TEORIA DE PORTFÓLIOS DE MARKOWITZ E VALUE AT RISK APLICADOS A UM PORTFÓLIO DE AÇÕES DA BOVESPA

Daniela Miray Igarashi
Universidade Federal do Paraná
Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100 - Jardim das Américas, Curitiba - PR, 81530-000
mirayigarashi@gmail.com

Luiz Carlos Matioli
Universidade Federal do Paraná
Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100 - Jardim das Américas, Curitiba - PR, 81530-000
lcmatioli@gmail.com

Tiago Lino Bello
Universidade Federal do Paraná
Av. Cel. Francisco H. dos Santos, 100 - Jardim das Américas, Curitiba - PR, 81530-000
tiago.bello1@hotmail.com

RESUMO

O presente trabalho realiza um estudo teórico e aplicado do modelo de Markowitz para otimização de portfólios. A principal suposição deste modelo é que o investidor considera apenas o retorno esperado e o risco do portfólio para a tomada de decisão, possuindo aversão ao risco. Portanto, o método determina o portfólio de menor risco. Para análise complementar do risco da carteira, estima-se o *Value at Risk* (VaR), uma métrica de perda potencial máxima para determinar o risco a que o gestor será exposto no futuro. Os portfólios são compostos por 10 ações vinculadas à Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) selecionados em um período de 1 ano e os métodos foram aplicados via Excel® e MATLAB®. Constata-se que os dois métodos operam como complementares para análise do risco de portfólios e podem auxiliar na tomada de decisão.

PALAVRAS CHAVE. Otimização de Portfólio. Markowitz. *Value at Risk*.
Tópicos. PM - Programação Matemática.

ABSTRACT

This paper presents a theoretical and applied study of the Markowitz model for portfolio optimization. The main assumption of the model is that the investor base decisions solely on expected return and risk, while being risk averse. Therefore, the model determines the minimum risk portfolio. For complementary risk analysis of the portfolio, Value at Risk (VaR) is estimated. VaR is a measure of the potential risk loss, used to determine the risk that the investor will be exposed in the future. The portfolios are composed of 10 shares of the São Paulo Stock Exchange (BOVESPA) selected in a period of 1 year and the methods were estimated via Excel® and MATLAB®. It is concluded that both methods work as complementary to the risk analysis of portfolios and can contribute to decision making.

KEYWORDS. Portfolio Optimization. Markowitz. *Value at Risk.*
Paper topics. PM - Mathematical Programming.

https://proceedings.science/p/85394?lang=pt-br

1 Introdução

Fazer um investimento financeiro significa comprometer uma quantia de capital na expectativa de obter um ganho maior no futuro. No mercado financeiro, onde os investimentos de renda variável são os mais rentáveis a longo prazo e consequentemente oferecem maior risco, o fator da incerteza é presente em cada decisão que um investidor tem que tomar. Desse modo, a análise do risco na gestão de investimentos é um desafio recorrente aos atuantes no mercado de capitais.

Segundo Bruni e Famá [1998], Markowitz foi um dos primeiros pesquisadores a considerar a variável de risco na análise de portfólios. Em 1952, ele propôs o modelo cuja ideia central é afirmar que o retorno esperado para um portfólio (conjunto de ativos) é a média ponderada dos retornos esperados de cada ativo individual. O que diferenciou o trabalho de Markowitz dos anteriores foi definir o risco do portfólio como uma expressão das variâncias dos ativos individuais juntamente de uma parcela das covariâncias entre os ativos (dois a dois). Isto decorre dos ativos possuírem correlações entre si nas movimentações do mercado.

Portanto, os fatores considerados para construir um portfólio é o retorno esperado (ganhos) e a variância (incerteza/volatilidade). Markowitz postulou que o investidor deveria minimizar a variância do retorno do portfólio enquanto maximiza o retorno esperado. Assim, uma das premissas do modelo é supor que os investidores possuem aversão ao risco, sempre buscam o menor risco e o maior retorno, ponderando a participação de cada ativo de forma que o portfólio final seja o menos arriscado possível.

Quanto ao risco de mercado, diferentes metodologias surgiram como métrica de risco. Neste trabalho, tem destaque o *Value at Risk* (VaR), que surgiu na década de 1990 motivado por vários erros e desastres financeiros, tornando-se rapidamente uma referência de medida de risco, principalmente entre bancos. Este é definido como uma medida de perda máxima potencial em um horizonte de tempo, com certo nível de confiança [Dowd 1998].

