O Problema de Alocação de Assentos em Salas de Cinema

Maria Josiele de Queiroz
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Av. Sen Salgado Filho, Campus Lagoa Nova, Natal - RN, 59066-800
josieleq@gmail.com

Éverton Santi
Escola de Ciências e Tecnologia/UFRN
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção/UFRN
Av. Sen Salgado Filho, Campus Lagoa Nova, Natal - RN, 59066-800
santi.everton@gmail.com

RESUMO

Uma realidade na maioria das salas de cinema é a venda de ingressos com assentos numerados, na qual os clientes escolhem os assentos em que desejam ser alocados. Contudo, essa possibilidade de escolha pode acarretar em uma má distribuição dos assentos disponíveis, como a presença de um único assento vazio dentre dois assentos ocupados (assento isolado), o que pode inviabilizar uma compra futura por parte de clientes que vão ao cinema em pares ou grupos e que pode gerar a insatisfação dos mesmos. Neste trabalho é apresentada a proposta preliminar de um novo problema de otimização combinatória: O Problema de Alocação de Assentos em Salas de Cinema. O problema consiste em se evitar os transtornos causados pela presença de assentos isolados a partir de uma alocação automática dos assentos, realizada com foco na satisfação dos clientes. Um exemplo ilustrativo é apresentado ao final deste artigo.

PALAVRAS CHAVE. Otimização Combinatória, Alocação de Assentos, Salas de Cinema.

Outras Aplicações em PO, Otimização Combinatória, Metaheurísticas

ABSTRACT

A reality in most movie theaters is the sale of tickets with numbered seats, where customers choose the seats where they wish to be allocated. However, this choice may lead to a misallocation of the available seats, such as the presence of a single empty seat between two occupied seats (an isolated seat), making it impossible for future customers to purchase tickets in pairs or groups, what would generate their dissatisfaction. This work presents the preliminary propose of a new combinatorial optimization problem: The Movie Theater Seat Allocation Problem. The problem consists in avoiding the inconveniences caused by the presence of isolated seats by performing an automatic allocation focused on customer satisfaction. An illustrative examples is presented at the end of this paper.

KEYWORDS. Combinatorial Optimization, Seat Allocation, Movie Theaters.

Other Applications in OR, Combinatorial Optimization, Metaheuristics

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

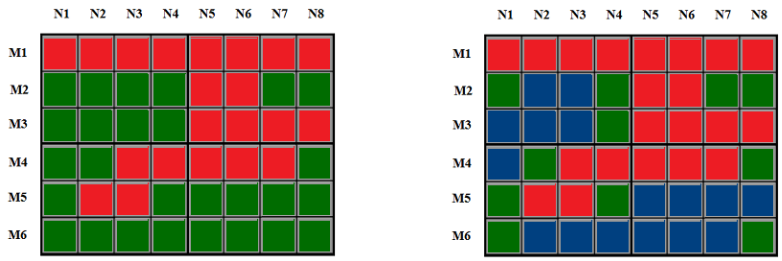
1. Introdução

O mercado do cinema movimenta anualmente milhões de reais, apresentando constante crescimento sob diversas perspectivas, como por exemplo, número de filmes produzidos, número de salas de exibição e espectadores. O notório crescimento desse mercado contribui para a caracterização do cinema como uma indústria que movimenta a economia.

No Brasil, a fim de se evitar que apenas as obras dos grandes produtores de cinema venham a ocupar a maior parte das salas de exibição, todos os anos, é definida uma Cota de Tela por decreto presidencial, na qual firma-se um compromisso público por parte dos exibidores e distribuidores com a ANCINE (Agência Nacional do Cinema), de estabelecer uma quantidade máxima de salas por complexo exibindo o mesmo título [Agência Nacional do Cinema, 2016].

Uma realidade na maioria das salas de cinema é a venda de ingressos com assentos numerados, na qual os clientes escolhem os assentos em que desejam ser alocados. Contudo, essa possibilidade de escolha pode acarretar em uma má distribuição dos assentos disponíveis. Lévi-Strauss [1976] sugere que "O uso de nossa sociedade é ignorar as pessoas cujo nome, ocupações e categoria sociais não são conhecidos". Corroborando com esta afirmação, sugere-se que pode haver clientes que, por não quererem proximidade com pessoas desconhecidas, podem tender a selecionar seus assentos de forma a deixar uma poltrona vazia entre os assentos já ocupados e o assento escolhido, o que pode inviabilizar uma compra futura por parte de clientes que vão ao cinema em grupos, gerando a insatisfação dos mesmos.

