UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA MISTA BASEADO EM REDE DE REQUISIÇÕES PARA O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE VEÍCULOS

Pedro Munari, Cesar Alvarez, Carlos Bergamaschi, Reinaldo Morabito
Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)
Rodovia Washington Luís Km 235, CEP 13565-905, São Carlos-SP, Brasil
munari@dep.ufscar.br, cesarknbv@ufscar.br, ctmb29@yahoo.com.br, morabito@ufscar.br

RESUMO

A eficiência no transporte rodoviário de cargas é fundamental na composição das vantagens competitivas das empresas. Neste contexto, surge o problema de alocação de veículos (PAV) como ferramenta de apoio na gestão de uma frota de veículos para o atendimento de requisições de transportes de carga completa entre terminais. O PAV consiste em determinar a movimentação de veículos entre os terminais, com o objetivo de maximizar o lucro total correspondente às viagens realizadas. Neste artigo, propõe-se um modelo de programação inteira mista para o PAV, baseado-se em uma nova representação do problema por meio de uma rede de requisições. Esta abordagem resulta em um modelo com um número de variáveis e restrições significativamente menor em relação a outro modelo da literatura. Com isso, viabiliza-se a resolução de exemplares de maior porte e em menor tempo computacional. Os resultados de experimentos computacionais usando exemplares realistas indicam a eficácia do modelo proposto.

PALAVRAS CHAVE. Alocação de veículos, transporte rodoviário de carga, designação de frota.

Logística e Transportes, Otimização Combinatória

ABSTRACT

The efficiency in road freight transport is fundamental for composing the competitive advantages of companies. In this context, the vehicle allocation problem (VAP) arises as a support tool in the management of a fleet of vehicles for the fulfillment of requests of full truckload transports between terminals. The VAP consists of determining the movement of vehicles between the terminals, with the objective of maximizing the total profit corresponding to the trips made. In this paper, we propose a mixed integer programming model for the VAP based on a new representation of the problem through a network of requests. This approach results in a model with a significantly lower number of variables and constraints than another model in the literature. As a consequence, it is possible to solve instances of larger scale, with shorter computational times. The results of computational experiments using realistic instances indicate the effectiveness of the proposed model.

KEYWORDS. Vehicle allocation, freight transportation, fleet assignment.

Logistics and Transportation, Combinatorial Optimization

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

1. Introdução

O transporte de cargas tem papel importante em uma cadeia de suprimentos, sendo responsável pela movimentação e fornecimento de materiais aos sistemas de produção, bem como de produtos ou bens finais aos estabelecimentos de comércio e varejo. Além de possibilitar este fluxo de bens físicos, espera-se que estas atividades busquem pela eficiência em custos, confiabilidade, qualidade e flexibilidade, devido à alta competitividade nos diferentes setores econômicos [Beamon, 1998; Álvarez e Munari, 2016; Munari, 2017]. Como consequência da dispersão geográfica entre os pontos de demanda por serviços de transporte, acumulam-se veículos vazios em regiões onde não são necessários e gera-se falta de veículos vazios em regiões onde há demanda. Embora as movimentações de veículos que procuram mitigar esse desequilíbro não gerem lucros diretamente para as empresas, estas são necessárias para dar continuidade às operações como um todo na cadeia de suprimento. Assim, a alocação de veículos de carga constitui um componente central do planejamento e controle das operações de empresas de transporte rodoviário de cargas [Vasco, 2012].

Para aprimorar estas operações, faz-se importante desenvolver ferramentas que sirvam de suporte eficiente à tomada de decisões neste contexto. O problema de alocação de veículos (PAV) consiste em, dado um conjunto de demandas caracterizadas pelo transporte de carga cheia entre diferentes terminais (armazéns ou centros de distribuição), determinar a melhor alocação de veículos vazios aos diferentes terminais para atender essas demandas, de maneira a maximizar o lucro gerado pelos serviços realizados e minimizar os custos de movimentações de veículos vazios.

