UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVO EM UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO E TESTE DE FUNCIONALIDADE

Sander Joner
IFPR - Campus Colombo
Colombo,PR, Brasil
sander.joner@ifpr.edu.br

Neida Maria Patias Volpi
Universidade Federal do Paraná - PPGMNE
Curitiba,PR, Brasil
neidavolpi@gmail.com

Joyce Rodrigues da Silva
Universidade Federal do Paraná - PPGMNE
Curitiba,PR, Brasil
joycee.07@gmail.com

Tulipa Gabriela Guilhermina Juvenal da Silva
Universidade Federal do Paraná - PPGMNE
Curitiba,PR, Brasil
tulipajs@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo matemático para um problema de dimensionamento de lotes com estoques intermediários controláveis entre a produção e o teste de funcionalidade dos itens produzidos, através de uma abordagem de otimização multiobjetivo. Um problema teste foi utilizado para analisar o *trade-off* entre custo do estoque intermediário, custo de *setup* e o custo de operação de forno onde é realizado o teste de funcionalidade dos itens produzidos. As soluções obtidas por este problema teste indicam que o conflito com o teste de fucionalidade e demais variáveis é determinante na construção das soluções ótimas. Além disso, há um ganho significativo no número de soluções não dominadas com o uso de mais de uma técnica de resolução.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento de Lotes, Otimização Multiobjetivo, Modelo Matemático

ABSTRACT

This paper presents a mathematical model for a problem of dimensioning of lots with controllable intermediate stocks between the production and the test of functionality of the items produced, through a multiobjective optimization approach. A test problem was used to analyze the trade-off between the cost of the intermediate stock and the operating cost of an oven where the functionality test of the produced items is performed. The solutions obtained by this test problem indicate that the conflict with the test of functionality and other variables is determinant in the construction of the optimal solutions. In addition, there is a significant gain in the number of non-dominated solutions with the use of more than one resolution technique.

KEYWORDS.
Batch Dimensioning, Multiobjective Optimization, Mathematical Model

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

1. Introdução

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes foi adaptado para uma empresa fabricante de produtos eletro-eletrônicos, o trabalho de Joner e Volpi [2017a], apresenta um modelo matemático 7, para esse problema. No trabalho citado, os autores resolveram o problema pelo método dos pesos, nesta abordagem e com os pesos adotados o conflito se deu apenas entre o custo de estoque e operação de forno. Neste trabalho, com a aplicação de novos métodos, a saber método E-restrito e *Goal Programming*, outras soluções foram obtidas, indicando conflito também entre *setup* e as funções anteriores. Com isso, este trabalho visa apresentar a nova fronteira obtida sistematicamente por meio dos métodos: Pesos, E-restrito e *Goal Programming*.

O problema que este trabalho estuda é um planejamento operacional de curto prazo, relacionado ao dia-a-dia da produção, cujo objetivo é definir as prioridades das ordens de produção dos itens e quais as máquinas que serão utilizadas (programação da produção), entre outros.

Os itens produzidos deverão passar por um teste de funcionalidade em fornos próprios para este fim que tem a particularidade de testar os itens por um curto período de tempo, com área restrita e sem interrupção. Isto exige um sincronismo entre a produção e a fase de teste através de um controle do estoque intermediário gerado.

Inspirados pela grande aplicabilidade dos problemas de dimensionamento de lotes da produção no nível operacional, neste trabalho será usado uma abordagem usando a otimização multiobjetivo para criar um modelo matemático para uma empresa multinacional do Sul do Brasil, fabricante de produtos eletro-eletrônicos, especificamente no processo de fabricação de inversores de frequência.

Na literatura alguns trabalhos abordam o problema de forma integrada aplicado a alguns setores industriais são eles: indústria de fundição de Araujo et al. [2004], suplementos para nutrição animal Toso et al. [2009], produção de papéis Santos e Almada-Lobo [2012], refrigerantes Ferreira et al. [2012] e Toledo et al. [2012], problemas multiestágios Ulbricht [2015] e modelo matemático com sincronismo entre a produção e o teste de funcionalidade de itens Joner e Volpi [2017a], entre outros. Apesar de existir vários trabalhos nesta área a abordagem multiobjetivo é pouco explorada.