A Figura 1 ilustra o problema sugerido. A Figura 1(a) representa o *layout* de uma sala de cinema em um determinado momento do processo de seleção de assentos por meio dos clientes. Os quadrados em vermelho representam assentos já ocupados, enquanto que os quadrados em verde representam os que ainda estão disponíveis. A Figura 1(b) apresenta esta mesma sala em um momento posterior ao momento da Figura 1(a). Nesta segunda, os quadrados em azul indicam os novos pedidos realizados.



(a) Instante 1 (b) Instante 2

Figura 1: Exemplo do problema dos assentos isolados

Analisando a Figura 1(b), fica evidente a possibilidade de ocorrência do problema descrito anteriormente. Por exemplo, na fileira M2 é possível observar que foi realizado um pedido de tamanho dois, sendo reservados os assentos (M2, N2) e (M2, N3). Nota-se que os assentos (M2, N1) e (M2, N4) encontram-se, agora, isolados, o que dificultará futuras alocações para pedidos de tamanhos maiores que um. Caso os assentos ainda disponíveis na fileira M2 estivessem lado a lado, seria possível a alocação de um grupo de até quatro pessoas.

Sugere-se neste trabalho que a utilização de alguma metodologia apropriada para alocação de assentos pode reduzir o número de ocorrências de lugares isolados, minimizando assim as chances de os clientes desistirem de uma compra. Na literatura, a alocação de assentos, de uma forma geral, é um tema recorrente, especialmente na literatura ligada à Pesquisa Operacional (PO).

Apesar da grande quantidade de estudos e aplicações relacionados ao problema de alocação de assentos, observou-se uma grande lacuna no âmbito das salas de cinema. Essa carência de pesquisas na área é intrigante, uma vez que o tema se mostra relevante, dado as quantias financeiras

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

movimentadas pela indústria cinematográfica. Além do mais, medidas protecionistas como a Cota de Tela em conjunto com o sistema atual de vendas e o comportamento não amigável dos clientes, contribuem para uma alocação não eficiente dos recursos (assentos). Os assentos vazios representam uma perda para a prestadora de serviço por dois motivos: baixa utilização de capacidade e perda de satisfação dos clientes que não forem atendidos [Miyashita et al., 2008].

Após pesquisa realizada em diversas bases de dados, como Web of Science, Scopus, IEEE e Scielo, e fazendo uso de palavras chaves, como *movie theater*, *seat allocation* e *seat assignment*, entre outras, o único trabalho encontrado que trata diretamente sobre alocação em salas de cinema foi o estudo apresentado em [Nishino et al., 2009], intitulado *Service Design in Movie Theaters Using Auction Mechanism with Seat Reservations*, que propõe um novo mecanismo de serviço em cinema para a alocação de assentos que consiste em duas etapas. Na primeira, há um leilão para determinar o valor cobrado por ingresso, por meio do algoritmo de Vickrey-Clarke-Groves. Na segunda, a alocação de assentos para satisfazer às preferências do cliente é resolvida pelo algoritmo de Gale-Shapley, priorizando quem se dispõe a pagar mais.

A fim de se avaliar a eficácia do mecanismo proposto, os autores realizaram uma simulação baseada em agentes. Segundo análise apresentada, os resultados revelam que o mecanismo se mostra eficaz para apoiar os serviços de cinema, uma vez que o impacto financeiro do modelo apresentado é positivo. Porém, o nível de satisfação gerado nos clientes é extremamente baixo. A premissa adotada pelos autores, de que a satisfação não é fator determinante na avaliação de um modelo que define a forma como será ofertado um serviço pode estar equivocada, pois se a insatisfação ocorre, a probabilidade de compra subsequente ao consumo diminui [Larán e Espinoza, 2004]. Contudo, estudos direcionados ao ramo do cinema e que coloquem a satisfação do cliente, em relação à forma como são alocados, como um fator decisivo, não foram encontrados durante a revisão de literatura.

