Restrição de trocas de linhas no problema de programação de ônibus em um modelo de fluxo de custo mínimo

Éder Vasco Pinheiro
WPLEX Software Ltda.
Rod SC 401, 8600 Bloco 5, Sala 101 - Santo Antônio de Lisboa, Florianópolis - SC, 88050-000
eder.pinheiro@wplex.com.br

Sylvain M. R. Fournier
WPLEX Software Ltda.
Rod SC 401, 8600 Bloco 5, Sala 101 - Santo Antônio de Lisboa, Florianópolis - SC, 88050-000
sylvain@wplex.com.br

Eduardo Otte Hülse
WPLEX Software Ltda.
Rod SC 401, 8600 Bloco 5, Sala 101 - Santo Antônio de Lisboa, Florianópolis - SC, 88050-000
eduardo.hulse@wplex.com.br

RESUMO

A programação de veículos é uma etapa do planejamento operacional de transporte de passageiros. Entre as abordagens de otimização utilizadas para resolver esse problema, há o tradicional modelo de fluxo de menor custo. Nessa abordagem, implementada em um módulo do *software* WPLEX-ON, a função objetivo do modelo é ponderada para que sejam minimizados o número de veículos utilizados, o tempo parado e o tempo para reposicionar veículos. A esses objetivos, acrescenta-se a limitação do veículo alternar entre linhas distintas, pois apesar ser uma oportunidade de reduzir o custo operacional, programações com muitas trocas de linhas podem ser difíceis de operacionalizar. Por isso, neste artigo se propõe um parâmetro de impedância para esse objetivo que varia entre valores que podem ativá-lo ou desconsiderá-lo completamente. Dessa forma, apresenta-se a definição do grafo do modelo utilizado, focando na descrição dos pesos e nas propriedades das soluções devido ao parâmetro de impedância, e por fim, os resultados dos estudos de casos reais.

PALAVRAS CHAVE. Programação de Ônibus, Troca de linhas, Modelo de fluxo de custo mínimo

Tópico do artigo: L&T - Logística e Transporte

ABSTRACT

Vehicle Scheduling is one of the stages of operational planning for passenger transportation. Among the optimization approaches to solve this problem, there is the well known network minimal cost flow model. For that approach, which is implemented in the software WPLEX-ON, the objective function is weighted so that the number of vehicles, the time stopped and the time of the vehicle moving without passengers for repositioning are minimized. In addition to these aims, a limitation to changing bus lines was added. That is because while allowing vehicles to alternate between lines can reduce the operational cost, many line exchanges may be operationally undesirable. Therefore, in this article is proposed an impedance parameter for this objective that varies between values that can activate it or disregard it completely. Therefore, it presents the definition of the graph used, focusing on the description of the weights and on the solutions properties against the parameter, and the results of the real case studies.

KEYWORDS. Bus Scheduling, Line Changing Impedance, Minimal Cost Flow Model

Paper topic: L&T - Logistics and Transportation

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

1. Introdução

O processo de planejamento do transporte público consiste em diferentes etapas recorrentes que são normalmente executadas sequencialmente [Ceder, 2007; Daganzo, 2010] e são organizadas em níveis estratégico, tático e operacional. Esse último nível abrange as decisões de curto prazo focadas na alocação veículos e tripulantes (motoristas e cobradores) às viagens ofertadas.

Divido a dificuldade computacional do planejamento operacional utiliza-se uma metodologia sequencial com três etapas. Elas são conhecidos como programação de veículos (*Vehicle Scheduling Problem - VSP*), programação diária da tripulação (*Crew Scheduling Problem - CSP*) e escalonamento dos tripulantes (*Crew Rostering Problem - CRP*). Cada uma das etapas são problemas que podem ser resolvidos por diversas abordagens [Ibarra-Rojas et al., 2015].

A WPLEX Software fornece diversas ferramentas para prestadores de serviço de transporte por ônibus no Brasil. Elas são destinadas ao controle da frota, informação ao passageiro e apoio ao planejamento operacional. Este artigo apresenta uma melhoria em um dos modelos utilizados na suíte de planejamento operacional, que é uma modificação em uma abordagem do problema programação de veículos para considerar restrição por alternâncias de linhas de ônibus, que são grupos de itinerários de ônibus semelhantes.

Na Seção 2 define-se o problema *VSP* de acordo com a literatura e na Seção 3 detalham-se os pesos dos arcos para se atender determinados objetivos. A Seção 4 contém os resultados de experimentos com dados reais mostrando o impacto do valor do parâmetro de impedância sobre o uso de múltiplas linhas por um veículo. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões e enumera algumas perspectivas para trabalhos futuros.

2. O Problema de Alocação de Veículos

A alocação de veículos consiste em formar sequenciamentos que cubram todas as viagens que possuem horários previamente definidos e informados aos passageiros. Cada viagem da tabela horária precisa estar coberta um única vez e cada sequência de viagens, chamada de bloco (Figura 1), deve ser viável para que um veículo a execute integralmente. Isso deve ser feito de forma que o custo operacional seja minimizado.

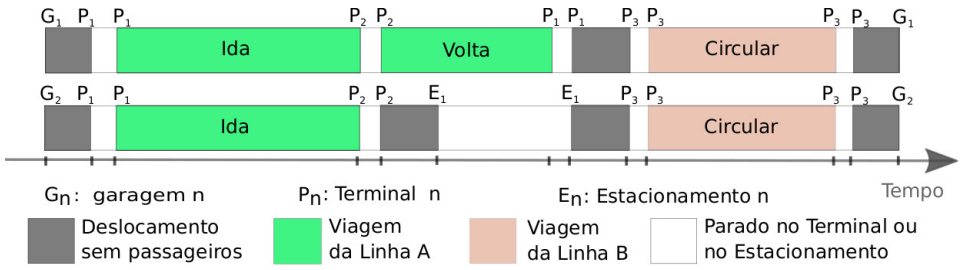


Figura 1: Ilustrações de dois blocos - sequenciamento de viagens compatíveis

O custo operacional dos veículos, ou custo de rodagem, é composto principalmente pelo consumo de combustível e o desgaste de veículo [Bunte and Kliewer, 2009]. O custo de rodagem gera uma parcela mais significativa do custo total da frota, o qual contém também o custo de propriedade do ativo, como financiamentos e depreciação dos ônibus. O custo de rodagem depende principalmente da distância percorrida e das tecnologias dos veículos. A tecnologia corresponde ao tipo de veículo, que está associada à sua capacidade e acaba definindo o custo por quilômetro.