O objetivo deste trabalho é apresentar métodos distintos, que são os mais conhecidos na literatura de multiobjetivo, com a finalidade de tentar explorar melhor o espaço de soluções. Esses métodos serão adaptados para o modelo matemático em questão.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: apresentação do problema, abordagem multiobjetivo que será utilizada, o modelo matemático proposto, um teste de aplicação, a fronteira de eficiência, analise dos resultados e por fim as conclusões.

O problema aqui apresentado é uma adaptação do problema apresentado por Joner e Volpi [2017b]. O modelo original sofreu algumas simplificações no conjunto de restrições, visto que o objetivo desse trabalho é estudar o comportamento dos métodos no espaço de busca das soluções.

Em um sistema produtivo, devem ser produzidos vários tipos de itens em um conjunto de máquinas num dado horizonte de planejamento. Em um intervalo de tempo, pode ser produzido mais de um tipo de item, desde que esta utilização não ultrapasse a capacidade de produção disponível. Entre a produção de lotes de tipos de itens diferentes em uma dada máquina, existe a necessidade de um tempo de preparação da mesma (tempos de *setup*).

Em sistemas produtivos compostos por máquinas distintas em paralelo, existe a possibilidade dos itens serem fabricados em várias máquinas, conforme a Figura 1. Nesses sistemas, a escolha da máquina para produção deve levar em consideração as diferentes taxas de produção e níveis de eficiência e assim incorrer em custos de produção diferentes.

No problema abordado, após produzidos os itens nas M máquinas paralelas, esses são enviados a um setor de teste de funcionamento, denominado "Células de Teste" ou fornos, que operam a uma temperatura elevada de modo a simular o funcionamento do produto em condições extremas, e que contam com conectores (*slots*) apropriados ao tipo de item que deve ser testado. Cada forno é ajustável a um grupo de itens. Um dos problemas encontrados, além do dimensionamento dos lotes

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

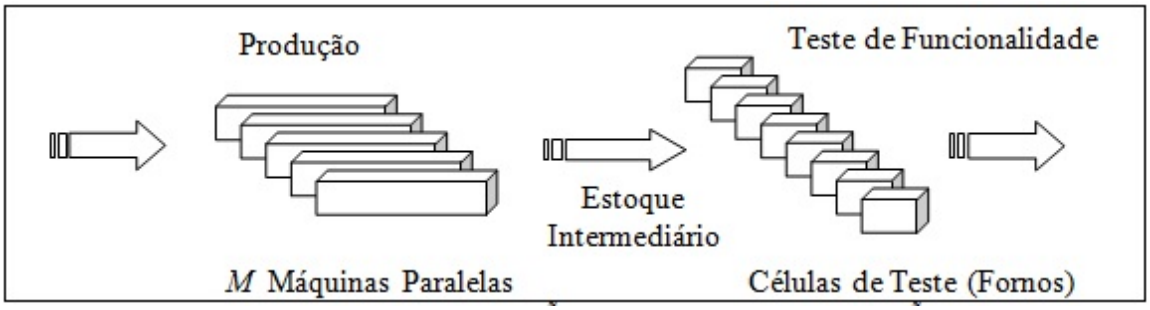


Figura 1: Representação do Ambiente de Produção
Fonte: Os Autores (2018)

na produção nas M máquinas paralelas, é o fato de tentar se trabalhar com as células teste (fornos) de forma que suas capacidades não sejam subutilizadas. Uma vez que uma célula de teste que tem capacidade para um número fixo de itens, começa a operar de forma a não estar completamente ocupada, o processo não pode ser interrompido por um tempo pré-determinado.

A espera por novos itens até a completa lotação do forno, implica no processo de resfriamento/aquecimento ou da manutenção da célula de teste aquecida durante um tempo, o que gera custos. Devido ao tempo para aquecimento da célula, é mais viável manter a célula sempre aquecida durante o horizonte de planejamento e desligá-la após não haver mais demanda.

Se não houver controle no processo de fabricação, pode-se incorrer tanto na falta de itens para completar espaços ociosos nas células de teste, bem como na produção demasiada de um determinado tipo de item em um mesmo período, o que gera estoque intermediário de itens não testados e consequentemente custos com estocagem e com acúmulo de itens gerando filas. Um dos objetivos para qual o modelo matemático foi formulado é o de estabelecer um controle dos estoques intermediários evitando filas em determinadas células e falta de itens em outras, limitando quantidade de itens em estoque intermediário.