Diante do modelo de alocação que se tem em vigor hoje no mercado, a tendência é que se tenha um número maior de cadeiras isoladas. Isso se dá em parte pela limitação na quantidade de salas que podem exibir um mesmo título, dessa forma alguns filmes passam a ser mais demandados pelos consumidores, e em dias de estreia, por exemplo, essa procura passa a ser acima da média. Com isso, é possível reconhecer que existe um aumento nas chances de que alguns clientes não tenham como escolher um assento (ou assentos) com as características que lhes são desejadas: localização e quantidade.

Portanto, considerando o problema descrito, propõe-se neste trabalho um novo problema de otimização: o Problema de Alocação de Assentos em Salas de Cinema (PAASC). Neste novo problema, a alocação deverá ser realizada considerando as preferências dos clientes quanto à região da sala na qual preferem sentar, bem como o tamanho de cada pedido (quantidade de expectadores). De forma a apresentar o problema aqui proposto, bem como os resultados observados, o restante deste texto está organizado como segue: A Seção 2 apresenta o modelo matemático do PAASC, bem como uma formulação alternativa para este problema. A Seção 3 apresenta os resultados obtidos por meio desta pesquisa, incluindo-se a análise dos resultados computacionais e também de um exemplo ilustrativo, o qual permite observar as características das soluções obtidas em termos de alocação. Por fim, a Seção 4 apresenta as considerações finais acerca deste trabalho.

2. Modelo Proposto

2.1. A Sala de Cinema e as Possíveis Formas de Alocação de Pedidos

Para um bom entendimento do modelo proposto, é necessária a compreensão da situação para qual ele foi projetado. Neste sentido, considera-se que a sala terá formato retangular, contendo M fileiras, com N assentos por fileira, e com cada um destes sendo associado a um setor S. Neste cenário, para que a alocação possa ser realizada, o cliente precisa informar quantas pessoas fazem parte do pedido (tamanho do pedido) e em qual setor as mesmas preferem ser alocadas. O processo de alocação deverá ocorrer no momento em que a venda de ingressos é encerrada.

Também se faz necessária, para o entendimento do modelo, a compreensão do que vem a ser o conceito de penalidade de alocação. Para tal, é pertinente que se conheça de antemão o

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

significado dos parâmetros adotados para o modelo:

- M : número de fileiras ($i = 1, \ldots, M$);
- N : número de assentos ($j = 1, \ldots, N$);
- K : número de pedidos ($k = 1, \ldots, K$);
- S : número de setores ($s = 1, \ldots, S$);
- C : capacidade de cada uma das fileiras;
- S^k : setor de preferência do pedido k;
- Q^k : tamanho do pedido k;
- A_s : conjunto de assentos do setor S;
- W^l : valor da penalidade resultante do padrão de alocação l.

Para cada um dos pedidos k é atribuída uma penalidade (ρ^k), a qual equivale a um dos valores predefinidos em W e que depende da forma como os mesmos são alocados. No modelo proposto são consideradas oito formas diferenciadas de alocação (l), sendo associado a cada uma delas uma penalidade. A forma de alocação é dada em função de três variáveis binárias, α^k, β^k e γ^k, que representam, respectivamente, os casos em que um pedido foi alocado em mais de uma fileira, que foi alocado em mais de um setor e que foi alocado fora do setor de preferência, recebendo o valor 1 nos casos em que essas assertivas forem verdadeiras.

Na Tabela 1 são exibidas cada uma das oito possibilidades de alocação e os valores associados a cada uma das variáveis. A Figura 2 apresenta um exemplo para uma sala de tamanho reduzido, com capacidade de 48 pessoas, no qual cada quadrado representa um assento, sendo cada um deles associado a uma fileira M, uma coluna N e um setor S. Os assentos localizados no quadrante superior esquerdo pertencem ao setor um, no superior direito ao setor dois, e nos quadrantes inferiores esquerdo e direito aos setores três e quatro, respectivamente.

l	α	β	γ
1	0	0	0
2	0	0	1
3	0	1	0
4	0	1	1
5	1	0	0
6	1	0	1
7	1	1	0
8	1	1	1

Tabela 1: Formas de alocação

Considerando-se a Figura 2, tomando como exemplo o pedido $k = 7$, e sabendo-se que o mesmo tem o setor 1 como sendo o setor de preferência, é possivel observar que o pedido foi alocado em mais de uma fileira, em mais de um setor e que parte do pedido está alocada no setor de preferência. Sabendo disso, pode-se verificar na Tabela 1 que a forma de alocação em que $l = 7$ foi atribuída ao pedido.