Além de terem seus horários fixados em uma tabela, as viagens possuem itinerários pré-determinados com terminais de origem e destino. Os itinerários são agrupados em linhas de ônibus que por sua vez são criadas no momento da definição da rede de transporte [Ceder, 2007] e possuem rotas semelhantes. O caso mais comum é a linha possuir itinerários de ida e volta.

Quando duas viagens podem ser executadas por um mesmo veículo elas são ditas compatíveis [Steinzen, 2007]. Para que isso ocorra, primeiramente, o término de um viagem deve acontecer

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

antes do início da outra. Ademais, podem existir outras restrições para que a compatibilidade se verifique, tais como diferenças de linhas. A conexão entre elas se dá por um elemento improdutivo, que pode ser deslocamento sem passageiros, tempo ocioso ou ambos. Os deslocamentos sem passageiros podem ser entre terminais distintos ou nos trajetos de ida e volta para um estacionamento de veículos. O tempo ocioso, por sua vez, acontece sempre que o veículo fica parado no terminal ou no estacionamento.

É comum na literatura sobre programação de veículos [Bertossi et al., 1987; Lobel, 1999; Huisman et al., 2001; Gintner et al., 2005; Kliewer et al., 2008; Hassold and Ceder, 2014; Zuo et al., 2015] definir o bloco como o conjunto de todos os eventos entre as garagens de início e fim. Com esta definição, os veículos podem ficar parados entre os eventos sempre que os tempos entre as viagens for menor do que um valor limite, conhecido como *layover* máximo. Por isso, o conceito de blocos utilizado neste artigo, ilustrado na Figura 1, pode conter estacionamentos intermediários, embora continue com início e fim em uma garagem. O deslocamento da garagem para o terminal é chamado de soltura e o deslocamento inverso de recolhida.

O problema de alocação de veículos é um tópico com literatura bem conhecida e com algumas revisões bastante abrangentes como Bunte and Kliewer [2009] e Daduna and Paixão [1995]. O *VSP* é organizado em tipos de problemas dependendo de características que impactam na complexidade e nas técnicas de modelagem utilizadas. Assim, os trabalhos em geral são organizados de acordo com o número de garagens e o tipo de frota.

Quanto ao número de garagens o problema pode ser de uma (*Single Depot Vehicle Scheduling*) ou várias garagens (*Multi Depot Vehicle Scheduling*). Essa característica depende da quantidade de garagens que a empresa de transporte possui e, principalmente, da forma como a área de operação é organizada [Daduna and Paixão, 1995]. A escolha entre programar para uma ou múltiplas garagens transforma o problema computacional de polinomial para NP-difícil. Assim, enquanto na primeira situação as abordagens podem ser baseadas em modelos de grafos tais como *Minimal Decomposition Model*, *Assignment Model*, *Transportation Model* e *Minimal Cost Network Flow Model*, na outra usam-se adaptações heurísticas Gintner et al. [2005]; Zuo et al. [2015], modelos *multi commodities* [Lobel, 1999] ou particionamento de conjuntos [Ribeiro and Soumis, 1994].

Além disso, o problema pode ter frota homogênea ou heterogênea, ou seja, as viagens podem ou não ser atendidas por veículos com mesmo tipo de tecnologia. As razões para que a empresa precise utilizar diferentes tipos de tecnologias são relacionadas às especificidades da demanda, entre as quais elenca-se condições técnicas das vias, diferenciação do serviço e capacidade de atendimento [Hassold and Ceder, 2014; Gintner et al., 2005].

3. Descrição do Grafo para o Modelo de Fluxo de Custo Mínimo

A fim de resolver o VSP com uma garagem e uma tecnologia utiliza-se um modelo de fluxo de custo mínimo. Quando precisa-se resolver o problema com várias garagens e tecnologias a abordagem é resolver primeiro o problema mais simples e aplica-se um pós-processamento para atribuição das várias opções. A atribuição depende das demandas das linhas e das capacidades das tecnologias disponíveis. São atribuídas aquelas que tiverem o menor custo e atenderem a demanda da linha. O decorrer desta seção apresenta o modelo de fluxo de custo mínimo utilizado.

A definição dos conjuntos de nós N e arcos A no grafo $G = (N, A)$ do modelo de fluxo de custo mínimo para a geração de blocos depende das viagens e da possibilidade de sequenciamento delas. Denotando o número de viagens por n, então a cardinalidade do conjunto N é $(2n + 2)$, que corresponde a dois nós, origem (o_i) e destino (d_i), para cada viagem i, mais um nó indicando o início (o_0), e outro o final (d_0) do percurso do veículo. O número de arcos em A, por sua vez, depende da possibilidade de conexão entre as viagens. Todavia alguns arcos são essenciais, o que faz haver pelo menos $(3n + 1)$ arcos, três para cada viagem e um de retorno.

O conjunto de arcos é composto por arcos de viagens, de soltura e recolhida e de conexão entre viagens. Esses últimos podem ser arcos de deslocamentos, de estacionamentos ou de espera no terminal. Portanto, o conjunto A é decomposto em cinco subconjuntos disjuntos: A^v (viagens),

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

A^{sr} (soltura e recolhida), A^{cp} (conexão entre viagens com veículo parado no terminal), A^{cd} (conexão através de deslocamento sem passageiro) e A^{ce} (conexão com estacionamento). Os conjuntos A^{cp}, A^{cd} e A^{ce} possuem a característica comum de conectar viagens, por isso são agrupados no conjunto dos arcos de conexão A^c. Neste contexto, o que se refere como conexão pode se dar ou não entre terminais distintos. Naturalmente quando os terminais são distintos é necessário haver deslocamento sem passageiros, passando ou não por um estacionamento. Se os terminais forem iguais, então a conexão pode significar permanecer no terminal ou ir até um estacionamento e voltar.

Considere no exemplo a seguir uma instância com três terminais distintos T_1, T_2 e T_3 e uma garagem. Supõe-se, também, que cada deslocamento sem passageiro têm duração de 30 minutos e o *layover* máximo em todos os terminais é de 10 minutos.