Observa-se que nem sempre é possível ou viável produzir uma quantidade que possa suprir a capacidade da célula de teste num tempo pré-determinado. Devido à busca pela minimização de custos, torna-se necessário sempre que possível, utilizar ao máximo a capacidade das células teste buscando atender às demandas previstas para o horizonte de planejamento. Este ambiente de produção é complexo, pois para atender as demandas previstas, com o menor custo possível, é preciso saber o quanto produzir, em qual momento e controlar os estoques intermediários evitando filas para o teste de funcionalidade e ao mesmo tempo não deixando os fornos ociosos.

Existem conflitos associados às decisões de quantidades produzidas, custo de estocagem dos itens, ocupação e operação dos fornos, o que justifica utilizar a abordagem multiobjetivo.

2. Problema de Otimização Multiobjetivo

Um problema de otimização multiobjetivo, geralmente, consiste em minimizar (ou maximizar) simultaneamente um conjunto de critérios ou objetivos satisfazendo um conjunto de restrições. Em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que otimize cada um dos objetivos, mas sim um conjunto de soluções eficientes no qual nenhuma solução é melhor que outra solução para todos os objetivos. O decisor (*decision maker*) é o responsável pela escolha de uma solução eficiente particular que pondere os objetivos globais do problema.

Um problema geral de otimização multiobjetivo consiste em encontrar um vetor de variáveis de decisão (solução) que satisfaça restrições e otimize uma função vetorial cujos elementos representam as funções objetivos. Estas funções representam os critérios de otimalidade que, usualmente, são conflitantes. Portanto, o termo "otimizar"significa encontrar soluções cujas funções objetivo não podem ser melhoradas simultaneamente Deb [2001].

Formalmente, isto pode ser definido da seguinte maneira Deb [2001]:

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

$$min(ou \quad max)z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_r(x)) \tag{1}$$

sujeito a:

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), ..., g_p(x)) \leq b \tag{2}$$

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X \tag{3}$$

$$z = (z_1, z_2, ..., z_r) \in Z \tag{4}$$

onde, x é o vetor decisão, z é o vetor objetivo, X denota o espaço de decisões, e $Z = f(X)$ é a imagem de X denominada espaço objetivo. O conjunto de restrições (2), $b \in \mathbb{R}_p$ e o espaço X determinam o conjunto das soluções factíveis $X^* = \{x \in X / g(x) \leq b\}$. Portanto o problema pode ser reescrito como:

$$min(ou \quad max)z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_r(x)) \tag{5}$$

sujeito a:

$$x \in X^* \tag{6}$$

A imagem de uma solução $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X^*$ no espaço objetivo é um ponto $z = (z_1, z_2, ..., z_r) = f(x)$, tal que $z_j = f_j(x), j = 1, ..., r$. Na otimização de um único objetivo f, o espaço objetivo factível é completamente ordenado, no entanto, quando são considerados vários objetivos conflitantes em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que seja ótima com respeito a todos os objetivos. Por exemplo, em um problema de minimização, minimizar um dos objetivos pode causar o acréscimo de outros objetivos Pareto [1964].

Uma solução x_i domina uma solução x_j ($j \neq i$) se a $z(x_i)$ é melhor (considerando minimizar ou maximizar de acordo com cada função objetivo) que $z(x_j)$ em todas as funções objetivo, onde z é a função a ser otimizada Deb [2001].

Assim, adota-se como conjunto solução (fronteira, ou conjunto de Pareto) o conjunto de soluções não dominadas obtidas.

3. Modelo Matemático

A seguir são descritos os parâmetros, índices, dados e as variáveis de decisão que serão utilizados no modelo matemático.

Parâmetros:
N: quantidade de itens;
M: quantidade de máquinas;
T: quantidade de períodos no horizonte de planejamento;
F: quantidade de células de teste (fornos).

Índices:
i:item ($i = 1, \ldots, N$);
l: máquina ($l = 1, \ldots, M$);
t: período de produção ($t = 1, \ldots, T$);
f: células de teste ou fornos ($f = 1, \ldots, F$).

Dados:
D_i: demanda do item i no final do horizonte de planejamento;
st_i: tempo de *setup* para a produção do item i;
CP_{lt}: capacidade de produção disponível da máquina l no período t;

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

p_{il}: tempo de produção de uma unidade do item i na máquina l;
cs_i: custo de *setup* para produzir o item i;
h_i: custo de manutenção de uma unidade do item i não testado em estoque intermediário por período;
$cfoper_f$: custo de operação do forno f para a realização do teste de carga;
SP_l: conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina l;
CCT_f: ocupação máxima em área do forno f;
a_i: área ocupada pelo item i no forno f;
$CANT_t$: capacidade de armazenamento de itens não testados para cada período t.