Algumas características do VaR a tornam uma métrica importante na gestão de riscos. Dentre elas, podemos citar que o VaR resume em um único número a medida de risco ao qual um ativo ou portfólio está exposto, também está na mesma unidade de medida analisada e possui simples interpretação [Jorion 2001]. Os investidores e gestores podem então utilizar o VaR como ferramenta na tomada de decisão, e caso não estejam dispostos a correr tal risco, podem investigar a origem do risco por meio do cálculo realizado no VaR.

Levando em consideração os aspectos apresentados, o objetivo deste trabalho é aplicar a teoria do modelo de Markowitz para a determinação de portfólios de mínimo risco compostos por 10 ações da Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA). Além disso, realizar a estimação do VaR como uma métrica adicional para análise de risco e perda máxima de cada portfólio.

Neste sentido, o presente trabalho está organizado como segue: as seções 2 e 3 apresentam, respectivamente, detalhes do modelo de Markowitz e do VaR. A metodologia empregada é apresentada na seção 4 e a seção 5 expõe os resultados obtidos por meio dos métodos. Por fim, a seção 6 apresenta as considerações finais.

2 Modelo de Markowitz

A suposição principal do modelo de Markowitz, conhecido também como modelo de Média-Variância, é que um investidor racional considera apenas o retorno e o risco na tomada de decisão. Assim, deseja-se minimizar a variação do retorno esperado e maximizar o seu retorno, implicando num comportamento de aversão ao risco. Esta relação é chamada de princípio da dominância: entre dois portfólios de mesmo retorno, o investidor prefere o menos arriscado, e entre dois portfólios de mesmo risco, o investidor prefere o de maior retorno.

Dessa forma, o modelo se baseia em três conceitos principais: o retorno esperado, a variância e a proporção investida em cada ativo. O retorno esperado do portfólio ($\overline{R_p}$) e a variância do portfólio (σ_p^2) podem ser escritos matematicamente como

$$\overline{R_p} = \sum_{i=1}^{n} x_i E(R_i),$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} = x^T Q x,$$

em que $x_i \in \mathbb{R}$ é a proporção investida no ativo *i*, *n* é o número de ativos, e $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$ é a matriz de covariâncias estatística. Temos então que o modelo de Média-Variância proposto por Markowitz é escrito como um problema de otimização de forma a

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \sigma_p^2 \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

A primeira restrição do problema (1) diz respeito à aplicação de 100% do capital disponível pelo investidor, dado que o somatório dos percentuais investidos x_i deve totalizar 1. A restrição $x \geq 0$ indica que não é permitido venda a descoberto[1]. Supondo que a venda a descoberto seja permitida, essa restrição se torna apenas $x \in \mathbb{R}$, e escreve-se o problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \sigma_p^2 \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{2}$$

A solução do problema (1) ou (2) será, portanto, o portfólio de mínima variância.

2.1 Fronteira Eficiente

Em teoria é possível representar todos os portfólios em um gráfico de eixos risco e retorno, cuja representação produziria uma região no espaço bidimensional que, na aplicação do princípio da dominância, resultaria em vários portfólios que seriam desprezados pelo investidor. Assim, a partir do portfólio de mínima variância, considerando cada combinação de ativos que possuem o maior retorno para qualquer nível de risco superior ao do portfólio de menor risco, obtemos a curva da fronteira eficiente de Markowitz.

A Figura 1 ilustra uma fronteira eficiente para um conjunto de ativos qualquer. O ponto MV representa o portfólio de mínima variância. Todo portfólio que estiver abaixo da fronteira eficiente é desprezado pelo princípio da dominância.

[1] A venda descoberta é uma modalidade de negociação em que se vende um ativo financeiro sem possuí-lo anteriormente, na esperança de que seu preço caia para então comprá-lo de volta, obtendo lucro com a operação.

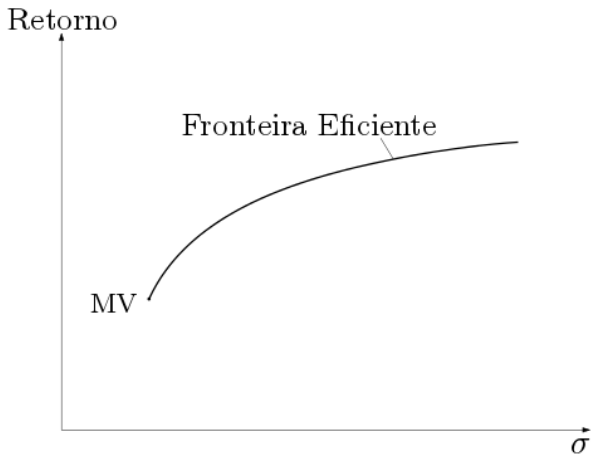


Figura 1 - Fronteira eficiente.
Fonte: Autor.