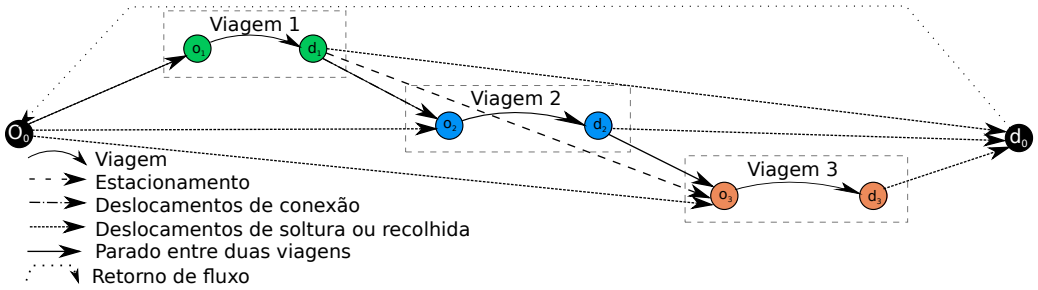


Figura 2: Grafo descrevendo uma instância de VSP com três viagens

A Tabela 1 indica para cada viagem os horários de partida e chegada nos terminais de origem e destino respectivamente. Assim, as viagens 1 e 2 podem ser executadas pelo mesmo veículo, pois há possibilidade de que ele vá sem passageiros do terminal T_2 para o T_1. O mesmo poderia acontecer entre as viagens 1 e 3, mas como o veículo não pode ficar parado por mais de 10 minutos em um terminal, então resta somente a possibilidade de sequenciar essas viagens no mesmo veículo se ele for deslocado para um estacionamento no ínterim delas. Entre as viagens 2 e 3 o veículo pode ficar parado durante 30 minutos no terminal T_3. Portanto, o grafo relacionado a esse exemplo, disposto na Figura 2, que possui $n = 3$, apresenta oito nós e treze arcos. Entre esses arcos, três são arcos que conectam os pares de nós referente a cada viagem e seis são arcos que representam a possível soltura e recolhida para cada viagem. Os três arcos a mais são arcos que indicam possibilidade de conexão: entre as viagens 1 e 2 (deslocamento sem passageiro), entre as viagens 1 e 3 (deslocamentos passando por um estacionamento) e entre as viagens 2 e 3 (veículo fica parado no terminal).

Viagem	Terminal de Origem	Terminal de Destino	Horário Partida	Horário Chegada
1	T1	T2	08:00	08:30
2	T1	T3	09:00	09:30
3	T3	T2	10:00	10:30

Tabela 1: Tabela horária para o exemplo de alocação de veículos

Cada conjunto de caminhos partindo de o_0 e finalizando em d_0 e que contém todos os arcos de viagens representa uma solução para o problema de alocação de veículos. A Figura 3 apresenta o destaque de uma solução com dois caminhos, ou seja, dois veículos. Um deles será destinado às viagens 1 e 3 passando por um estacionamento, enquanto o outro executará a Viagem 2. A qualidade da solução depende das preferências da empresa. Assim, enquanto uma pode favorecer as trocas de linhas para reduzir a quantidade de veículos ou o custo de rodagem, outra busca evitar a alternância em razão de dificuldades operacionais que tal prática proporciona.

Cada arco $a \in A$ tem um custo c_a que deve ser definido apropriadamente para que os objetivos do problema sejam atingidos. De fato, entre todas as possíveis soluções viáveis, o que se procura é a solução com menor custo dado pela soma dos pesos dos arcos de cada caminho. A

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

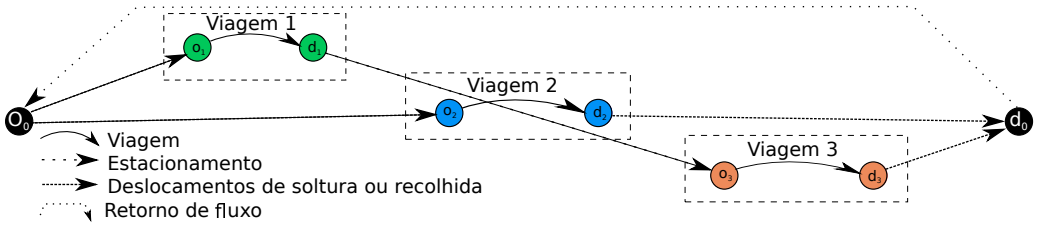


Figura 3: Exemplo de alocação de veículos às viagens

definição desses custos, por sua vez, depende de qual dos subconjuntos o arco pertence. Conforme a notação dos nós de origem e destino, então qualquer arco $a \in A$ pode ser descrito por um par de nós $o_i d_i$, $d_i o_j$, $o_0 o_i$ ou $d_i d_0$, com i, j pertencentes a N.

O modelo de fluxo de custo mínimo para este problema, descrito em [Bunte and Kliewer, 2009], consiste em minimizar o somatório dos custos dos arcos da rede de forma que restrições de conservação de fluxo e, também, restrições para garantir que os arcos de viagem A^v sejam selecionados. Escrito com a notação utilizada para os propósito deste trabalho, o modelo é

$$\text{minimizar} \sum_{i,j \in N} c_{o_i d_i} x_{o_i d_i} + c_{d_i o_j} x_{d_i o_j} + c_{o_0 o_i} x_{o_0 o_i} + c_{d_i d_0} x_{d_i d_0}$$

$$\text{sujeito a: } x_{o_i d_i} - x_{o_0 o_i} - \sum_{d_j o_i \in A^c} x_{d_j o_i} = 0, \qquad \forall i \in N$$

$$\sum_{d_i o_j \in A^c} x_{d_i o_j} + x_{d_i d_0} - x_{o_i d_i} = 0, \qquad \forall i \in N$$

$$\sum_{o_0 o_j \in A^c} x_{o_0 o_j} - x_{d_0 o_0} = 0,$$

$$x_{d_0 o_0} - \sum_{d_j d_0 \in A^c} x_{d_j d_0} = 0,$$

$$x_{o_i d_i} = 1, \qquad \forall o_i d_i \in A^v$$

$$x_{o_i d_i}, x_{d_i o_j}, x_{o_0 o_i}, x_{d_i d_0} \geq 0 \text{ e inteiros}, \qquad \forall i, j \in N.$$