Diferentes modelos de otimização e métodos de solução, em sua maioria heurísticos, estão propostos na literatura para o PAV no contexto de transporte rodoviário. Powell [1986] foi o primeiro a propor um modelo, o qual utiliza uma rede estendida no espaço-tempo para representar o aspecto dinâmico do problema. O fornecimento e demanda de veículos em cada terminal é considerado estocástico. O autor introduz o conceito de recurso nulo, o qual equivale a manter estoque de veículos quando a realização da demanda é menor que a decisão tomada previamente. O modelo resultante é não-linear, e o algoritmo de Frank e Wolfe [1956] é utilizado aproveitando-se a estrutura das restrições. Dejax e Crainic [1987] propõem uma taxonomia para o problema de reposicionamento de recursos vazios. O trabalho procura estruturar a literatura ao redor destes problemas e identificar possíveis linhas de pesquisa. A classificação apresentada está baseada em escopo e abrangência, resultando assim em modelos operacionais e modelos táticos-estratégicos.

A maioria dos modelos propostos assume incerteza nos dados. Frantzeskakis e Powell [1990] propõem um modelo estocástico multiestágio que considera um tipo de veículo e tempos de viagem monoperíodo. Dado que o problema possui a caraterística de recurso de redes [Birge e Louveaux, 2011], os autores utilizam aproximações lineares para a função de recurso da função objetivo. Cheung e Powell [1996] utilizam o mesmo modelo multiestágio e propõem um método baseado em aproximações côncavas para a função de recurso. Shi et al. [2014] propõem um modelo estocástico multiestágio para a alocação de veículos com incerteza nas demandas e tempo de serviço escolhido pelo consumidor. Erera et al. [2009] propõem um modelo de otimização robusta ajustável para o problema geral de reposicionamento de recursos vazios. Contrariamente aos modelos anteriores, a incerteza da demanda acontece nos nós de grafo. Esta abordagem procura encontrar um plano de reposicionamento que satisfaz os valores de limites de fluxo e capacidade nominal, e é recuperável para qualquer realização das variáveis aleatórias.

Vasco [2012] e Vasco e Morabito [2014, 2016] abordam o PAV com enfoque no transporte rodoviário de cargas, no contexto brasileiro. Os trabalhos propõem modelos de programação inteira mista e métodos heurísticos, aplicando-os na resolução de exemplares realistas do PAV, inspirados em dados reais de uma transportadora que opera no país. A modelagem proposta pelos autores é determinística e se baseia no modelo apresentado por Ghiani et al. [2004]. Os autores afirmam que o uso da modelagem determinística possui várias vantagens em relação à estocástica, como facilidade de implementação e resolução computacional, além de não necessitar de dados históricos

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

ou de distribuições de probabilidade para a representação de variáveis aleatórias; sem comprometer o uso das soluções obtidas no apoio à tomada de decisão na prática.

O modelo proposto por Vasco e Morabito [2014] para o PAV usa uma representação do problema por meio de uma rede de terminais e considera os períodos de forma explícita na formulação. Isso faz com que o número de variáveis e restrições seja demasiadamente grande, até mesmo para exemplares de médio porte. Os autores reportam não ter sido possível resolver exemplares com 100 ou mais veículos por meio de um *software* de otimização de propósito geral, tendo de recorrer ao uso de heurísticas e meta-heurísticas [Vasco e Morabito, 2016]. Até mesmo a resolução computacional da relaxação linear do modelo se mostrou desafiadora.

Neste artigo, propõe-se um modelo de programação inteira mista baseado em uma nova representação do PAV, por meio de uma rede de requisições, e tratando os períodos de forma implícita. O modelo considera o sequenciamento das requisições, o que permite identificar *a priori* quais movimentos são inviáveis e, assim, fixar as variáveis correspondentes. O número de variáveis e restrições do modelo é significativamente menor em relação ao modelo de Vasco e Morabito [2014], especialmente quando o número de requisições é menor que o número de terminais e períodos no problema, situação comum na prática. Dessa forma, espera-se que o modelo proposto tenha melhor desempenho computacional ao ser resolvido por um *software* de otimização de propósito geral, viabilizando a resolução de exemplares de grande porte em tempos computacionais praticáveis.