Os valores conferidos às penalidades de cada uma das formas de alocação dependerão do julgamento do usuário do modelo. Devem ser atribuídos pesos menores e maiores para as formas

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

de alocação consideradas mais e menos desejadas, respectivamente. A única restrição com relação aos valores atribuídos à W^l, é que estes devem estar compreendidos no intervalo $[0, 1]$, já que esses valores serão posteriormente atribuídos às variáveis $\rho^k, \forall \quad k = 1, \ldots, K$.

	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
M1	3	7	7	7	6	6	6	8
M2	3	3	3	7	6	6	6	6
M3	4	4	4	4	4	8	1	1
M4	8	7	7	7	2	2	2	8
M5	5	5	5	5	5	5	8	8
M6	7	7	7	8	8	8	8	8

Figura 2: Mapa formas de alocação

2.2. O Problema de Alocação de Assentos em Salas de Cinema

Com base no que foi exposto na seção anterior, e nos paramêtros já apresentados, a modelagem do PAASC se baseia no fato de que cada pedido k necessita de Q^k assentos para a alocação total do pedido. Uma matriz x^k de dimensões MxN, correspondente ao mapa de assentos da sala, está associada a cada um dos pedidos. Quando alguma das variáveis x_{ij} desta matriz receber o valor 1 significará que o assento representado por aquela variável foi alocado para aquele pedido k, não sendo possível que um mesmo assento x_{ij} receba simultaneamente valor 1 em mais de uma matriz x^k. Desta forma, o problema consiste, principalmente, em selecionar Q^k variáveis contidas em x^k para assumirem valor 1, representando assim a alocação dada ao pedido k.

Sabendo disto, as variáveis de decisão do PAASC são:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{se um indivíduo do pedido } k \text{ for alocado no assento } j \text{ da fileira } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{1}$$

$$y_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se algum indivíduo do pedido } k \text{ for alocado na fileira } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

$$z^{ks} = \begin{cases} 1 & \text{se algum indivíduo do pedido } k \text{ for alocado no setor } s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3}$$

$$\alpha^k = \begin{cases} 1 & \text{se o pedido } k \text{ usa mais de uma fileira } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{4}$$

$$\beta^k = \begin{cases} 1 & \text{se o pedido } k \text{ usa mais de um setor } s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{5}$$

$$\gamma^k = \begin{cases} 1 & \text{se o pedido } k \text{ não usa o setor de preferência} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{6}$$

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

$\rho^k \in [0,1]$, penalidade relativa à forma como o pedido k é atendido (7)

A partir dos parâmetros e das variáveis de decisão apresentados, a formulação do problema é dada por:

$$\min \sum_{k=1}^{K} \rho^k, \tag{8}$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^k = Q^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k \leq C, \quad \forall \quad i = 1, \ldots, M, \tag{10}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N, \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{N-1} x_{ij}^k x_{i(j+1)}^k = \big(\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^k\big) - y_i^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \tag{12}$$

$$y_i^k \geq x_{ij}^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N, \tag{13}$$

$$(M-1)\alpha^k + 1 \geq \sum_{i=1}^{M} y_i^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{14}$$

$$z^{ks} \geq x_{ij}^k, \quad \forall \quad s = 1, \ldots, S, \quad k = 1, \ldots, K, \quad (i,j) \in A_s, \tag{15}$$

$$(N-1)\beta^k + 1 \geq \sum_{s=1}^{S} z^{ks}, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{16}$$

$$\gamma^k \geq 1 - z^{ks}, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad s \in S_k, \tag{17}$$

$$\rho^k \geq W^1[-\alpha^k - \beta^k - \gamma^k + 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{18}$$