A função peso por troca de linha usada para aplicar impedância às trocas de linha precisa expor um parâmetro para possibilitar o uso de acordo com a necessidade de cada realidade. Assim, para todo número real α pertencente ao intervalo $[0, 1]$ e para viagens i e j define-se a imagem por

$$p_\alpha(i, j) = \begin{cases} 1 + (c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j})\alpha^3, & i \text{ e } j \text{ executam linhas diferentes} \\ 0, & i \text{ e } j \text{ executam linhas iguais,} \end{cases} \tag{1}$$

em que $c_{d_i d_0}$ e $c_{o_0 o_j}$ são respectivamente os custos dos arcos de recolhida e soltura relativos às viagens i e j cujos valores podem ser vistos na Tabela 2. A impedância para trocas de linhas, portanto, é uma fração da soma dos custos de recolhida e soltura respectivamente das viagens anterior e posterior. Ela foi definida dessa forma para que as propriedades 1 e 2 sejam garantidas. Essas propriedades dizem respeito às soluções a serem obtidas quando α é um valor dos extremos do intervalo $[0, 1]$, ou seja, as soluções devem conter ou todas as trocas possíveis ou nenhuma troca, semelhante ao que é apresentado nos exemplos da Figura 4. O valor cúbico foi escolhido em função da suavidade dessa função e do aumento da velocidade de crescimento no intervalo $[0, 1]$, o que apresentou uma variação mais equilibrada das trocas de linhas em função de α para um conjunto de testes.

Para o usuário do *software* que utiliza este modelo, o parâmetro de impedância apresenta-se em uma tela de parâmetros do modelo na forma de um controle deslizante que possui uma escala

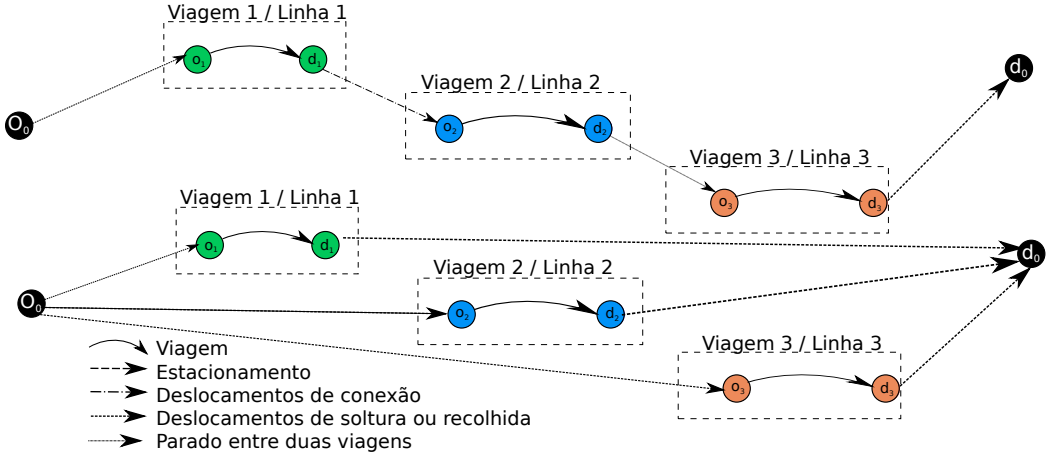


Figura 4: Acima: caminho ótimo obtido com $\alpha = 0$, i.e, sem restrição para troca de linhas. Abaixo: caminho ótimo obtido com $\alpha = 1$, i.e, proibição de trocas de linhas. Em ambos os caminhos o arco de retorno (d_0, o_0) foi intencionalmente removido para simplificar a ilustração

inversa à do valor α usado na modelagem. Ou seja, o valor da impedância é indicado como um parâmetro representando a intensão por troca de linhas. Portanto, quanto menor ou maior for esse parâmetro, menor ou maior é o desejo do usuário pela troca de linhas.

Para a definição dos custos na Tabela 2 algumas notações precisam ser apresentadas. O tempo entre duas viagens i e j é denotado por τ_{ij}. A duração do deslocamento sem passageiros entre dois terminais distintos d_i e o_j é denotado por $t_{des}(d_i, o_j)$. Quando o veículo desloca-se entre um ou dois terminais passando por um estacionamento, então os tempos para ir e voltar do estacionamento são somados e a representação do valor total é dada por $t_{est}(d_i, o_j)$, d_i e o_j podendo ser iguais ou diferentes. Os tempos de deslocamento de soltura ou recolhida para alguma viagem i são denotados respectivamente por $t_{des}(o_0, o_i)$ e $t_{des}(d_i, d_0)$. O valor T refere-se ao total de janela possível para operação usando o *software*, que atualmente é 1799 minutos, ou seja, 29h59min.

$(o_i, d_i) \in A^v$	$\implies$	$c_{(o_i,d_i)} = 0$	(2)
$(o_0, o_i) \in A^{sr}$	$\implies$	$c_{(o_0,d_i)} = T/2 + t_{des}(o_0, d_i)$	(3a)
$(d_i, d_0) \in A^{sr}$	$\implies$	$c_{(o_i,d_0)} = T/2 + t_{des}(o_i, d_0)$	(3b)
$(d_i, o_j) \in A^c$	$\implies$	$c_{(d_i,o_j)} = t_{ij} + \tau_{ij} + p(\alpha, i, j), \quad t_{ij} = \begin{cases} 0, & A^{cp} \\ t_{des}(d_i, o_j), & A^{cd} \\ t_{est}(d_i, o_j), & A^{ce} \end{cases}$	(4)

Tabela 2: Pesos dos arcos

Esses custos foram definidos para que os objetivos anteriormente descritos fossem alcançados. Notadamente, os mesmos objetivos podem ser perseguidos com valores diferentes de custos, pois o que importa são as diferenças relativas entre os arcos. Todavia, esses valores específicos foram escolhidos para atender algumas propriedades desejadas. Os custos dos arcos de viagem (Equação 2) são iguais a zero pois cada viagem pertence a pelo menos um caminho e o que importa no modelo é a ligação entre as viagens.

As parcelas que compõem o custo dos arcos de soltura (Equação 3a) e recolhida (Equação 3b), por sua vez, são $T/2$ e os tempos médios de deslocamento entre o terminal e a garagem. O primeiro é um valor grande o suficiente para que seja um penalidade para a quantidade de veículos. Como os arcos de soltura e recolhida sempre são atribuídos aos pares, então o valor da soma será pelo menos T. Assim, evita-se a possibilidade de que a conexão viável de duas viagens seja pior

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

do que atribuir cada viagem a um veículo. Além disso, esses custos não podem ser muito grandes, porque eles impactam no valor da impedância por trocas de linhas (Equação 1) e isso precisa acontecer de forma amena à medida que o valor α varia. A segunda parcela, o tempo médio, existe para que os deslocamentos muito demorados sejam evitados. Esses tempos médios, inclusive, variam por faixas horárias, pois o tempo de percurso varia ao longo do dia.