O restante deste trabalho está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 define a notação utilizada no texto e apresenta os dois modelos considerados para o PAV: o de Vasco e Morabito [2014] e o proposto neste trabalho. A Seção 3 apresenta os resultados de experimentos computacionais com os modelos, usando exemplares realistas do PAV. Por fim, a Seção 4 traz a conclusão e proposta de trabalhos futuros.

2. Modelagem matemática

Nesta seção, define-se a notação matemática, apresenta-se o modelo de Vasco e Morabito [2014, 2016], baseado em uma representação do PAV por meio de uma rede de terminais, e propõe-se um novo modelo para o PAV, usando uma representação por meio de uma rede de requisições. A vantagem dessa nova modelagem é que na prática, em geral, o número de requisições de transporte de cargas entre terminais é significativamente menor que o número de terminais e conexões entre esses terminais. Além disso, o modelo trata os períodos de tempo de forma implícita, podendo ser usado no planejamento de médio e longo prazo.

2.1. Modelagem por rede de terminais

Vasco e Morabito [2014] propõem um modelo de programação inteira mista para o PAV por meio da extensão de uma formulação clássica da literatura [Ghiani et al., 2004]. Seja N o conjunto de terminais de carga; T o conjunto de períodos do horizonte de planejamento; e V o conjunto de veículos que compõem a frota disponível para o transporte de cargas. Considera-se que a frota é heterogênea, dado que os veículos são diferenciados por seus custos de transporte e por trechos de tráfego permitidos. Os dados de entrada são determinísticos e representados pelos parâmetros:

- τ_{ij}: tempo de viagem entre os terminais i e j, $\forall i, j \in N$;
- d_{ijt}: quantidade de requisições de transporte entre os terminais de i e j começando no período t (em número de veículos cheios), $\forall i, j \in N$ e $\forall t \in T$;
- p^v_{ij}: lucro (receita menos custos operacionais diretos) da movimentação do veículo v com carga cheia entre os terminais i e j, $\forall i, j \in N$ e $\forall v \in V$;

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

- c_{ij}^v: custo da movimentação do veículo v vazio entre os terminais i e j, $\forall i, j \in N$ e $\forall v \in V$;
- m_{it}^v: parâmetro binário igual a 1 se, e somente se, o veículo v entra no sistema (i.e., fica disponível) no terminal i no período t, $\forall i \in N$, $\forall t \in T$ e $\forall v \in V$;
- A_{ij}^v: parâmetro binário igual a 1 se, e somente se, o veículo v pode percorrer o trajeto entre os terminais i e j, $\forall i, j \in N$ e $\forall v \in V$.

Conforme mencionado anteriormente, a modelagem de Vasco e Morabito [2014] se baseia em uma representação do problema por meio de uma rede em que cada nó corresponde a um terminal, uma abstração natural da situação observada na prática. Assim, as variáveis de decisão são dadas por:

- x_{ijt}^v: variável binária que assume valor 1 se, e somente se, o veículo v se movimenta do terminal i até o terminal j com carga cheia, iniciando no período t, $\forall i, j \in N$, $\forall t \in T$ e $\forall v \in V$;
- y_{ijt}^v: variável binária que assume valor 1 se, e somente se, o veículo v se movimenta vazio do terminal i até o terminal j, iniciando no período t, $\forall i, j \in N$, $\forall t \in T$ e $\forall v \in V$.