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

$$\rho^k \geq W^2[-\alpha^k - \beta^k + \gamma^k], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{19}$$

$$\rho^k \geq W^3[-\alpha^k + \beta^k - \gamma^k], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{20}$$

$$\rho^k \geq W^4[-\alpha^k + \beta^k + \gamma^k - 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{21}$$

$$\rho^k \geq W^5[\alpha^k - \beta^k - \gamma^k], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{22}$$

$$\rho^k \geq W^6[\alpha^k - \beta^k + \gamma^k - 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{23}$$

$$\rho^k \geq W^7[\alpha^k + \beta^k - \gamma^k - 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{24}$$

$$\rho^k \geq W^8[\alpha^k + \beta^k + \gamma^k - 2], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{25}$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N, \tag{26}$$

$$y_i^k \in [0, 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \tag{27}$$

$$z^{ks} \in [0, 1], \quad \forall \quad s = 1, \ldots, S, \quad k = 1, \ldots, K, \tag{28}$$

$$\alpha^k \in \{0, 1\}, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{29}$$

$$\beta^k \in \{0, 1\}, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{30}$$

$$\gamma^k \in [0, 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{31}$$

$$\rho^k \in [0, 1], \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \tag{32}$$

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

em que o primeiro termo em (8) minimiza a soma das penalidades geradas a partir da alocação dada a cada um dos pedidos considerados. As restrições dadas em (9) determinam que a quantidade de assentos solicitados em cada um dos pedidos será atendida. As restrições em (10) estabelecem que o número de indivíduos designados a uma fileira i não pode ser maior do que sua capacidade.

Em (11) define-se que um mesmo assento só pode ser designado apenas uma vez por alocação, ou seja, cada assento só pode ser associado a apenas um pedido. As restrições em (12) impõem que se em determinada fileira i houver mais de um assento associado ao pedido k, esses assentos devem necessariamente estar dispostos um ao lado do outro. E as restrições em (13) implicam que a variável y_i^k assumirá valor 1 caso algum indivíduo relacionado ao pedido k seja alocado na fileira i.

Nas restrições dadas em (14) garante-se que a variável α^k terá valor 1 caso o pedido relacionado a ela esteja utilizando mais de uma fileira. O conjunto de restrições em (15) define que a variável z^{ks} assumirá valor 1 caso o pedido k esteja alocado, parcial ou totalmente, dentro do setor s. As restrições em (16) garantem que a variável β^k terá valor 1 caso o pedido relacionado a ela esteja utilizando mais de um setor. O conjunto de restrições dadas em (17) estabelecem que γ^k terá valor 1 quando o pedido k for alocado fora de seu setor de preferência.

E as restrições dadas em (18-25) determinam qual valor referente ao peso da alocação será atribuído à penalidade de cada pedido. Por fim, as restrições dadas em (26-32) são restrições de domínio sobre as variáveis de decisão.

Para este modelo inicial, foram realizados experimentos computacionais utilizando-se os resolvedores Couenne [Andreas et al., 2017] e Baron [Group, 2018], a fim de verificar o quão complexa é sua resolução. Foram geradas aleatoriamente cinco instâncias, considerando uma sala de cinema de tamanho reduzido ($M = 6$, $N = 8$, $S = 4$). As instâncias foram processadas com o tempo limite de execução fixado em 1 hora, e o número de threads fixado em 1. O computador utilizado nos experimentos possui 6 processadores Intel(R) Xeon(R) CPU X5650 de 2.67GHz e 6GB de memória.

Durante os experimentos os dois resolvedores tiveram todas as instâncias encerradas apenas quando o limite de tempo foi excedido. Para algumas instâncias, o Couenne não obteve nenhuma solução. Para as instâncias em que foi possível obter alguma solução, tanto o Couenne quanto o Baron não forneceram qualquer limitante inferior. Desta forma, não é possível analisar a qualidade das soluções geradas considerando critério de otimalidade. Sugere-se que a dificuldade em se resolver o modelo, mesmo para instâncias pequenas, provém de sua não-linearidade.