2.1 Ativo sem risco

Uma outra suposição teórica no modelo de Markowitz é a introdução de um ativo sem risco (*risk free*). Neste caso, é possível emprestar e tomar emprestado quantidades ilimitadas de capital a uma taxa livre de risco[2]. Supondo que tais condições sejam verdadeiras, podemos escrever a seguinte relação,

$$\overline{R_p} = R_F + \left(\frac{\overline{R_c} - R_F}{\sigma_c}\right)\sigma_p, \tag{3}$$

em que $R_F \in \mathbb{R}$ é o retorno do ativo sem risco, e $\overline{R_c}$ e σ_c são o retorno e o risco de um portfólio de investimentos de risco, respectivamente.

Conforme descrito em Elton et al. [2012], percebe-se que a relação (3) é uma equação de reta com intercepto no eixo dos retornos R_F, inclinação $\theta = \left(\frac{\overline{R_c} - R_F}{\sigma_c}\right)$, com o ponto $C(\sigma_c, \overline{R_c})$ pertencente à reta. A Figura 2 ilustra essa relação. Todos os portfólios à esquerda do ponto C são composições entre o portfólio C e o ativo livre de risco. Todos os portfólios sobre a reta e à direita do ponto C são portfólios em que houve tomada de empréstimo à taxa livre de risco para investir no portfólio C.

Na Figura 3, vemos que diferentes portfólios A e B poderiam ter sido escolhidos para esta análise. Mas é visível que a combinação entre os ativos R_F e A é menos eficiente que a combinação dos ativos R_F e C, pois oferece menor retorno para mesmo nível de risco. Dessa forma, a melhor combinação entre ativo sem risco e ativo com risco ocorre quanto maior for a inclinação da reta (3), e o ponto em que esta reta tangencia a fronteira eficiente do portfólio é o que possui maior retorno. Portanto, quando é possível emprestar e tomar emprestado à uma taxa livre de risco e a venda a descoberto é permitida, tem-se o seguinte problema de otimização

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & \theta \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \in \mathbb{R}. \end{aligned} \tag{4}$$

[2] Um ativo livre de risco possui volatilidade igual a zero, isto é, o seu preço não varia com o tempo. Este tipo de ativo não existe, porém encontra-se no mercado ativos cujo risco é ínfimo, como ativos de renda fixa, por exemplo.

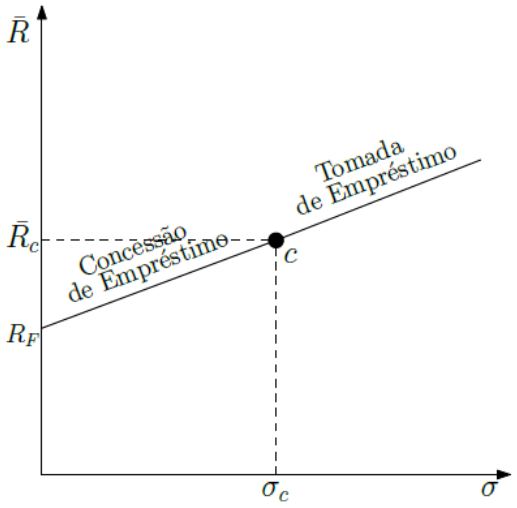


Figura 2 - Concessão e tomada de crédito à taxa sem risco.
Fonte: Autor.

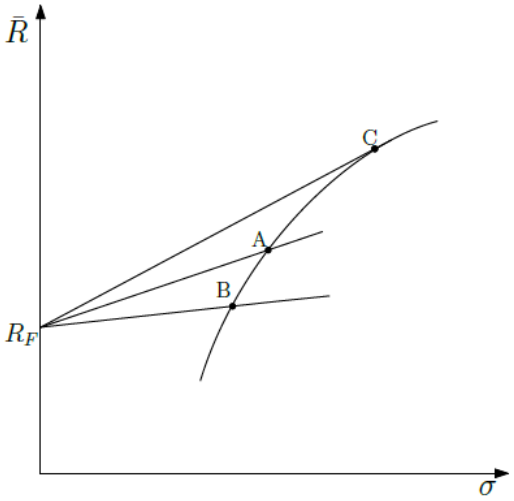


Figura 3 - Combinação do ativo sem risco com portfólios de risco.
Fonte: Autor.