Os pesos dos arcos de conexão (Equação 4) dependem do tipo de conexão e das linhas anterior e posterior. O tempo τ_{ij} está presente no custo independente do tipo, pois esse é um peso para ociosidade. O valor t_{ij}, por outro lado, busca pesar o deslocamento sem passageiros. O terceiro valor que compõe o custo desses arcos de conexão é a impedância por troca de linhas, que é outro componente do objetivo do modelo. A impedância como definida na Equação 1 garante as seguintes propriedades na modelagem.

Propriedade 1. *Não haverá sequenciamento de viagens com linhas distintas em todas instâncias do modelo se, e somente se,* $\alpha = 1$.

Demonstração. ($\Rightarrow$) Para demostrar a afirmação de ida, será utilizada a contrapositiva dela: Se $\alpha < 1$, então há sequenciamento de viagens com linhas distintas em pelo menos uma instância do modelo. Portanto, considere a instância com duas viagens i e j de linhas distintas e que $(d_i, o_j) \in A^{cp}$, ou seja, um arco de conexão com veículo parado no terminal. Com isso tem-se que $t_{ij} = 0$. Dado $\alpha \in [0, 1)$, defina $\tau_{ij} = (1 - \alpha^3)(c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j}) - 2$. Note que para essa instância há somente duas possíveis soluções S_1 e S_2, a primeira com cada viagem executada por veículos diferentes e a segunda com as duas viagens executadas pelo apenas um ônibus. Os custos dessas soluções, lembrando que $c_{o_i d_i} = c_{o_j d_j} = c_{d_0, o_0} = 0$, são respectivamente

$$C_{S_1} = (c_{o_0 o_i} + c_{d_i d_0}) + (c_{o_0 o_j} + c_{d_j d_0})$$
$$\text{e} \quad C_{S_2} = c_{o_0 o_i} + c_{d_i o_j} + c_{d_j d_0}.$$

Como $c_{d_i o_j} = \tau_{ij} + \alpha^3(c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j}) + 1$, e considerando também a definição de τ_{ij}, então

$$\begin{aligned} C_{S_2} &= c_{o_0 o_i} + [\tau_{ij} + \alpha^3(c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j}) + 1] + c_{d_j d_0} \\ &= c_{o_0 o_i} + [(1 - \alpha^3)(c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j}) - 2 + \alpha^3(c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j}) + 1] + c_{d_j d_0} \\ &= c_{o_0 o_i} + c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j} - 1 + c_{d_j d_0} = C_{S_1} - 1. \end{aligned}$$

Logo, $C_{S_2} < C_{S_1}$ e a solução S_2 é ótima, ou seja, as viagens de i e j são sequenciadas.

($\Leftarrow$) Agora será demonstrada a implicação de volta, ou seja, se $\alpha = 1$ então não haverá sequenciamento de viagens com linhas distintas. Perceba que se um bloco possui duas viagens com linhas diferentes, então devem existir duas viagens em sequência que possuem linhas distintas. Assim, são calculados os custos do bloco com esse par de viagens e dos blocos obtidos separando o anterior exatamente nestas viagens e adicionando os deslocamentos de soltura e recolhida. O resultado segue para todas as viagens que possuam linhas desiguais.

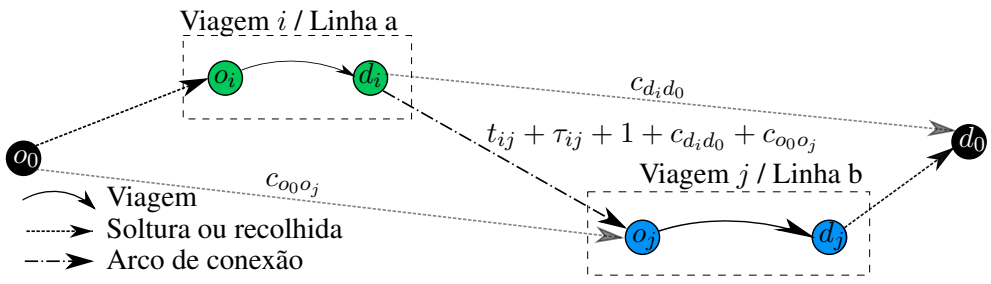


Figura 5: Ilustração da ideia da implicação de volta da Propriedade 1.

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

Considere i e j duas viagens seguidas em um bloco e cujas linhas são diferentes, como ilustrado na Figura 5. Esse bloco é um caminho B no grafo cujo custo C_B é a soma dos custos de todos os arcos que compõem o caminho:

$$C_B = \sum_{a \in B} c_a.$$

Assim, seja qualquer caminho no grafo contendo essas duas viagens terá como parcela do custo o termo $p(\alpha, i, j)$, independente do tipo de arco que conecte os dois nós relacionados a essas viagens, pois o termo faz parte da definição do custo dos três tipos de arcos de conexão.

Destacando o custo do arco que ligaria as duas viagens i e j, então o C_B fica

$$C_B = c_{(d_i,o_j)} + \sum_{a \in B \setminus \{(d_i,o_j)\}} c_a.$$

Substituindo o valor de $c_{(d_i,o_j)}$ apresentado na Tabela 2 com $\alpha = 1$ tem-se que

$$C_B = t_{ij} + \tau_{ij} + 1 + c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j} + \sum_{a \in B \setminus \{(d_i,o_j)\}} c_a.$$

Ao quebrar esse caminho que passa no arco (d_i, o_j), removendo tal arco e adicionando os arcos de soltura e de recolhida necessários para se completar os dois caminhos resultantes, B_1 e B_2, então a soma dos custos deles será

$$C_{B_1} + C_{B_2} = c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j} + \sum_{a \in B \setminus \{(d_i,o_j)\}} c_a,$$

pois as parcelas $c_{d_i d_0}$ e $c_{o_0 o_j}$ correspondem, respectivamente, ao custo do arco de recolhida a partir da viagem i e ao do arco de soltura para a viagem j.