Usando as definições de parâmetros e variáveis de decisões apresentadas, tem-se a seguinte formulação para o PAV [Vasco e Morabito, 2014, 2016]:

$$\text{max} \quad \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (p_{ij}^v x_{ijt}^v - c_{ij}^v y_{ijt}^v) \tag{1}$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{j \in N} (x_{ijt}^v + y_{ijt}^v) - \sum_{\substack{k \in N, \\ k \neq i, \\ t > \tau_{ki}}} \left(x_{ki(t-\tau_{ki})}^v + y_{ki(t-\tau_{ki})}^v \right) - y_{ii(t-1)}^v = m_{it}^v, \tag{2}$$

$$\forall i \in N, \forall t \in T, \forall v \in V,$$

$$\sum_{v \in V} x_{ijt}^v \leq d_{ijt}, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \tag{3}$$

$$x_{ijt}^v = 0 \text{ e } y_{ijt}^v = 0, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V, \text{tal que } A_{ij}^v = 0, \tag{4}$$

$$x_{ijt}^v, y_{ijt}^v \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N, \forall t \in T, \forall v \in V. \tag{5}$$

A função objetivo (1) consiste em maximizar o lucro total das operações ao longo do horizonte de tempo, dado pelo lucro gerado pelas movimentações de veículos com carga cheia menos o custo das movimentações de veículos vazios. As restrições (2) garantem o balanço do fluxo de veículos cheios e vazios em cada terminal i, no período t, para cada veículo v. Note que as variáveis $y_{ii(t-1)}^v$ representam a situação em que o veículo permanece no terminal de um período para o próximo. As restrições (3) estabelecem um limite superior para a quantidade de veículos com carga completa atendendo às requisições entre cada par de terminais, o qual corresponde à demanda entre esses terminais. Assim, observe que não há a obrigatoriedade de atendimento das demandas no problema. As restrições (4) estabelecem os trajetos que não podem ser percorridos por determinados veículos. Estas restrições são relevantes do ponto de vista prático e permitem incorporar requisitos relacionados à segurança das rodovias, restrições de motoristas, entre outros. Por fim, as restrições (5) impõem o domínio das variáveis de decisão.

Cabe ressaltar que o modelo (1)–(5) trata cada veículo de forma individual, em vez de separá-los em grupos. De acordo com Vasco e Morabito [2014], isto é desejável em situações práticas, pois traz vantagens para a gestão e o planejamento dos recursos das operações. Por outro lado, tem-se o aumento da dificuldade computacional para a resolução do modelo por meio de

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

softwares de otimização de propósito geral, devido ao aumento do número de variáveis e restrições nas formulações. De fato, Vasco e Morabito [2016] relatam não ter sido possível obter soluções para exemplares realistas com 100 veículos, ao tratá-los de forma individual, por meio de um *software* de otimização comercial. Como alternativa, os autores propuseram agrupar os veículos em classes, usando algumas hipóteses simplificadoras para isso. O modelo proposto na seção a seguir consegue superar essa dificuldade, sendo adequado para a resolução de exemplares de grande porte, sem a necessidade de simplificações, conforme observado nos resultados de experimentos computacionais apresentados na Seção 3.

2.2. Modelagem por rede de requisições

O modelo proposto neste trabalho considera uma representação diferente da usada por Vasco e Morabito [2014, 2016], sendo baseada em uma rede na qual cada nó corresponde a uma requisição de transporte de carga entre terminais. O caminho de um dado veículo nessa rede corresponde à sequência de requisições atendidas por esse veículo. Com isso, pode-se obter um modelo de otimização com menor número de variáveis e restrições, em relação ao modelo apresentado anteriormente.

Para a definição do modelo proposto, considere os conjuntos e parâmetros definidos na Seção 2.1. Adicionalmente, seja R o conjunto de todas as requisições de transporte de carga. Tem-se uma requisição para cada tripla de índices (i, j, t) tal que $d_{ijt} > 0$, com $i, j \in N$ e $t \in T$. Além disso, o conjunto R também inclui a *requisição artificial* 0, que deve ser a primeira e a última requisição atendida por cada veículo (uma espécie de depósito comum aos veículos).