Segundo Elton et al. [2012], é possível encontrar a solução do problema anterior por uma fórmula fechada, ao resolver o sistema linear dado por

$$\begin{cases} \overline{R_1} - R_F = \sigma_1^2 z_1 + \sigma_{12} z_2 + \cdots + \sigma_{1n} z_n \\ \overline{R_2} - R_F = \sigma_{12} z_1 + \sigma_2^2 z_2 + \cdots + \sigma_{2n} z_n \\ \vdots \\ \overline{R_n} - R_F = \sigma_{1n} z_1 + \sigma_{2n} z_2 + \cdots + \sigma_n^2 z_n \end{cases}. \tag{5}$$

Da solução do sistema linear (5) em $z \in \mathbb{R}^n$, as proporções do portfólio ótimo são dadas por

$$x_i = \frac{z_i}{\sum z_j}.$$

Em suma, existem três cenários diferentes para determinar um portfólio de mínimo risco ao utilizar o modelo da Média-Variância de Markowitz. No primeiro, não é permitido venda a descoberto, no segundo é possível vender a descoberto, e por último existem transações com um ativo sem risco para composição do portfólio. Este último pode ser com ou sem venda a descoberto, com uma fórmula fechada para o caso com venda a descoberto.

A solução destes problemas de otimização resulta no portfólio de mínimo risco. Para uma análise mais criteriosa do risco exposto, pode-se adicionar uma outra métrica de risco para auxiliar na tomada de decisão de um gestor. O VaR pode dar ao investidor uma noção do valor que está exposto ao risco.

3 *Value at Risk*

Como mencionado anteriormente, o VaR é definido como uma estimativa de perda máxima esperada, em um horizonte de tempo, com certo nível de confiança. A título de exemplo, considere uma empresa com um VaR diário de R$10 milhões e 99% de nível de confiança. Isso significa que, no horizonte de um dia, existe apenas 1% de chance de a perda ser superior a R$10 milhões.

A estimação do VaR ocorre geralmente por meio de três métodos: Simulação Histórica, método de Variâncias-Covariâncias, e Simulação de Monte Carlo. Cada metodologia possui suas particularidades: a simulação histórica não exige suposição sobre os dados, no modelo de Variâncias-Covariâncias supõe-se que os dados seguem uma distribuição normal e a simulação de Monte Carlo simula vários cenários aleatórios. O presente trabalho tem enfoque nos dois primeiros métodos.

3.1 Simulação Histórica

No método da Simulação Histórica, analisa-se as observações passadas para a estimação do possível resultado futuro [Dowd 1998]. Neste caso, a suposição do método é que a distribuição ocorrida no passado pode explanar o comportamento do ativo, e tal distribuição continuará ocorrendo nos próximos dias.

Como descrito por Stambaugh [1996], na prática, ao considerar as taxas de retorno ocorridas nos últimos 100 dias de negociação de um portfólio qualquer, obtém-se uma série de dados de 100 possíveis perdas e ganhos. Organizando a série de retornos históricos em ordem decrescente (melhor caso para pior), o valor do VaR dependerá do nível de confiança. Para 90% de nível de confiança, o VaR será dado pelo 90º retorno da série de dados históricos. Analogamente, para um nível de confiança de 97,5%, o VaR será dado pela média dos retornos nas posições 97 e 98 da série de dados organizada.

Este método possui a vantagem de não fazer suposições sobre as distribuições dos retornos, além de ser intuitiva e compreendida rapidamente por gestores. Sendo assim, contribui na aceitação do método e a utilização do VaR como medida de risco na análise de portfólios.

3.2 Método de Variância-Covariância

O método de Variância-Covariância possui uma suposição inicial que garante a estimação do VaR por meio de uma fórmula fechada. Deste modo, supõe-se que os movimentos das taxas do mercado seguem uma distribuição normal e, logo, a série de retornos de ativos também podem ser modelados por esta distribuição.

A etapa crucial do método é a obtenção da média e desvio padrão da distribuição normal dos dados históricos de retornos. A estimação do VaR será realizada, então, pela multiplicação do desvio padrão da distribuição pelo fator apropriado de acordo com o nível de confiança adotado [Stambaugh 1996].

Pelas propriedades da distribuição normal, temos uma relação entre a área abaixo da curva normal e os intervalos dados pela média e certa quantidade de desvios padrão [Magalhães 2007]. A Tabela 1 ilustra o nível de confiança e a quantidade de desvios padrão a serem somados à média para obtê-los:

Tabela 1 – Relação entre nível de confiança e desvio padrão.

Nível de confiança	Número de desvios padrão	VaR
90,0%	1,2816	$\mu + 1{,}28\,\sigma$
95,0%	1,6449	$\mu + 1{,}65\,\sigma$
97,5%	1,9600	$\mu + 1{,}96\,\sigma$
99,0%	2,3263	$\mu + 2{,}33\,\sigma$
99,9%	3,0903	$\mu + 3{,}09\,\sigma$

Fonte: Autor

4 Metodologia

Para a composição dos portfólios, os ativos de renda variável são ações pertencentes à carteira teórica da BOVESPA[3]. Os dados foram coletados do banco de dados do site *Infomoney* no período compreendido entre 1º de novembro de 2016 à 31 de outubro de 2017, abrangendo o período de um ano com 251 observações diárias. As ações foram então organizadas por setores de atuação, e as dez ações mais representativas de cada segmento foram selecionadas, segundo a carteira teórica da BOVESPA.