Variáveis de Decisão:
q_{it}: quantidade do item i produzido no período t;
I_{it}: quantidade do item i não testado em estoque intermediário no final do período t;
qc_{it}: quantidade do item i do estoque intermediário que será enviado para teste no período t;
qcf_{itf}: quantidade do item i que será enviado ao forno f no período t;
z_{ft}: igual a 1, se o forno f está sendo utilizado no período t; e 0, caso contrário;
y_{itl}: igual a 1, se há *setup* do item i na máquina l no período t; e 0, caso contrário.

As condições iniciais são representadas por:
I_{i0}: quantidade de item i não testado no estoque intermediário, no período inicial;

Na formulação representada pelas equações (7) à (17) é apresentado o modelo matemático para o problema em estudo.

A função objetivo no modelo matemático 7 representa a minimização dos custos variáveis com *setup*, estoque e custos de operação e de utilização dos fornos.

$$\begin{aligned} min \quad & z = (f_1, f_2, f_3) \\ & f_1 = \sum_{l=1}^{M} \sum_{s=1}^{W} \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} cs_i \cdot y_{itl} \\ & f_2 = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} h_i \cdot I_{it} \\ & f_3 = \sum_{f=1}^{F} \sum_{t=1}^{T} cfoper_f \cdot z_{ft} \end{aligned} \tag{7}$$

e restrições (8) a (13).

O conjunto de restrições (8) garante que a quantidade de horas consumidas na produção, adicionada da quantidade de horas necessárias para preparação da máquina l, seja menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina l em cada período de tempo t.

$$\sum_{i \in SP_l} p_{il} \cdot q_{il} + \sum_{i \in SP_l} st_i \cdot y_{itl} \leq CP_{lt} \quad l = 1, \ldots, M \quad t = 1, \ldots, T \tag{8}$$

O conjunto de restrições (9) indica que somente haverá produção do item i no período t se a máquina estiver preparada para o item ($y_{itl} = 1$).

$$p_{il} \cdot q_{il} \leq CP_{lt} \cdot y_{itl} \quad l = 1, \ldots, M \quad t = 1, \ldots, T \quad i \in SP_l \tag{9}$$

O conjunto de restrições (10) realiza o balanço do estoque intermediário, relacionando quantidades produzidas, estoque intermediário de itens a serem testados com quantidades enviadas para células teste para cada item por período em todo o horizonte de planejamento.

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

$$I_{i,t-1} + \sum_{l=1}^{M} q_{il} - I_{it} = qc_{it} \quad t = 1, \ldots, T \quad i \in SP_l \tag{10}$$

O conjunto de restrições (11) indica que a quantidade de itens enviados para a célula de teste deve ser no máximo a quantidade do estoque intermediário do item no período anterior.

$$qc_{it} \leq I_{i,t-1} \quad i = 1, \ldots, N \quad t = 1, \ldots, T \tag{11}$$

O conjunto de restrições (12) garante que a quantidade de itens não testados, que compõem o estoque intermediário, não exceda a capacidade de armazenamento de itens não testados depois de retirados os itens enviados aos fornos.

$$\sum_{i=1}^{N} I_{it} \leq CANT_t \quad t = 1, \ldots, T \tag{12}$$

O conjunto de restrições (13) determina que a quantidade do item i que será enviado para teste no período t seja igual ao conjunto de todos os itens que serão enviados ao forno f no período t.

$$qc_{it} = \sum_{f=1}^{F} qcf_{itf} \quad i = 1, \ldots, N \quad t = 1, \ldots, T \tag{13}$$

O conjunto de restrições (14) indica que a quantidade máxima do item i que será enviado ao forno f no período t seja no máximo a ocupação em área do forno f.

$$\sum_{i=1}^{N} a_i \cdot qcf_{itf} \leq CCT_f \cdot z_{ft} \quad t = 1, \ldots, T \quad f = 1, \ldots, F \tag{14}$$

O conjunto de restrições (15) determina que a quantidade total do item i enviada à célula de teste dedicada a este item em todos os períodos, deve ser pelo menos igual à demanda do item i estabelecida para o horizonte de planejamento.