Para cada veículo $v \in V$, os parâmetros k_v e h_v denotam o terminal e o período de entrada deste veículo no sistema, de acordo com o parâmetro m^v_{it} definido anteriormente. Cada requisição $r \in R \setminus \{0\}$ é determinada por seu terminal $i_r \in N$ de coleta de carga, terminal de entrega $j_r \in N$, período de coleta $t_r \in T$ e número de veículos necessários para o atendimento da requisição, D_r, que é igual à demanda $d_{i_r j_r t_r}$ definida anteriormente. A Figura 1 ilustra essa rede de requisições. O movimento de um veículo vazio (reposicionamento) fica caracterizado pelo atendimento de duas requisições $r, s \in R$ em sequência, tais que $j_r \neq i_s$. De fato, isso significa que o veículo realiza o trajeto entre os terminais i_r e j_r com carga completa e, em seguida, se reposiciona vazio para o terminal i_s, para então se movimentar com carga completa até o terminal j_s.

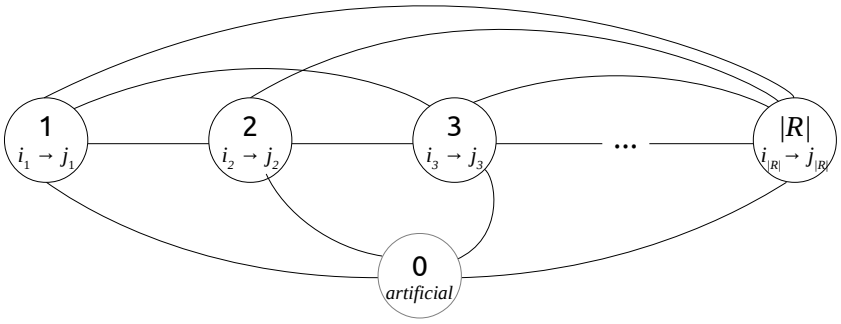


Figura 1: Representação do problema como uma rede de requisições.

De forma similar à demanda, os lucros ou custos de movimentação de veículos devem ser redefinidos em termos de requisições. Seja P^v_{rs} o lucro ou custo associado ao uso do veículo $v \in V$ para o atendimento da requisição $r \in R$ seguido imediatamente do atendimento da requisição

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

$s \in R$. Assim, P^v_{rs} pode ser definido em termos dos parâmetros p^v_{ij} e c^v_{ij} da seguinte forma:

$$P^v_{rs} = \begin{cases} p^v_{i_r j_r}, & \text{se } r \neq s, j_r = i_s; \\ p^v_{i_r j_r} - c^v_{j_r i_s}, & \text{se } r \neq s, j_r \neq i_s; \\ -c^v_{k_v i_s}, & \text{se } r = 0, s > 0 \text{ e } k_v \neq i_s; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{6}$$

Observe que o custo de movimentação de veículos vazios é aplicado sempre que o terminal de origem (i_s) da requisição s é diferente do terminal de destino (j_r) da requisição r atendida imediatamente antes de s pelo veículo v. Para cada par de terminais i e j e veículo v tais que $A^v_{ij} = 0$, deve-se substituir c^v_{ij} pelo custo do caminho mínimo entre os terminais i e j, o qual pode ser calculado em tempo polinomial no número de terminais.

Por fim, define-se a variável de decisão que determina a sequência de atendimento de cada veículo, dada por:

- X^v_{rs}: variável binária que assume valor 1 se, e somente se, o veículo $v \in V$ atende a requisição r e em seguida a requisição s, $\forall v \in V$ e $\forall r, s \in R$.