[3] Ver referência BM&FBOVESPA.

Na organização dos dados e cálculos foi utilizada a planilha eletrônica Excel 2013®, para cálculos e resolução dos problemas de otimização emprega-se o software MATLAB 2016A®.

Na Tabela 2 tem-se as ações que compõem a carteira deste trabalho e respectivos segmentos.

Tabela 2 - Ativos de renda variável selecionados.

Ativo	**Sigla**	**Empresa**	**Setor**
1	ITUB4	Itaú Unibanco	Financeiro
2	VALE3	Vale	Mineração
3	ABEV3	Ambev AS	Consumo e Varejo
4	PETR4	Petrobras	Petróleo e Gás
5	ITSA4	Itaú as	Holding
6	KROT3	Kroton	Educação
7	VIVT4	Telefônica Brasil	Telecomunicações
8	CCRO3	CCR	Transporte e Logística
9	BBDC4	Bradesco	Financeiro
10	RADL3	RaiaDrogasil	Saúde

Fonte: *Infomoney* (2017)

Para o ativo livre de risco – ou ativo sem risco - tomou-se a taxa do Certificado de Depósito Bancário (CDB) que retorne 100% da taxa do Certificado de Depósito Interbancário (CDI), apenas para efeitos de estudo. As informações foram coletadas na base de dados online do Banco do Brasil. Apesar de grandes bancos raramente oferecerem um CDB nessas condições, é possível encontrar tal investimento em bancos de médio ou pequeno porte.

A Tabela 3 apresenta alguns dados iniciais dos ativos selecionados. A segunda e terceira colunas mostram, respectivamente, o retorno médio e o risco (desvio padrão) dos ativos individuais. O ativo de renda fixa teve o desvio padrão calculado como $4{,}97\times 10^{-5}$ e, por ser tratado como um ativo livre de risco, naturalmente terá o seu risco desprezado.

Tabela 3 – Retornos médios dos ativos.

Ativos	$\bar{R}$ (%)	σ (%)
1	0,0702	1,6729
2	0,2300	2,7950
3	0,0628	1,2176
4	0,0120	2,5482
5	0,0796	1,5773
6	0,0874	2,3706
7	0,0606	1,2309
8	0,0787	2,0502
9	0,0953	1,8267
10	0,0547	1,5341
Livre de Risco	0,0419	-

Fonte: Autor.

A Figura 4 apresenta os dez ativos individuais no plano Risco x Retorno. É possível observar a diversidade dos ativos selecionados, sendo VALE3 o ativo que possui maior retorno e maior risco, enquanto o ABEV3 é o de menor risco, mas também possui menor retorno médio.

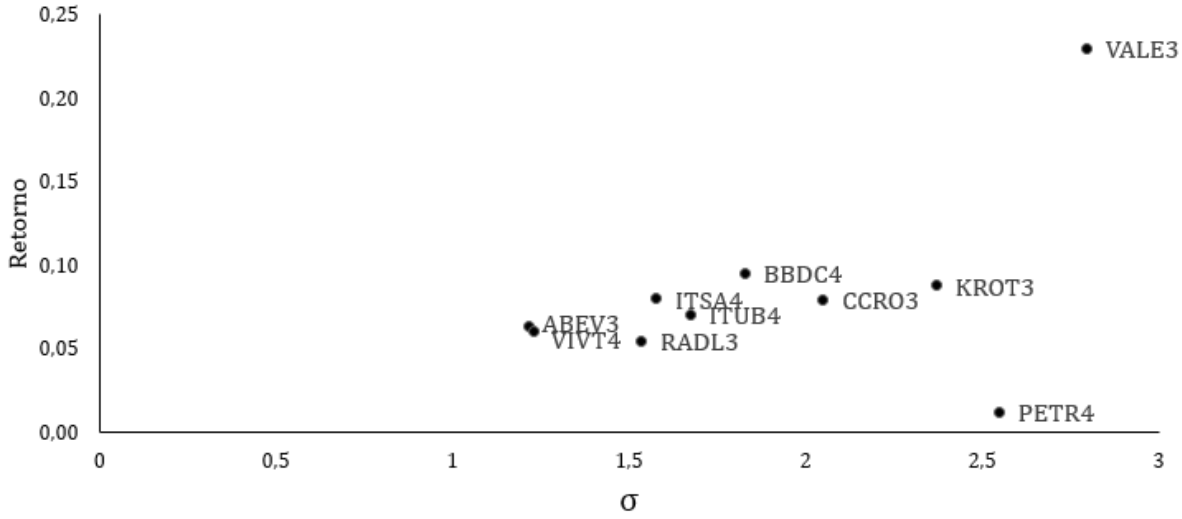


Figura 4 – Ativos individuais no plano Risco x Retorno.
Fonte: Autor.