$$\sum_{t=1}^{T} qc_{it} \geq D_i \quad i = 1, \ldots, N \tag{15}$$

O conjunto de restrições (16) indica que as variáveis x_{isl},z_{ft} e w_{ft} são binárias.

$$y_{itl}, z_{ft} \in \{0, 1\} \quad l = 1, \ldots, M \quad f = 1, \ldots, F \quad t = 1, \ldots, T \quad i \in SP_l \tag{16}$$

O conjunto de restrições (17) indica que as variáveis q_{il},qc_{it} ,qcf_{itf} e I_{it} são inteiras não negativas.

$$q_{il}, qc_{it}, qcf_{itf}, I_{it} \in \mathbb{Z}^+, y_{itl} \geq 0 \quad l = 1, \ldots, M \quad i = 1, \ldots, N \quad t = 1, \ldots, T \tag{17}$$

Para validar o modelo proposto foram apresentados experimentos computacionais.

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

4. Aplicação e Análise dos Resultados

4.1. Dados utilizados

A aplicação do modelo foi realizada em um problema de pequeno porte. Como sugestão os custos utilizados na função objetivo poderão ser calculados usando a abordagem que será explicada a seguir. O custo de *setup* é calculado usando o tempo que a máquina fica parada sem produção, para executar a preparação. Primeiro é identificado o tempo de *setup*, (tempo que a máquina não está produzindo). Depois é calculada a quantidade que a máquina poderia produzir caso não estivesse parada, e por ultimo o valor médio de venda do item. Assim a fórmula para o calculo do custo de *setup* é: (tempo do *setup*) x (quantidade produzida) x (valor médio do item). O custo do estoque é proporcional à quantidade e o tempo que um item permanece em estoque. Ele pode ser calculado como (preço do item) x (ganho no mercado por período). O custo de operação o do forno por período pode ser calculado da seguinte forma: (Consumo de kWh) x (Custo de kWh (industrial)).

Neste experimento os dados foram gerados aleatórios com o objetivo de validar o modelo. Considere a produção de 5 itens num horizonte de planejamento de 8 períodos. Têm-se disponíveis duas máquinas paralelas, dois fornos e o estoque inicial é zero para todos os itens. Na Tabela(1) , encontra-se os valores dos dados utilizados no experimento. O custo de operação do forno 1 é de 1000 unidades monetárias por período e a capacidade é de 10000 unidades de área. O forno 2 tem custo de 2000 unidades monetárias por período e capacidade de 20000 unidades de área. A capacidade do estoque é de 100 unidades e a capacidade de produção disponível em cada máquina e em qualquer período é de 60 unidades.

Tabela 1: DADOS UTILIZADOS NOS TESTES

Item	Custo *Setup*	Custo Estoque	Área	Tempo *Setup*	Tempo Prod.	Demanda
1	1	1	25	1	1	50
1	2	2	50	2	2	250
3	3	3	100	3	3	15
4	4	2	200	4	4	10
5	5	2	600	5	5	25

Fonte: Os autores (2018).

O modelo foi implementado e resolvido utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Para execução do modelo foi utilizado um computador com processador Intel Core i3, 2,5GHz e 4Gb de memória RAM.

4.2. Método dos Pesos (MPE)

O método dos pesos (MPE) consiste em definir uma certa prioridade para cada função objetivo e resolver um problema multiobjetivo para os parâmetros dados. Na literatura autores como Deb [2001], afirmam que os pesos ideais para se obter soluções mais próximas da fronteira de Pareto são as que respeitam a equação (18).

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \tag{18}$$

Esse método permite simplificar um modelo multiobjetivo para um modelo de um único objetivo. Para o problema (7), o método tem como finalidade resolver o modelo com a função objetivo (19), onde F_1, F_2 e F_3 são funções normalizadas de f_1, f_2 e f_3.

$$\begin{gathered} Min \quad (w_1F_1 + w_2F_2 + w_3F_3) \\ \text{e restrições de (8) a (17).} \end{gathered} \tag{19}$$

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

Para a escolha dos pesos, o intervalo [0, 1] foi particionado em tamanhos de 0.1, respeitado a equação (18). Assim, são obtidos 66 conjuntos de pesos para a resolução do problema (19). Como algumas soluções encontradas são repetidas, foi necessário retira-las, restando 25 soluções.

Esta abordagem explorou muito mais regiões em que *setup* e estoque geram uma curva ótima, explorando pouco as relações com a operação de forno. De fato, o conflito maior ocorre entre estoque e *setup*, indicando que o método possa tender a explorar mais relações de maior conflito em detrimento das de menor conflito.