O modelo proposto é não linear devido às restrições em (12), pois nestas tem-se o produto das variáveis binárias x_{ij}^k e $x_{i(j+1)}^k$. Este produto somente terá valor 1 se ambas as variáveis tiverem valor 1, caso contrário o valor do produto será 0. Isso permite a aplicação da técnica de reformulação das desigualdades de Fortet [Fortet, 1960], na qual uma variável passa a representar este produto. Logo, tem-se que $e_{ij}^k = x_{ij}^k x_{i(j+1)}^k$, onde $e_{ij}^k \in [0,1]$ é um novo conjunto de variáveis de decisão que deverá ser adicionado ao modelo. Para tanto, é preciso adicionar ao modelo proposto três novos conjuntos de restrições que garantam que $\max\{0, x_{ij}^k + x_{i(j+1)}^k - 1\} \leq e_{ij}^k$. São eles:

$$e_{ij}^k \leq x_{ij}^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N-1, \tag{33}$$

$$e_{ij}^k \leq x_{i(j+1)}^k, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N-1, \tag{34}$$

$$e_{ij}^k \geq x_{ij}^k + x_{i(j+1)}^k - 1, \quad \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M, \quad j = 1, \ldots, N-1. \tag{35}$$

Desta forma as restrições em (12), que são não-lineares, podem ser reescritas como

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

$$\sum_{j=1}^{N-1} e_{ij}^{k} = \big(\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^{k}\big) - y_{i}^{k}, \forall \quad k = 1, \ldots, K, \quad i = 1, \ldots, M. \tag{36}$$

A partir da substituição das restrições em (12) pelas retrições em (33-36), o problema passa a ser linear. Este processo de reformulação permite que seja utilizado, por exemplo, o resolvedor CPLEX [IBM, 2018], cujo desempenho é considerável e pode, para alguns casos, levar à obtenção de soluções ótimas. A formulação alternativa aqui sugerida é denominada PAASC-A. Um aspecto negativo acerca desta nova formulação é o aumento no número de variáveis de decisão, bem como no número de restrições, o que pode vir a ser proibitivo para algumas instâncias.

3. Resultados computacionais

A partir da linearização do PAASC, novos experimentos computacionais foram realizados. Para tal, utilizaram-se as mesmas instâncias descritas na Seção anterior. Para esta nova formulação, a PAASC-A, optou-se pelo resolvedor CPLEX. Primeiramente, as instâncias foram processadas considerando um tempo limite fixado em 1 hora, bem como o número de threads fixado em 1. A Tabela 2 apresenta os resultados. Nota-se que todas as instâncias tiveram o processamento interrompido ao atingir o tempo limite de execução, não sendo encontradas soluções ótimas.

Destaca-se que as instâncias utilizadas possuem tamanho reduzido se comparadas ao real tamanho das salas de cinema. Neste sentido, algumas considerações podem ser feitas, por exemplo a necessidade de uma melhoria na formulação do problema, ou mesmo a necessidade de se implementar uma metaheurística a fim de viabilizar a aplicação do problema em um ambiente real.

No entanto, nota-se que o processo de linearização aplicado possibilitou alguma melhoria em relação a resolução do problema, se comparada à resolução do modelo original. Os valores encontrados para o limitantes inferiores não mais foram nulos, permitindo, obviamente com prudência, alguma análise acerca da qualidade das soluções obtidas. Os elevados valores referentes ao *gap* entre os limitantes superior e inferior indicam que as soluções encontradas neste experimento ainda estavam distantes das ótimas.

Em uma segunda rodada de experimentos, decidiu-se fixar o tempo limite de execução para as mesmas cinco instâncias em 6 horas, aumentando o número de threads para 6 para cada uma destas. A Tabela 3 apresenta os resultados desta segunda etapa. nota-se que quatro das cinco instâncias foram interrompidas antes que o limite de tempo fosse alcançado, isso ocorreu devido a utilização de 100% dos 6GB de memória disponíveis.

A instância quatro foi a única que apresentou solução ótima, um objetivo de 0.31, obtido em aproximadamente 1 hora e 37 minutos. Este resultado é positivo quando comparado com os obtidos a partir da formulação inicial, porém o tempo decorrido até que a solução ótima fosse encontrada é considerado elevado para a finalidade de aplicação. Isto é, a ideia é que o modelo de alocação de assentos fosse resolvido entre cinco e dez minutos antes do início da sessão, e que preferencialmente, soluções ótimas ou muito próximas destas sejam encontradas. A próxima seção apresenta um exemplo ilustrativo para o PAASC.