5 Resultados Numéricos

Esta seção apresenta os resultados numéricos obtidos por meio da implementação da teoria vista nas seções 2 e 3.

5.1 Resultados do Modelo de Markowitz

Para os dois primeiros cenários do modelo de Média-Variância, resolveu-se os problemas de otimização quadrática (1) e (2) por meio da função *quadprog* disponível no MATLAB. A função utiliza a matriz de covariâncias dos ativos Q, a restrição de investimento total de capital, e a restrição $x \geq 0$ quando não é possível vender a descoberto.

Quando supõe-se a tomada e concessão de crédito de um ativo sem risco, o portfólio é obtido por meio da solução do sistema linear (5). Neste caso, utiliza-se a função *linsolve* do MATLAB para a solução do sistema linear. De posse dos z_i, calcula-se a proporção ótima investida em cada ativo.

A Tabela 4 resume as proporções dos portfólios ótimos obtidos da otimização.

Tabela 4 – Portfólios ótimos obtidos pelo modelo de Markowitz.

Componentes	**Sem venda** (%)	**Com venda** (%)	**Livre de Risco** (%)
x_1	-	-7,10	-45.49
x_2	5,84	7,45	64,53
x_3	38,24	41,61	14,15
x_4	-	-12,54	-74,72
x_5	-	8,62	28,57
x_6	-	-0,75	10,51
x_7	35,90	41,88	12,07
x_8	-	2,01	5,51
x_9	-	-3,91	83,92
x_{10}	20,02	22,73	0,94
$\overline{R_p}$ **(Retorno)**	0,0701	0,0786	0,2403
σ_p **(Risco)**	0,9720	0,9268	2,1534

Fonte: Autor.

No primeiro portfólio, constata-se investimento somente nos ativos 2, 3, 7 e 10. Tendo maior proporção de investimento os ativos 3 e 7, representando 38,24% e 35,90% da composição do portfólio. O retorno esperado do portfólio é 0,0701% ao dia, e o risco calculado é de 0,9720% por dia.

No segundo portfólio é permitido vender a descoberto e, portanto, os ativos com proporção negativa serão vendidos (ativos 1, 4, 6 e 9), possibilitando maiores proporções de investimento nos ativos restantes. Percebe-se que os ativos com maiores proporções de investimentos são os mesmos do primeiro portfólio, os ativos 3 e 7. Neste caso, o retorno esperado do portfólio é 0,0786% ao dia, e o risco calculado é de 0,9268% ao dia.

Dado que a única suposição que difere os dois modelos é a possibilidade de vender a descoberto ou não, os retornos médios e riscos dos portfólios obtidos foram próximos. Porém, o portfólio com venda a descoberto é mais eficiente, pois possui menor risco e maior retorno comparado ao portfólio sem venda a descoberto. Isso decorre do fato de vender a descoberto oferecer maior diversidade na composição do portfólio.

A inclusão de um ativo sem risco causa mudanças no modelo, resultando em um portfólio pouco semelhante aos anteriores. Neste caso, os ativos mais significativos são os ativos 9 e 2. O retorno esperado do portfólio é consideravelmente maior comparado aos dois primeiros portfólios, com 0,2403% de retorno médio e 2,1534% de risco diário.

A Figura 5 mostra os portfólios obtidos. Consideremos o ponto P1 como o portfólio sem venda a descoberto, P2 o portfólio com venda descoberta e PF o portfólio com ativo sem risco (risk free).

Os portfólios P1 e P2 possuem menor risco do que qualquer ativo individual, evidenciando que o modelo obtém o portfólio de menor risco. O portfólio PF possui retorno superior a qualquer ativo individual e seu risco é maior que o de alguns ativos, expondo o resultado de que um portfólio de maior retorno invariavelmente será mais arriscado.