Eliminando as soluções dominadas neste conjunto, como apresentado em Deb [2001], o conjunto de soluções é reduzido para 6 soluções não dominadas mostradas na Tabela (2), com seus respectivos pesos.

Tabela 2: SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS OBTIDAS PELO MÉTODO DOS PESOS

w_1	w_2	w_3	f_1	f_2	f_3
0.5	0.5	0	665	41	7000
0.3	0	0.7	698.6	52	6000
0.3	0.1	0.6	709.73	41	6000
0.2	0.1	0.7	780.07	41	5000
0.1	0	0.9	866	61	4000
0.1	0.1	0.8	882.07	41	4000

Fonte: Os autores (2018).

4.3. Método E-restrito (MER)

O método E-restrito (MER) consiste em fixar uma função como objetivo a ser minimizado e as funções restantes são adicionadas como restrições no modelo a ser resolvido. Para este método tem-se 3 diferentes modelos a serem resolvidos, (20), (21) e (22). Nesse método temos apenas uma função a ser minimizada, com isso não é necessário fazer a normalização das funções f_1, f_2 e f_3. Os modelos obtidos por esse método são:

$$\begin{aligned} Min\ & f_1 \\ s.a.\ & f_2 \leq \epsilon_2 \\ & f_3 \leq \epsilon_3 \end{aligned} \qquad (20)$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} Min\ & f_2 \\ s.a.\ & f_3 \leq \epsilon_3 \\ & f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned} \qquad (21)$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} Min\ & f_3 \\ s.a.\ & f_2 \leq \epsilon_2 \\ & f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned} \qquad (22)$$

e restrições de (8) a (17)

Através dos testes realizados pelo método dos pesos, encontrou-se os limitantes de cada função objetivo. Assim, o espaço onde encontram-se as soluções, para a função f_1 é o intervalo

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

[665, 1207], para a função f_2 é o intervalo [41, 62] e por fim, para a função f_3 é [4000, 24000]. Cada intervalo foi particionado em 5 partes, assim os valores assumidos por parâmetro são
$\epsilon_1 = \{665, 800.5, 936, 1071.5, 1207\}$,
$\epsilon_2 = \{41, 46.25, 51.5, 56.75, 62\}$,
$\epsilon_3 = \{4000, 9000, 14000, 19000, 24000\}$. Fazendo a combinação desses valores são obtidos os parâmetros para a resolução de 77 modelos.

Nesta aplicação, este método explorou amplamente a região de otimalidade, embora o número de soluções não dominadas e repetidas tenha sido inferior ao método dos Pesos.

Excluindo as soluções dominadas, usando a mesma metodologia apresentado por Deb [2001], encontraram-se apenas 4 soluções não dominadas, Tabela (3).

Tabela 3: SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS OBTIDAS PELO E-RESTRITO

Função a ser Min.	f_1	f_2	f_3
f_3	665	41	7000
f_3	800.5	41	5000
f_1	866	45	4000
f_1	882.07	41	4000

Fonte: Os autores (2018).

4.4. Método *Goal Programming* (MGP)

O método *Goal Programming* (MGP) permite que cada função objetivo tenha um pequeno desvio. O modelo padrão (7) sofre uma pequena mudança para que seja minimizado a soma destes desvios. Os valores de ϵ_1, ϵ_2 e ϵ_3 são os mesmo utilizados no método E-restrito. Relembrando que cada intervalo de solução foi particionado em 5, assim cada ϵ_i assume o conjunto de 5 valores. Então o modelo (7) torna-se:

$$\begin{aligned} Min \quad & \frac{(d_1^+ + d_1^-)}{\epsilon_1} + \frac{(d_2^+ + d_2^-)}{\epsilon_2} + \frac{(d_3^+ + d_3^-)}{\epsilon_3} \\ s.a. \quad & f_1 + d_1^- - d_1^+ = \epsilon_1 \\ & f_2 + d_2^- - d_2^+ = \epsilon_2 \\ & f_3 + d_3^- - d_3^+ = \epsilon_3 \\ & \text{e restrições de (8) a (17)} \end{aligned} \tag{23}$$

Combinando os valores de ϵ_1, ϵ_2, e ϵ_3,, tem-se ao total de 125 modelos a serem analisados. No entanto, as soluções obtidas apresentaram poucas soluções não dominadas, embora o número de soluções distintas obtidas tenha sido superior aos demais métodos utilizados. Com isso, viu-se necessário a particionar mais perto desses pontos.