Comparando os valores de C_B e $C_{B_1} + C_{B_2}$ dados nas equações anteriores, lembrando que o valor da soma $\tau_{ij} + t_{ij}$ é maior ou igual a zero, conclui-se que

$$\begin{aligned} C_B &= t_{ij} + \tau_{ij} + 1 + c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j} + \sum_{a \in B \setminus \{(d_i,o_j)\}} c_a \\ &> c_{d_i d_0} + c_{o_0 o_j} + \sum_{a \in B \setminus \{(d_i,o_j)\}} c_a = C_{B_1} + C_{B_2}, \end{aligned}$$

ou seja,

$$C_B > C_{B_1} + C_{B_2}.$$

Portanto, a solução com os dois caminhos é melhor do que a solução inicial no modelo de fluxo mínimo e, consequentemente, as viagens de linhas distintas não estarão no mesmo bloco. Como isso vale para quaisquer viagens seguidas com linhas distintas, então nenhum caminho poderá ter linhas diferentes. □

Propriedade 2. *Se $\alpha = 0$, então entre duas viagens que sejam em relação a uma terceira igualmente afastadas e compatíveis, mas somente uma daquelas com linha igual a esta, a preferência será para a conexão daquela que possuir mesma linha.*

Demonstração. Sejam i e j duas viagens com linhas distintas. Suponha, sem perda de generalidade, que exista uma viagem k que inicie após as viagens anteriores e com mesma linha de i. Além disso, considere que k é igualmente compatível a ambas, ou seja, além de poderem se conectar em termos temporais, satisfazem a igualdade $(t_{ik} + \tau_{ik}) = (t_{jk} + \tau_{jk})$. Pela definição de p, Equação 1, tem-se que $p(0, i, k) = 0$ e $p(0, j, k) = 1$. Portanto,

$$c_{(d_i,o_k)} = t_{ik} + \tau_{ik} + p(0, i, k) < t_{jk} + \tau_{jk} + p(0, j, k) = c_{(d_j,o_k)},$$

ou seja, $c_{(d_i,o_j)} > c_{(d_i,o_k)}$. Consequentemente i e k estarão no mesmo bloco. □

4. Resultados

A partir de instâncias reais de clientes do WPLEX-ON foram realizados experimentos a fim de verificar os resultados de acordo com os propósitos almejados, que são pesados nos custos dos arcos que compõem a função objetivo do modelo, e, também, o impacto do valor de impedância no custo de rodagem. Ressalta-se que tal custo não está explícito no modelo, cujos objetivos são temporais. Como o tempo varia em função da velocidade da via, a qual pode variar ao longo do dia devido ao trânsito, então não se pode garantir a relação direta entre tempo e distância.

As características das instâncias, expostas na Tabela 3, diferem em número de viagens, quantidade de linhas distintas, número de tecnologias veiculares disponíveis e o *layover* máximo. Os resultados de cada instância são apresentados em gráficos nas figuras 6, 7, 8 e 9. Esses gráficos,

Código	Qtd. Viagens	Qtd. Linhas	Qtd. Tecnologias	Máx. Layover
M59060	590	40	2	60
M59015	590	40	2	15
U95110	951	61	1	10
U95115	951	61	1	15

Tabela 3: Propriedades diferenciadoras das Instâncias

além de compartilharem a abscissa com os valores de α, possuem duas escalas nos eixo das ordenadas de cada um. Com isso, eles podem expressar quantidades inteiras, valores de tempo, valores de distância e valores em Reais. Assim, em cada par de gráficos, o superior contém as quantidades de veículos e de trocas de linhas, a medida de tempo improdutivo e o custo da solução do modelo de fluxo de menor custo, enquanto o outro contém a distância percorrida e o custo de rodagem.

Os resultados das instâncias M59060 e M59015, que só diferem pelo *layover* máximo, estão apresentados respectivamente nos gráficos da Figura 6 e da Figura 7. Nesses casos, As quantidades de cada tecnologia estão apresentadas com a quantidade total de veículos.

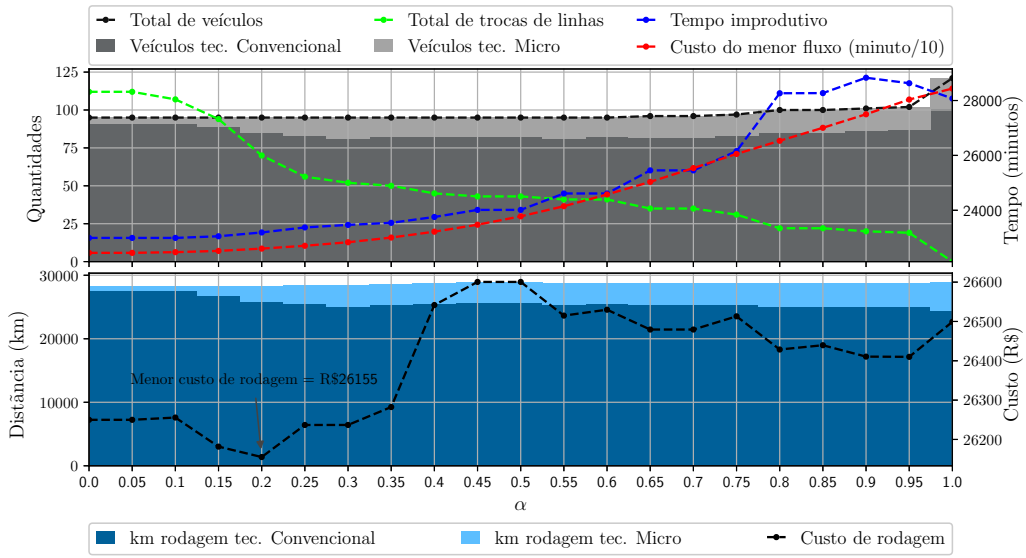


Figura 6: Gráficos com os resultados do modelo em função de α para a instância M59060

Coincidentemente o menor custo de rodagem acontece quando o valor de α foi igual a $0,2$ em ambos os casos. A diferença se deu na magnitude dos mínimos, que foi R$ 26.155 na instância de maior *layover* e R$ 26.503 na outra. Neste caso, isso acontece porque a redução do tempo de *layover* máximo implicou em diminuir a quantidade de arcos de conexão, ou seja, restringiu-se o conjunto de soluções viáveis. Este mesmo comportamento em relação ao número de troca de linhas pôde ser observado nos outros casos em que se variou o tempo máximo parado no terminal.

