos até a solução; ainda, fatores externos como processos paralelos do sistema operacional, por mais que sejam evitados e minimizados, podem ocorrer e afetar o tempo de execução. Isto pode ser estudado futuramente, inclusive procurando formas de melhorar o desempenho do problema.

No mais, as escalas se mostraram adequadas ao objetivo do trabalho e a solução ótima foi encontrada. A figura 1 mostra um trecho de uma das soluções, para sete equipes e um horizonte de oito dias; as figuras 2 e 3 mostram a mesma escala, com a divisão dos horários para cada dia. Nesta solução, as equipes 2, 4 e 7 não foram utilizadas após a minimização. É interessante observar que, mesmo existindo um único valor ótimo para a função objetivo, existe mais de uma escala possível atendendo a este valor ótimo.

Equipe (k)	Horário (j)									
	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 1. Trecho da escala resultante para sete equipes, oito dias.
Fonte: Elaboração própria

D1		D2		D3		D4	
Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe
0 às 6	3	0 às 8	1	0 às 9	1	0 às 6	1
6 às 11	1	8 às 17	6	5 às 14	6	6 às 15	3
10 às 16	6	15 às 24	3	11 às 19	3	15 às 24	5
16 às 24	5	Folga equipe 5		16 às 24	5	Folga equipe 6	

Figura 2. Escala de turno para sete equipes, oito dias - parte 1.
Fonte: Elaboração própria

D5		D6		D7		D8	
Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe
0 às 7	6	0 às 9	3	0 às 9	1	0 às 6	1
7 às 16	1	9 às 16	6	9 às 17	6	6 às 15	5
16 às 24	5	16 às 24	5	17 às 19	5	13 às 22	3
Folga equipe 3		Folga equipe 1		19 às 24	3	22 às 24	6

Figura 3. Escala de turno para sete equipes, oito dias - parte 2.
Fonte: Elaboração própria

Na figura 1, são vistas as horas trabalhadas; os horários de refeição aparecem como zeros entre horas trabalhadas. O zero no horário 101 (equivalente às 4h do quinto dia) tem uma refeição para a equipe 6. Estes horários também podem ser restritos de acordo com horários de refeitórios, por exemplo. Ocorreram muitas alocações de refeições em turnos pequenos, o que se tentará corrigir na modelagem para trabalhos futuros.

As figuras 2 e 3 permitem ver que os horários de trabalho em dias consecutivos não ficaram uniformes. A equipe 1, por exemplo, começa o dia 1 (D1) trabalhando de 6 às 11, e depois trabalha no dia 2 (D2) de 0 às 8. Isto não era um objetivo da presente modelagem; porém, é comum se desejar que o trabalhador sofra o mínimo de mudanças possível devido à adaptação do corpo. Portanto, esta restrição pode ser acrescentada nos próximos trabalhos.

Um fato interessante a se destacar nas figuras 2 e 3, é que alguns horários foram cobertos por mais de uma equipe; isto ocorre, por exemplo, no dia 8 (D8) de 13 às 15. Isto ocorre pelo fato de a função objetivo estar contabilizando a quantidade de equipes, e não horas trabalhadas. Neste contexto, o otimizador distribui as horas de maneira conveniente e, uma vez que não há número máximo de equipes por hora, pode ocorrer sobreposição em alguns casos, contanto que o número de equipes continue mínimo.

Ainda para a solução mostrada nas figuras 1 a 3, a Tabela 3, com a carga horária total, e a Tabela 4, com a carga horária média semanal, mostram que as cargas horárias entre as equipes apresentaram algumas horas de diferença, o que pode ser compensado com revezamento, mas também se pode tentar equilibrar a diferença. Para o exemplo de sete equipes e oito dias, os oito dias representam 1,1429 semanas; a carga horária total por equipe, mostrada na Tabela 3, é dividida por esta quantidade de semanas para cálculo da carga horária semanal na Tabela 4.

Tabela 3. Quantidade total de horas trabalhadas por equipe em uma solução para sete equipes, oito dias.
Fonte: Elaboração própria

Equipe (k)	Horas trabalhadas
1	46
3	49
5	50
6	50

Tabela 4. Carga horária semanal por equipe em uma solução para sete equipes, oito dias.
Fonte: Elaboração própria

Equipe (k)	Horas trabalhadas
1	40.25
3	42.875
5	43.75
6	43.75

5. Conclusão

O trabalho alcançou o objetivo de apresentar um modelo inicial e obteve soluções aplicáveis. Também serviu de base para desenvolvimento de mais estudos sobre escalas de turno. Trata-se de uma pequena parte entre tudo que pode ser desenvolvido no assunto. O modelo é adaptável a mais de uma situação, bastando mudar apenas os valores de entrada.