3.1. Exemplo Ilustrativo

Nesta seção, busca-se analisar as características de uma solução gerada a partir da aplicação do PAASC, considerando-se a distribuição de assentos por ele definida. Como demonstrado anteriormente, a resolução do problema proposta é um tanto complexa. Portanto, optou-se por utilizar uma instância com dimensões mínimas na representação da sala de cinema, bem como um número reduzido de pedidos, a fim de permitir a obtenção de uma solução ótima para análise.

Na Figura 3(a) é possível visualizar o mapeamento da sala utilizada para o exemplo ilustrativo apresentado nesta seção. A capacidade da sala é de 36 pessoas, com 6 fileiras e 6 assentos por fileira, dispostos em 4 setores. Cada quadrado na figura representa um assento e o número dentro deste equivale ao setor ao qual o mesmo está associado.

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

Instância	Limitante Superior	Limitante Inferior	GAP (%)	Nós Branch-and-bound	Tempo (s)
1	0.52	0.06	89.01	53846	3600
2	0.60	0.13	78.20	56535	3600
3	0.88	0.21	75.83	62909	3600
4	0.32	0.18	43.49	52388	3600
5	0.36	0.09	74.44	58489	3600

Tabela 2: Cplex, 1 thread, 1h

Instância	Limitante Superior	Limitante Inferior	GAP (%)	Nós Branch-and-bound	Tempo (s)
1	0.49	0.17	65.78	338575	1987.47
2	0.52	0.20	61.36	308835	1989.70
3	0.77	0.28	63.82	226174	1485.81
4	0.31	0.31	00.00	269610	5840.91
5	0.33	0.19	43.02	361640	1992.29

Tabela 3: Cplex, 6 threads, 6h

Na Tabela 4 é possível observar as características, tamanho e setor de preferência associado a cada pedido, bem como verificar qual padrão de alocação foi associado a cada um dos pedidos. O resultado final da alocação gerada é mostrado na Figura 3(b), na qual os números dentro de cada quadrado representam a qual pedido aquele assento está associado.

Os valores das penalidades associadas a cada padrão de alocação de pedido foram definidos como $W = \{0.0, 0.11, 0.05, 0.14, 0.08, 0.2, 0.17, 0.25\}$, apenas para fins de ilustração. Estes valores devem ser ajustados de acordo com a preferência do usuário do modelo, e em um cenário real, pode-se considerar a aplicação de métodos multicritérios como o Analytic Hierarquical Process (AHP) [Saaty, 2008] , para a obtenção destes valores, reduzindo as chances de que o decisor envolvido seja inconsistente em seu julgamento.

A instância gerada para este exemplo foi rapidamente resolvida a partir da formulação PAASC-A por meio do resolvedor CPLEX. Este processo levou 56 segundos, utilizou 1 thread e o custo da solução foi de 0.35. Isto é, 0.35 corresponde à soma de todas as penalidades aplicadas a todos os pedidos. Ao analisar a solução gerada, percebe-se que cinco dos nove pedidos receberam o valor 0 para penalidade, o que significa que os mesmos foram atendidos da melhor forma possível: os indivíduos relacionados ao pedido foram alocados lado a lado, todos em uma mesma fileira e com pelo menos um deles estando alocado no setor de preferência.

Pode-se sugerir que os demais pedidos também foram alocados de forma relativamente satisfatória, embora não tenham recebido um valor 0 para a penalidade. Os pedidos 4 e 7, por exemplo, receberam penalidade correspondente a 0.05, pois foram alocados em mais de um setor. Porém, ao se analisar o resultado da alocação apresentado na Figura 3(b), nota-se que os pedidos foram alocados de forma similar ao que seria uma alocação de penalidade 0, ou seja, os indivíduos sentam lado a lado, em uma mesma fileira e com parte do pedido alocado no setor de preferência.

O pedido 8 ocupa mais de uma fileira, porém todos os indivíduos estão alocados no setor de preferência, sendo que apenas 1 deles ficou sozinho. Uma consideração importante sobre este pedido é em relação ao seu tamanho, pois havia a necessidade de se alocar 7 pessoas. Para o tamanho da sala considerado, seria impossível obter uma alocação de penalidade 0 para este pedido.