Usando as definições apresentadas, o modelo de programação inteira mista proposto para o PAV é dado por:

$$\max \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} P^v_{rs} X^v_{rs} \tag{7}$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{s \in R} X^v_{0s} = 1, \quad \forall v \in V, \tag{8}$$

$$\sum_{r \in R} X^v_{r0} = 1, \quad \forall v \in V, \tag{9}$$

$$\sum_{\substack{s \in R \\ s \neq r}} X^v_{sr} = \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq r}} X^v_{rs}, \quad \forall v \in V, \forall r \in R \setminus \{0\}, \tag{10}$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{s \in R \\ s \neq r}} X^v_{rs} \leq D_r, \quad \forall r \in R, \tag{11}$$

$$X^v_{rs} = 0, \quad \forall v \in V, \forall r, s \in R \setminus \{0\}, \text{tal que } t_r + \tau_{i_r j_r} + \tau_{j_r i_s} > t_s, \tag{12}$$

$$X^v_{0s} = 0, \quad \forall v \in V, \forall s \in R \setminus \{0\}, \text{tal que } h_v + \tau_{k_v i_s} > t_s, \tag{13}$$

$$X^v_{rs} = 0, \quad \forall v \in V, \forall r, s \in R \setminus \{0\}, \text{tal que } h_v > t_r \text{ ou } (h_v = t_r \text{ e } k_v \neq i_r), \tag{14}$$

$$X^v_{rs} = 0, \quad \forall v \in V, \forall r, s \in R \setminus \{0\}, \text{tal que } A^v_{i_r j_r} = 0 \text{ ou } A^v_{j_r i_s} = 0 \text{ ou } A^v_{i_s j_s} = 0, \tag{15}$$

$$X^v_{rs} \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V, \forall r, s \in R. \tag{16}$$

A função objetivo (7) consiste em maximizar o lucro total das movimentações realizadas, assim como no modelo de Vasco e Morabito [2014] apresentado na seção anterior. As restrições (8) e (9) impõem que todos os veículos iniciem e finalizem suas sequências de movimentações com a requisição artificial. Isto evita que se assuma uma requisição específica como a primeira de uma sequência e permite tratar as sequências como rotas na rede. As restrições (10) garantem o fluxo de veículos pela rede, de acordo com as movimentações com cargas cheias e vazias. As restrições (11) impõem que o número de veículos atendendo uma dada requisição não pode ser maior do que a demanda desta requisição. Estas restrições têm o mesmo propósito das restrições (3) do modelo apresentado na seção anterior. Note que as restrições aqui usadas têm a vantagem de tratar os períodos de forma implícita no modelo, reduzindo assim o número de variáveis e restrições em relação a outras abordagens.

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

As restrições (12) a (15) proíbem o sequenciamento imediato de duas requisições levando em conta os conflitos de tempo de início dessas requisições, a entrada do veículo na rede e as proibições de tráfego entre terminais. Tais restrições podem ser impostas por meio de fixação de variáveis ao se entrar com o modelo em um *software* de otimização, o que torna a resolução computacional mais eficiente, em geral. Observe que não é possível realizar fixações similares no modelo de Vasco e Morabito [2014], pois não se tem variáveis representado o sequenciamento de requisições nessa formulação. As restrições (12) evitam que uma requisição s suceda uma requisição r se o instante em que o veículo chegaria em s vindo de r é posterior ao início solicitado para s. As restrições (13) são similares e tratam o caso em que s é a primeira requisição (não artificial) da sequência de movimentações do veículo. As restrições (14) proíbem que uma requisição seja atendida por um veículo que ainda não entrou no sistema, ou que já esteja no sistema mas em outro terminal. As restrições (15) impõem as proibições de trajeto entre terminais para determinados veículos, de acordo com o parâmetros A_{ij}^v definido na seção anterior. Por fim, as restrições (16) impõem o domínio das variáveis do modelo.

O modelo proposto possui número de variáveis e restrições da ordem de $|V||R|^2$ e $|V||R|+2|V|+|R|$, respectivamente (desconsiderando as fixações de variáveis em zero). Em comparação, o modelo de Vasco e Morabito [2014] possui $|V||T||N|^2$ variáveis e número de restrições da ordem de $|V||T||N|+|T||N|^2$. Observe que o modelo proposto não depende explicitamente do número de períodos e terminais da rede, o que pode ser uma grande vantagem na resolução de exemplares de grande porte encontrados na prática.

3. Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados de experimentos computacionais com os modelos da Seção 2, usando exemplares realistas do PAV. Os modelos foram implementados usando a biblioteca *Concert* do *software* de otimização IBM CPLEX versão 12.7 e resolvidos pelo método *branch-and-cut* de propósito geral deste mesmo *software*. Foram gerados 30 exemplares, seguindo a abordagem proposta por Vasco [2012], considerando 53 terminais, 36 períodos e número de veículos variando em 100, 150 e 250. Os experimentos foram realizados em um computador com processador Intel Core-i7 3.4 Ghz e 16 GB de memória RAM.

A Tabela 1 mostra os resultados das resoluções dos exemplares usando os dois modelos considerados. A coluna 1 mostra o número de veículos no exemplar ($|V|$); a coluna 2, o valor ótimo do exemplar; e as colunas 3 e 4 trazem o tempo computacional (em segundos), respectivamente, para o modelo baseado em rede de requisições (PAV-R), proposto na Seção 2.2, e para o modelo baseado em rede de terminais (PAV-T), descrito na Seção 2.1. Para exemplares com 250 veículos, o *software* de otimização não foi capaz de obter soluções usando o modelo PAV-T devido à falta de memória, sendo indicado na tabela pela letra `M`.

Os resultados da Tabela 1 mostram que o modelo PAV-R foi capaz de resolver os exemplares em menor tempo computacional que o modelo PAV-T. Além disso, o PAV-R tornou viável a resolução de exemplares com 250 veículos, o que não seria possível por meio do PAV-T, e em tempo computacional razoável na prática. Isso indica que o modelo proposto pode ser adequado para a resolução de exemplares de grande porte na prática, dado seu desempenho superior em relação ao modelo de Vasco e Morabito [2014, 2016] nos exemplares utilizados nos experimentos.

4. Conclusão

Neste artigo, foi proposto um modelo de programação inteira mista para o problema de alocação de veículos (PAV). A novidade do modelo está em se basear em uma representação do problema por meio de uma rede de requisições, o que diminui significativamente o número de variáveis e restrições em relação a outra formulação proposta na literatura [Vasco e Morabito, 2014]. Os resultados de experimentos computacionais com exemplares realistas mostraram a eficácia do modelo proposto ao ser resolvido por um *software* de otimização de propósito geral. O modelo

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

Tabela 1: Valor ótimo dos exemplares e tempos de solução (em segundos) para o modelo baseado em rede de requisições (PAV-R) e para o modelo baseado em rede de terminais (PAV-T). Indica-se por `M` os exemplares em que o *software* de otimização não foi capaz de obter solução devido à falta de memória.

$\|V\|$	*Valor ótimo*	*Tempo (s)*	
		PAV-R	*PAV-T*
100	8578	3.12	161.20
	15008	3.22	387.60
	5324	3.44	257.41
	8544	3.24	255.68
	2660	3.11	211.17
	2632	3.28	187.17
	19862	3.36	215.49
	6672	3.23	198.00
	26006	3.59	279.28
	5360	3.11	170.05
150	33062	12.21	436.57
	16973	12.43	343.32
	6455	12.53	435.88
	19351	12.45	473.73
	10337	12.61	598.73
	21969	13.35	830.94
	8418	12.92	467.65
	20361	12.54	641.32
	6229	12.75	508.65
	15857	12.58	771.52
250	9324	102.24	`M`
	8947	90.22	`M`
	13560	80.18	`M`
	81277	81.01	`M`
	71652	81.10	`M`
	23455	86.09	`M`
	56756	80.27	`M`
	38942	77.73	`M`
	19437	77.36	`M`
	72369	83.58	`M`

permitiu a obtenção de soluções em menor tempo computacional que o modelo de Vasco e Morabito [2014] e viabilizou a solução de exemplares que não puderam ser resolvidos usando esse outro modelo, em menos de 100 segundos em média. Portanto, a modelagem baseada em uma rede de requisições se mostrou eficaz e tem potencial promissor na resolução de problemas de grande porte na prática, podendo servir como ferramenta importante no apoio à tomada de decisão.