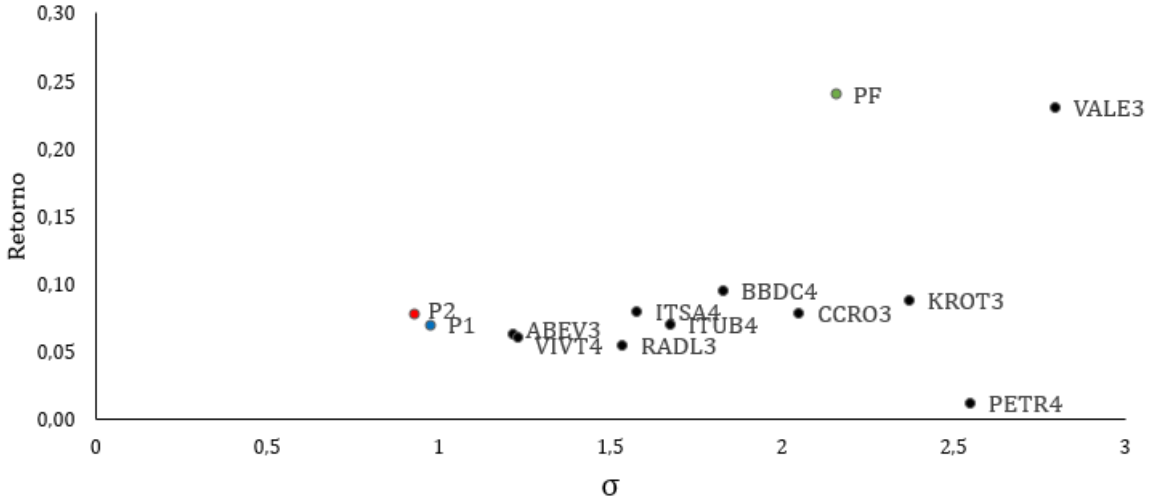


Figura 5 – Portfólios obtidos pelo modelo de Markowitz no eixo Risco x Retorno.
Fonte: Autor.

5.2 Cálculo do *Value at Risk*

Para a estimação do VaR, adotou-se o nível de confiança de 95% e o horizonte de tempo de um dia, dada a natureza dos dados coletados.

Ao utilizar o método de Simulação Histórica, o histórico de retornos diários dos portfólios foi obtido por meio da média ponderada dos retornos diários históricos dos ativos individuais pela proporção investida em cada ativo encontrada na seção anterior. O histórico composto de 251

observações foi então classificado em ordem decrescente (do maior retorno ao pior retorno) para a aplicação do nível de confiança de 95%.

Neste caso, o VaR é dado pelo 95º percentil dos dados históricos, o que implica que 95% dos retornos históricos são maiores que o VaR e que os 5% retornos restantes são os piores resultados ocorridos.

Para a aplicação do método de Variâncias-Covariâncias, supõe-se que os retornos seguem uma distribuição normal. Calcula-se assim a média e desvio padrão da série de dados, e a estimação do VaR é feita pela expressão $VaR(95\%) = \mu + 1{,}65\ \sigma$.

A Tabela 5 apresenta os valores percentuais do VaR para cada portfólio considerado neste trabalho, estimado pelos métodos de Simulação Histórica e Variância-Covariância.

Tabela 5 – VaR percentual estimado.

	Sem venda (%)	**Com venda** (%)	**Livre de Risco** (%)
Simulação Histórica	1,5457	1,4774	3,3795
Variância-Covariância	1,6691	1,6031	3,7825

Fonte: Autor.

Para o portfólio que permite vender a descoberto, temos um VaR diário de 1,4774% estimado pela Simulação Histórica. Isto significa que, no próximo dia de negociações, existe chance de 5% do retorno do portfólio ser pior que -1,4774%.

Como os métodos de estimação do VaR possuem suposições teóricas diferentes, não é possível determinar um método melhor. O gestor deverá adotar o método que melhor se adequa aos seus dados, e o presente trabalho utilizou os dois métodos apenas para fins de estudo e aplicação da teoria.

Uma conclusão que pode ser retirada dos resultados da Tabela 5 é que o VaR calculado pelo método de Variância-Covariância é maior que o estimado pela Simulação Histórica em todos os portfólios. Isso significa que o método de Variância-Covariância foi mais conservador e pessimista, oferecendo maior proteção contra o risco futuro caso seja adotado pelo investidor.

Desse modo, adota-se os valores percentuais do VaR calculados pelo método de Variância-Covariância para o próximo estudo realizado.

5.3 Aplicação do VaR nos portfólios

Considere a disponibilidade de R$150.000 para a aplicação nos portfólios obtidos por meio do modelo de Markowitz. Sendo assim, sabe-se o percentual deste valor que deve ser investido em cada ativo para obtenção do portfólio de mínimo risco pela Tabela 4. A Tabela 6 apresenta todos os resultados obtidos até o momento para cada portfólio.

Tabela 6 – Retorno e VaR dos portólios.