Outra possível conclusão ainda é que é possível utilizar um trabalho como este para avaliar produtividade da mão de obra no Brasil. Ele permite verificar a parcela da produtividade que se pode ganhar com a adequação do quadro de horários, e diferenciá-la das perdas em razão de métodos, taxa de ocupação dos trabalhadores e defasagem tecnológica.

Como sugestões de trabalhos futuros, podem-se citar a adaptação da função objetivo para maior detalhamento da quantidade de efetivo; adição de equações de restrição de horários de refeição e busca de meios para evitar a alocação em turnos de menos de seis horas; limitação na variação de horário entre dias consecutivos; adição de medida de equilíbrio da carga horária entre as equipes; e avaliação de métodos diferentes, como heurísticas populacionais, para geração de uma gama de soluções – a comparação entre elas pode enriquecer a avaliação e até mesmo uma eventual tomada de decisão para este tipo de problema. Ainda há o estudo dos tempos de processamento; muitas variáveis podem interferir nestes tempos, como a região de soluções, o sistema operacional utilizado, os processos paralelos à execução do problema, o próprio software utilizado. A razão deste tipo de comportamento dos tempos também é um possível tópico a ser avaliado.

Referências

Blöchligher, I. Modelling Staff Scheduling Problems. A tutorial. *European Journal of Operational Research*, vol 158, p. 533-542, 2004.

Bôaventura, R. S.; Pinto, B. Q.; Yamanaka, K. Utilizando técnicas de algoritmo genético para resolução do problema de geração de grade horária para enfermarias. *Conferência IADIS Ibero-Americana Computação Aplicada*, p.71-78, 2013.

Brucker, P.; Qu, R.; Burke, E. Personnel scheduling: Models and complexity. *European Journal of Operational Research*, vol 210, p. 467-473, 2011.

Bucco, G. B.; Bornia – Poulsen, C. J.; Bandeira, D. L. Development of a linear programming model for the University Course Timetabling Problem. *Gestão da Produção*, vol. 24, nº1, p. 40-49, 2017.

Burke, E. K.; Curtois, T. New approaches to nurse rostering benchmark instances. *European Journal of Operational Research*, vol 237, p. 71-81, 2014.

Decreto – Lei nº 5452, de 1º de maio de 1943: CLT – Consolidação das Leis do Trabalho. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/Del5452.htm, acesso em 26/12/2017.
Defraeye, M.; Van Nieuwenhuyse, I. Staffing and scheduling under nonstationary demand for service: A literature review. *Omega*, vol 58, p.4-25, 2016.

Eiselt, H. A.; Marianov, V. Employee positioning and workload allocation. *Computers & Operations Research*, vol. 35, p.513-524, 2008.

Ernst, A. T.; Jiang, H.; Krishnamoorthy, M; Sier, D. Staff scheduling and rostering: a review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, vol 153, p. 3-27, 2004.

Gómez, A.T; Poltosi, M.R. Experiências com metaheurísticas na elaboração de escalas de trabalho de técnicos de enfermagem. *Simpósio de Pesquisa Operacional da Marinha*, Rio de Janeiro, 2008.

Granfeldt, C. Rotating workforce scheduling. Dissertação de mestrado, Universidade de Linköping, Suécia, 2015.

Jourdan, L.; Basseur, M.; Talbi, E. G. Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. *European Journal of Operational Research*, vol 199, p. 620-629, 2009.

Krishnamoorthy, M.; Ernst, A. T.; Baatar, D. Algorithms for large scale Shift Minimisation Personnel Task Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*, vol 219, p. 34-48, 2012.

Lei nº 13.467, DE 13 DE JULHO DE 2017. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13467.htm#art1, acesso em 26/12/2017.

Santos, I. C. V. Utilização da metaheurística *simulated annealing* para a otimização da programação de turnos dos funcionários de uma loja varejista. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2016.

Smet, P.; Brucker, P.; De Causmaecker, P.; Berghe, G. V. Polynomially solvable personnel rostering problems. *European Journal of Operational Research*, vol. 249, p. 67-75, 2016.

Valdes, V. A. V. Integrating Crew Scheduling and Rostering Problems. Tese de Doutorado, Universidade de Bolonha, Itália, 2010

Van Den Bergh, J.; Beliën, J.; De Bruecker, P.; Demeulemeester, E.; De Boeck, L. Personnel scheduling: a literature review. *European Journal of Operational Research*, vol 226, p. 367-385, 2013.