Em trabalhos futuros, pretende-se explorar a resolução de exemplares de maior porte e usando dados reais obtidos de uma transportadora. Outro enfoque será em investigar se o uso de desigualdades válidas especializadas podem auxiliar na redução do tempo computacional para a resolução do modelo proposto [Furtado et al., 2015]. Também, pretende-se incorporar incertezas ao modelo, por meio dos paradigmas de programação estocástica e otimização robusta.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores anônimos pela leitura cuidadosa e sugestões que contribuíram para a melhoria deste trabalho. Também, agradecem à FAPESP (projetos 16/23366-9 e 16/01860-1) e CNPq (projetos 304601/2017-9 e 302459/2013-8) pelo financiamento desta pesquisa.

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br

Referências

Álvarez, A. e Munari, P. (2016). Metaheuristic approaches for the vehicle routing problem with time windows and multiple deliverymen. *Gestão e Produção*, 23(2):279–293.

Beamon, B. M. (1998). Supply chain design and analysis: Models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55(3):281 – 294. ISSN 0925-5273.

Birge, J. e Louveaux, F. (2011). *Introduction to stochastic programming*. Springer Science, New York. ISBN 978-1-4614-0236-7.

Cheung, R. K. e Powell, W. B. (1996). An algorithm for multistage dynamic networks with random arc capacities, with an application to dynamic fleet management. *Operations Research*, 44(6): 951–963.

Dejax, P. J. e Crainic, T. G. (1987). Survey paper–a review of empty flows and fleet management models in freight transportation. *Transportation Science*, 21(4):227–248. ISSN 0041-1655.

Erera, A. L., Morales, J. C., e Savelsbergh, M. (2009). Robust optimization for empty repositioning problems. *Operations Research*, 57(2):468–483.

Frank, M. e Wolfe, P. (1956). An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logistics Quarterly*, 3(1-2):95–110.

Frantzeskakis, L. F. e Powell, W. B. (1990). A successive linear approximation procedure for stochastic, dynamic vehicle allocation problems. *Transportation Science*, 24(1):40–57. ISSN 0041-1655.

Furtado, M. G. S., Munari, P., e Morabito, R. (2015). O problema de coleta e entrega na indústria petrolífera: modelagem e método de solução branch-and-cut. In *Anais do XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 1581–1591. SOBRAPO.

Ghiani, G., Laporte, G., e Musmanno, R. (2004). *Introduction to logistics systems planning and control*. J. Wiley, Hoboken, NJ, USA. ISBN 978-0470849163.

Munari, P. (2017). Mathematical modeling in the airline industry: optimizing aircraft assignment for on-demand air transport. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 5(1).

Powell, W. B. (1986). A stochastic model of the dynamic vehicle allocation problem. *Transportation Science*, 20(2):117–129. ISSN 0041-1655.

Shi, N., Song, H., e Powell, W. B. (2014). The dynamic fleet management problem with uncertain demand and customer chosen service level. *International Journal of Production Economics*, 148 (Supplement C):110 – 121. ISSN 0925-5273.

Vasco, R. A. (2012). *Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais*. PhD thesis, Universidade Federal de São Carlos.

Vasco, R. A. e Morabito, R. (2014). Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais. *Gestão e Produção*, 21:271 – 284. ISSN 0104-530X.

Vasco, R. A. e Morabito, R. (2016). The dynamic vehicle allocation problem with application in trucking companies in brazil. *Computers & Operations Research*, 76:118 – 133. ISSN 0305-0548.

https://proceedings.science/p/85455?lang=pt-br