Melhorando o particionamento perto das regiões não exploradas, aumentou o número de modelos para 165, apresentando mais soluções não dominadas.

Neste caso, o método explorou o espaço de solução por igual e forma intensa, porém não necessariamente próximo a fronteira ótima.

Por fim foram encontradas 6 soluções não dominadas, obtidas pelo método *Goal Programming*, Tabela (4).

4.5. Análise da Fronteira de Pareto

Para a construção da Fronteira de Pareto, uniu-se as soluções obtidas pelos 3 métodos (MPE, MER, MGP). Após excluir as soluções dominadas, foram obtidas 7 soluções não dominadas, Tabela (5) e Figura 2.

Ao analisar as figuras 2(a) e 2(b), nota-se que a relação de *setup* e estoque quase chega a formar uma curva de soluções não dominadas, no entanto o Forno exerce influência tal que soluções

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br

Tabela 4: SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS OBTIDAS PELO MÉTODO *GOAL PROGRAMMING*

f_1	f_2	f_3
665	41	7000
698,6	43	6000
763,75	43	5000
780,07	41	5000
866	45	4000
882.07	41	4000

Fonte: Os autores (2018).

Tabela 5: SOLUÇÕES NÃO DOMINADAS OBTIDAS PELOS 3 MÉTODOS

f_1	f_2	f_3	Método
665	41	7000	MPE, MER, MGP
698,6	43	6000	MGP
709,73	41	6000	MPE
763,75	43	5000	MGP
780,07	41	5000	MPE, MGP
866	45	4000	MER, MGP
882.07	41	4000	MPE, MER, MGP

Fonte: Os autores (2018).

que seriam dominadas analisando apenas *setup* e estoque passam a ser não dominadas considerando o custo de utilização do forno. Esta relação fica mais perceptível ao analisar a Figura 2(b), na qual as soluções são aplicadas ao plano *setup* versus estoque e apresentadas em cores para o valor de operação de forno. Assim, soluções mais frias são as menores em termos de forno, sendo pertencentes ao conjunto de Pareto, mesmo com altos valores em *setup* e forno.

Inicialmente, como o conflito maior se apresenta entre *setup* e forno esperava-se uma expressividade maior nesta relação, no entanto, o que se observa é uma forte influência na operação de forno na apresentação de uma solução ótima, sendo que, desconsiderando-se a operação de forno, as soluções não dominadas seriam reduzidas a apenas uma solução.

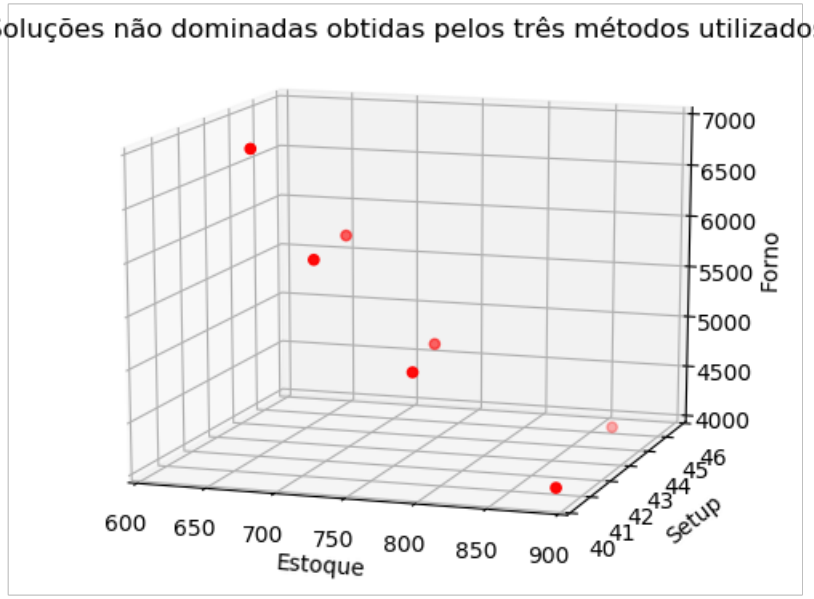
5. Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentado um modelo multiobjetivo com a expectativa de que métodos diferentes pudessem explorar regiões diferentes da fronteira de Pareto. Observou-se que, nesta aplicação, o método dos pesos repetiu muitas soluções, o E-restrito explorou soluções muito próximas a fronteira e GP explorou o espaço de soluções de forma mais uniforme. Assim, as soluções obtidas diferem para cada método, resultando em uma fronteira com maior precisão.