	Sem venda	**Com venda**	**Livre de Risco**
Capital	R$ 150.000	R$ 150.000	R$ 150.000
Retorno diário esperado	R$ 105,22	R$ 117,96	R$ 360,59
VaR (95%)	R$ 2.503,66	R$ 2.404,73	R$ 5.673,90

Fonte: Autor.

Quando apresentado em unidade monetária – como é feito na área – o conceito de perda esperada fica evidente. Neste caso, para o primeiro portfólio, a perda não ultrapassará R$2.503,66 no próximo dia de negociações, com um nível de confiança de 95%. Assim o gestor pode julgar se está disposto a expor-se ao risco apresentado pelo VaR.

É possível também averiguar qual foi o desempenho dos portfólios no próximo dia de negociações. Visto que o último dado foi coletado no dia 31/10/2017, apresenta-se a seguir na Tabela 7, os retornos reais para o dia 1/11/2017.

Tabela 7 – Retorno realizado no próximo dia de negociações.

	Sem venda	**Com venda**	**Livre de Risco**
Retorno diário esperado	R$ 105,22	R$ 117,96	R$ 360,59
VaR (95%)	R$ 2.503,66	R$ 2.404,73	R$ 5.673,90
Retorno realizado	- R$ 69,11	R$ 44,53	- R$ 2.240,65

Fonte: Autor.

Percebe-se que no dia 1º de novembro de 2017, todos os portfólios obtidos tiveram desempenho inferior ao esperado. Apesar disso, nenhum retorno ultrapassou a estimação do VaR, o que é esperado, dado o nível de confiança de 95%.

O primeiro portfólio e o portfólio com o ativo livre de risco tiveram retornos negativos, o que evidencia a incerteza do mercado. Constata-se então que, apesar da gestão de risco realizada, ainda existem diversos fatores externos a considerar, como questões macroeconômicas, a política, o desempenho da empresa, entre outros, mostrando a incerteza que existe na gestão de portfólios.

6 Considerações Finais

Este trabalho realizou um estudo do modelo da Média-Variância de Markowitz para otimização de portfólios e do VaR para determinação da perda máxima esperada.

Os resultados do modelo de Markowitz indicaram que o portfólio no qual é permitido vender a descoberto foi o portfólio de menor risco dentre os três obtidos. Enquanto a suposição de transações com um ativo sem risco criou um portfólio de alto retorno esperado mas com um alto risco associado.

Constata-se a aplicabilidade do VaR como métrica de risco, dada a clareza de sua interpretação e por resumir a perda esperada na unidade monetária. Desse modo, a inclusão do VaR enriqueceu a gestão de riscos realizada pela otimização de portfólios do modelo de Média-Variância de Markowitz.

A aplicação destes métodos aos portfólios evidencia a importância da gestão de risco. Apesar de o portfólio determinado ser o de menor risco, o mercado é marcado por incertezas inerentes. Portanto, é indispensável a aplicação da teoria.

7 Agradecimentos

A primeira autora agradece à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante o período de realização deste trabalho.

8 Referências

Banco Central do Brasil. (2017). Sistema Gerenciador de Séries Temporais. Disponível em: https://www3.bcb.gov.br/sgspub/. Acessado: 2017-11-17.

BM&FBOVESPA (2017). Carteira Teórica do Ibovespa. Disponível em: http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-composicao-da-carteira.htm. Acessado: 2017-11-16.

Bruni, A. L. e Famá, R. (1998) Moderna Teoria de Portfólios: é possível captar, na prática, os benefícios decorrentes de sua utilização? Resenha BM&F, São Paulo, n. 128, p. 19-34, nov/dez.

Cheung, Y.H. e Powell, R. J. (2012). Anybody can do Value at Risk: A Nonparametric Teaching Study. Australian Accounting Business and Finance Journal, 6(1), p. 111-123.

Dowd, K. (1998). Beyond Value at Risk: The new science of Risk Management. West Sussex: John Wiley & Sons.

Elton, E. et al.(2012). Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos. [S.l.]: Elsevier Brasil.

InfoMoney. (2017). Altas e Baixas. Disponível em: http://www.infomoney.com.br/mercados/ferramentas/altas-e-baixas. Acessado: 2017-11-16. 2017.

Jorion, P. (2001). Value At Risk The New Benchmark For Managing Financial Risk. 2. ed. New York: McGraw-Hill Education.

Magalhães, M. N. (2007). Noções de Probabilidade e Estatística. São Paulo: Edusp.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance, v. 7, n. 1, p. 77–91.

Stambaugh, F. (1996). Risk and Value at Risk. European Management Journal. vol.14. no.6. p. 612-621.