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

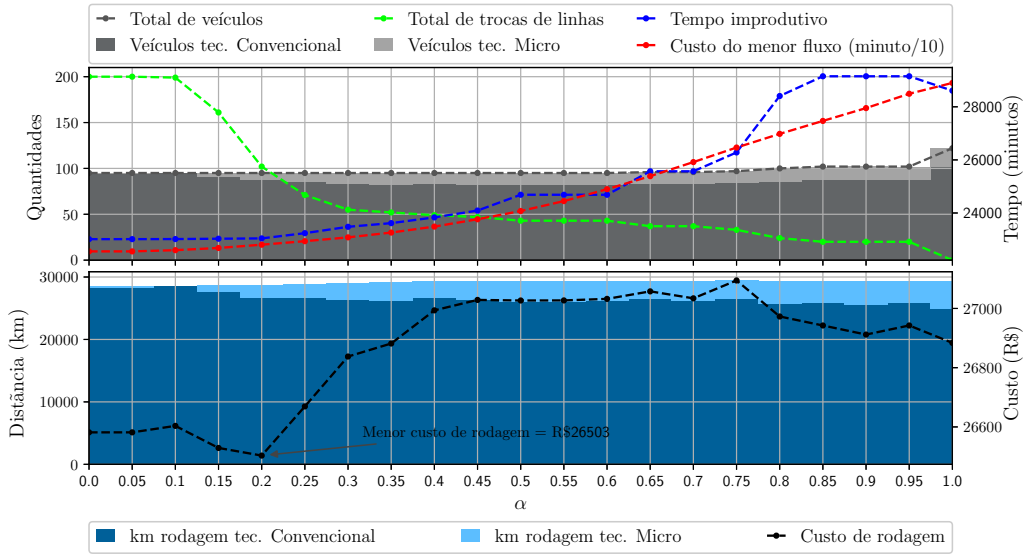


Figura 7: Gráficos com os resultados do modelo em função de α para a instância M59015

Nessas instâncias, a alocação de veículos contou com duas tecnologias, Convencional e Micro-ônibus, com custos de rodagem por quilômetro iguais a $0,93$ e $0,85$ Reais por quilômetro, respectivamente. A princípio poder-se-ia esperar que o menor custo de rodagem acontecesse com α igual a zero, todavia ele se deu casualmente quando α era $0,2$. Nesta situação, isso acontece porque há coincidência do maior uso da tecnologia mais barata para a distância total percorrida. Para verificar isso, observe no gráfico inferior da Figura 6 as variações das distâncias totais percorridas e a proporção das tecnologias utilizadas quando o valor da impedância varia de $0,15$ para $0,2$ e de $0,2$ para $0,25$. Na primeira variação a distância percorrida por Micro-ônibus tem o maior aumento, de 1.515 km para 2.441 km, enquanto que a distância total varia pouco, de 28.282 km para 28.334 km. Na segunda, por outro lado, a rodagem dos ônibus mais baratos se altera pouco, de 2.441 km para 2.944 km enquanto há um aumento da distância total maior que o da variação anterior, de 28.334 km para 28.464 km.

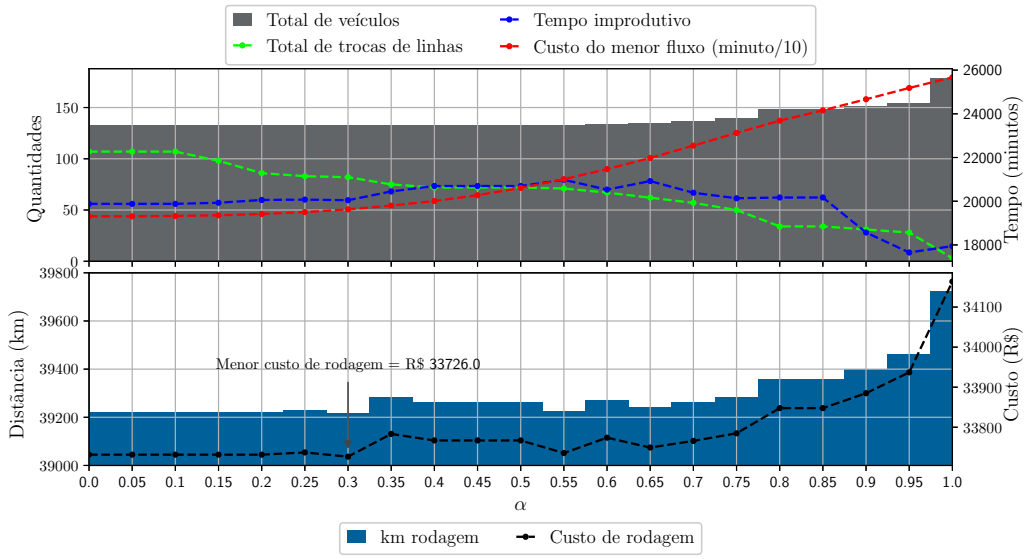


Figura 8: Gráficos com os resultados do modelo em função de α para a instância U95115

Os resultados das instâncias U95115 e U95110, mostrados respectivamente na Figura 8 e na Figura 9, apresentam características muito mais diferentes entre si. Pode-se verificar, por

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

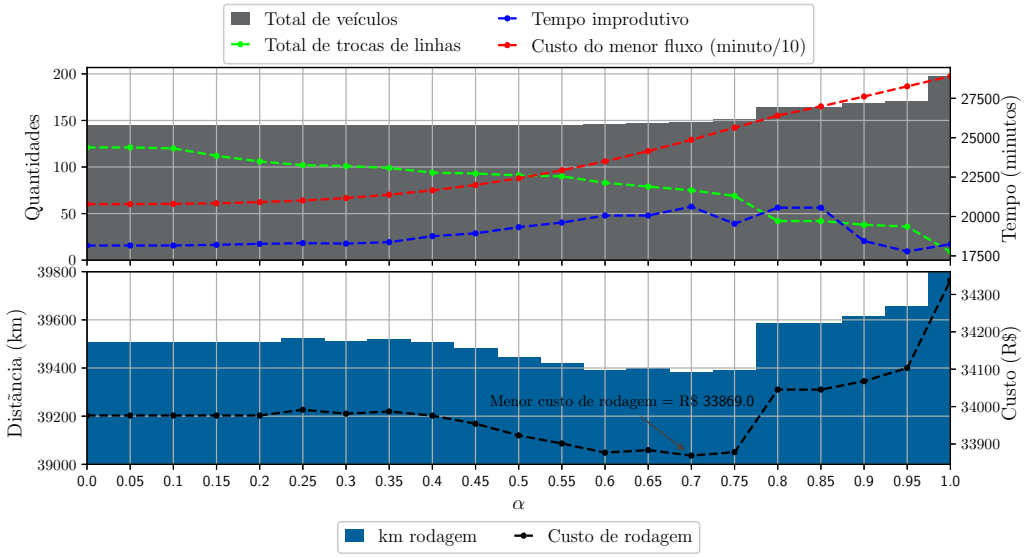


Figura 9: Gráficos com os resultados do modelo em função de α para a instância U95110