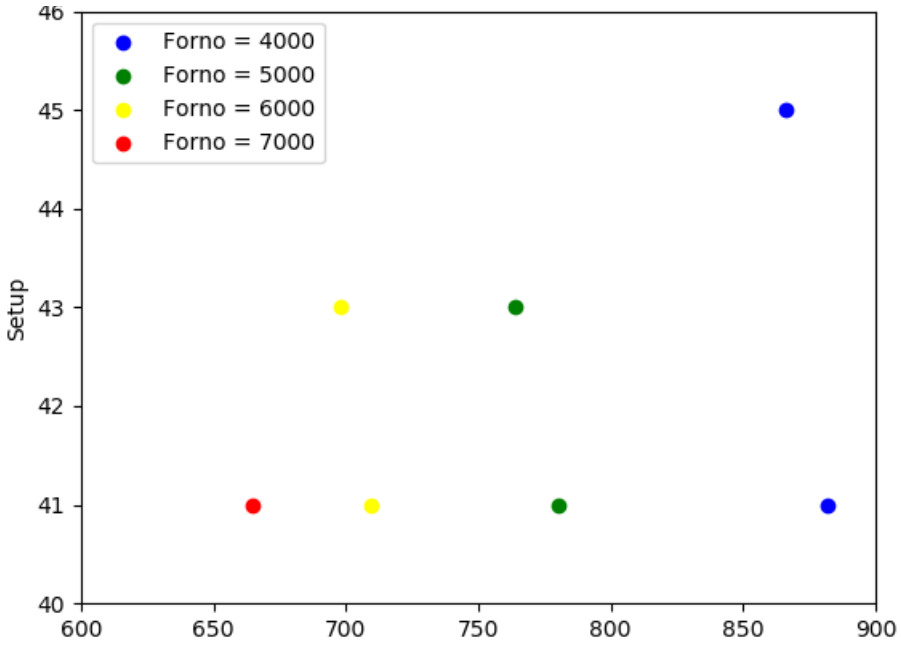
A utilização de um método pode não apresentar todas as soluções obtidas devido a escolhas de parâmetros que representam uma das maiores dificuldades na busca por soluções de um problema multiobjetivo. Por isso, para o conjunto de dados testados, os métodos apresentados se complementam, não é possível escolher apenas um método para encontrar as soluções do problema. Além disto, a não continuidade das funções é um agravante que torna muitas das soluções obtidas infactíveis.

Outra contribuição deste trabalho, é ter proposto uma forma diferenciada de representar o conjunto de Pareto com mais de duas funções objetivo, o que não é comum nos trabalhos pesquisados.

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br



(a) Fronteira de Pareto representada de forma localizada no espaço de busca de solução



(b) Fronteira de Pareto representada em na perspectiva de estoque e *setup*.

Figura 2: Fronteira de Pareto

Referências

de Araujo, S. A., Arenales, M. N., e Clark, A. R. (2004). Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte. *Gestão & Produção*, 11:165–176.

Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, volume 16. John Wiley & Sons.

Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B., e Morabito, R. (2012). Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265.

Joner, S. e Volpi, N. (2017a). Problema de dimensionamento de lotes: uma abordagem multiobjetivo. *Anais do Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia*, (2):425–432.

Joner, S. e Volpi, N. M. P. (2017b). Modelo matemático para a produção e teste de funcionalidade em ambiente de máquinas. *Interciencia: Revista de ciencia y tecnología de América*, p. 33–38.

Pareto, V. (1964). *Cours d'économie politique*, volume 1. Librairie Droz.

Santos, M. O. e Almada-Lobo, B. (2012). Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, 63(1):1–12.

Toledo, C. F., Arantes, M. S., França, P. M., e Morabito, R. (2012). A memetic framework for solving the lot sizing and scheduling problem in soft drink plants. In *Variants of evolutionary algorithms for real-world applications*, p. 59–93. Springer.

Toso, E. A., Morabito, R., e Clark, A. R. (2009). Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3):813–821.

Ulbricht, G. (2015). A production programming model multistage with intermediate stocks. *Applied Mathematical Sciences*, p. 2111–2124.

https://proceedings.science/p/85308?lang=pt-br