exemplo, que embora a primeira possui tempo improdutivo maior, o custo de rodagem é menor. Essa instância possui esses comportamentos tão distintos por dois principais motivos: a indisponibilidade de informações de deslocamentos entre terminais e entre garagens/estacionamentos e terminais, e o impedimento de conexões entre algumas linhas e garagens.

Pode-se verificar que em todas as instâncias o custo do fluxo mínimo é não-decrescente. Isso é esperado pois o aumento de α implica no incremento dos pesos de todos os arcos de conexão. Por outro lado, a quantidade de trocas de linhas é não-crescente. Essa é uma propriedade desejada para que o comportamento do modelo seja intuitivo para o planejador. Por fim, as demais medidas, a quantidade de veículos, o tempo improdutivo, a distância percorrida e o custo de rodagem, não apresentam comportamentos monotônicos.

O comportamento do tempo improdutivo varia bastante a depender da instância. Essa variação está relacionada com a forma como ele é mensurado, que é a soma do tempo parado em terminal ou em estacionamento com o tempo em deslocamentos sem passageiros. Com tal medida, todavia, é possível que o aumento de veículos a reduza. De fato, em todas as instâncias apresentadas, quando o número de veículos aumenta muito, verificado quando α é igual a um, o tempo improdutivo diminui. Como visto nessas instâncias, a importância desse indicador se deve ao fato de, não sendo possível reduzir o número de veículos, a redução da improdutividade é uma característica a ser buscada.

5. Conclusão

A introdução do parâmetro de impedância para troca de linhas está de acordo com a metodologia interativa para a programação de transporte oferecida pelo *software* WPLEX-ON, por meio ferramentas gráficas e modelagem. Dessa forma, o programador pode construir diversos cenários a fim de encontrar a melhor solução adequada para operação do seu sistema de transporte de ônibus.

Assim, conforme mostram os resultados dos testes em instâncias reais, a variação da impedância por troca de linha pode trazer benefícios de redução do custo de rodagem enquanto se busca por uma frota mínima e produtiva. Nas instâncias do teste, os menores custos de rodagem foram obtidos com impedâncias diferentes de zero, portanto nesta modelagem restringir trocas de linhas pode ser benéfico em termos de custo operacional. Os indicadores temporais e o total de veículos apresentaram comportamento esperado, proporcionalidade direta com o valor de impedância.

Os testes também estão de acordo com as propriedades demostradas no artigo, as quais são importantes para que o comportamento da solução em função do impedância seja intuitivo para o programador. Dessa maneira, atende-se a necessidade de empresas que buscam reduzir as trocas de

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br

linhas, mas que não não querem impedi-las completamente para não perder os ganhos econômicos que tal prática pode proporcionar.

A principal limitação deste trabalho consiste em não considerar diretamente no modelo multiplas garagens e distintas tecnologias, o que é feito em um pós-processamento. Em sentido mais amplo, a busca por soluções ótimas sem muitas trocas de linhas também é requisito para a programação de tripulação, todavia resolver esse problema com blocos previamente gerados não permite que algumas alternativas melhores sejam capturadas. Por isso, a integração de programação de veículos e tripulação em uma única abordagem apresenta-se como a alternativa mais apropriada. Esses dois pontos, portanto, compõem a direção para as próximas pesquisas.

Referências

Bertossi, a. a., Carraresi, P. and Gallo, G. (1987). On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks* **17**, 271–281. ISSN 00283045. 3

Bunte, S. and Kliewer, N. (2009). An overview on vehicle scheduling models. *Public Transport* **1**, 299–317. ISSN 1866749X. 2, 3, 5

Ceder, A. A. (2007). *Public Transit Planning and Operation: Theory, Modelling and Practice*. Elsevier. ISBN 0750661666. 2

Daduna, J. R. and Paixão, J. M. P. (1995). Vehicle Scheduling for Public Mass Transit - An Overview **430**, 9–11. ISSN 0160-5682. 3

Daganzo, C. F. (2010). Public Transportation Systems : Basic Principles of System Design, Operations Planning and Real-Time Control. 2

Gintner, V., Kliewer, N. and Suhl, L. (2005). Solving large multiple-depot multiple-vehicle-type bus scheduling problems in practice. *OR Spectrum* **27**, 507–523. ISSN 01716468. 3

Hassold, S. and Ceder, A. A. (2014). Public transport vehicle scheduling featuring multiple vehicle types. *Transportation Research Part B: Methodological* **67**, 129–143. ISSN 01912615. 3

Huisman, D., Freling, R. and Wagelmans, A. P. M. (2001). A dynamic approach to vehicle scheduling. Technical report, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam. 3

Ibarra-Rojas, O. J., Delgado, F., Giesen, R. and Muñoz, J. C. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B: Methodological* **77**, 38–75. 2

Kliewer, N., Gintner, V. and Suhl, L. (2008). Line Change Considerations Within a Time-Space Network Based Multi-Depot Bus Scheduling Model. In M. B. H. Künzi, ed., *Computer Aided Transit Scheduling*. Springer. 3

Lobel, A. (1999). Solving Large-Scale Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problems. *Computer-Aided Transit Scheduling* **0**, 193–220. 3

Ribeiro, C. C. and Soumis, F. (1994). A Column Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem. *Operations Research* **42**. 3

Steinzen, I. (2007). *Topics in Integrated Vehicle and Crew Scheduling in Public Transport*. Ph.D. thesis, University of Paderborn. 2

Zuo, X., Chen, C., Tan, W. and Zhou, M. (2015). Vehicle Scheduling of an Urban Bus Line via an Improved Multiobjective Genetic Algorithm. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* **16**, 1030–1041. 3

https://proceedings.science/p/85369?lang=pt-br