O único pedido que foi alocado de forma mais propensa a não agradar os clientes foi o pedido 6, uma vez que este ficou espalhado em vários setores, em fileiras distantes. No modelo não há

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

nenhuma restrição que defina que quando o pedido for alocado em mais de uma fileira estas devam ser adjacentes, mas essa questão poderia ser adicionada em um refinamento do modelo. Novamente, o tamanho do pedido pode ser um inconveniente no momento da alocação. No caso do pedido 6, seu tamanho é 9. Pode-se sugerir que o cliente relacionado a este pedido tem consciência do quão difícil pode ser reservar 9 assentos vizinhos em uma sessão cuja lotação esteja quase completa.

	N1	N2	N3	N4	N5	N6
M1	1	1	1	2	2	2
M2	1	1	1	2	2	2
M3	1	1	1	2	2	2
M4	3	3	3	4	4	4
M5	3	3	3	4	4	4
M6	3	3	3	4	4	4

(a) Mapa de assentos

	N1	N2	N3	N4	N5	N6
M1	3	3	6	6	2	2
M2	6	7	7	7	7	7
M3	6	6	6	9	9	9
M4	8	8	8	6	6	1
M5	8	8	8	5	5	5
M6	8	4	4	4	4	6

(b) Resultado da alocação

Figura 3: Exemplo ilustrativo

Pedido	**Tamanho do Pedido**	**Setor de Preferência**	α	β	γ	ρ
1	1	4	0	0	0	0
2	2	2	0	0	0	0
3	2	1	0	0	0	0
4	4	4	0	1	0	0.05
5	3	4	0	0	0	0
6	9	1	1	1	0	0.17
7	5	1	0	1	0	0.05
8	7	3	1	0	0	0.08
9	3	2	0	0	0	0

Tabela 4: Entradas e saídas do exemplo ilustrativo

4. Considerações Finais

Apresentou-se neste trabalho um novo problema de otimização combinatória, o Problema de Alocação de Assentos em Salas de Cinema. Foram apresentados o modelo de programação matemática para este problema, bem como uma formulação alternativa, considerando-se o processo de reformulação e linearização das Desigualdades de Fortet [Fortet, 1960]. Para ambas as abordagens, observou-se a inviabilidade de se resolver o problema de forma ótima a partir de algoritmos exatos, especialmente ao se considerar que o tamanho das instâncias utilizadas nos experimentos é extremamente reduzido se comparado ao tamanho real das salas de cinema.

Pôde-se, a partir dos resultados observados, demonstrar o quão complexa é a resolução deste novo problema. Sugere-se, portanto, que sejam investigadas formulações alternativas para o problema, ou mesmo métodos diferenciados para sua resolução, a fim de permitir sua aplicação em um ambiente real e a validação das soluções encontradas em termos de custos, haja vista que mesmo a obtenção de limitantes inferiores é computacionalmente onerosa. Destaca-se, ainda, que em um ambiente real haveria um tempo limitado para a resolução do modelo, pois esta deverá ser realizada entre a finalização do recebimento dos pedidos e o início da sessão, havendo ainda um tempo para a divulgação do resultado, a qual poderia ser feita via SMS ou aplicativo específico.

Um aspecto positivo deste trabalho é a obtenção de soluções ótimas a partir da formulação alternativa apresentada, a PAASC-A. Embora apenas instâncias de tamanho reduzido tenham sido

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br

resolvidas, estas permitem que se analise a forma como os pedidos seriam atendidos em uma eventual aplicação do problema. A análise do exemplo ilustrativo exibido na Seção 3 sugere que a maioria dos pedidos seria alocada considerando de forma perfeita a preferência dos clientes.

Os pedidos atendidos parcialmente, ou de forma considerada insatisfatória, são aqueles cujo tamanho (quantidade de indivíduos) supera os limites da sala em termos do número de assentos para cada fileira. Pedidos como estes, em teoria, não podem ser atendidos de forma satisfatória, uma vez que se considere que o modelo proposto apenas necessita que o cliente informe apenas seu setor de preferência e o tamanho do pedido. Uma possível alternativa para esta limitação seria a consideração de padrões geométricos de alocação (quadrado, retangular, dentre outros), os quais seriam dados como opção ao cliente no momento da compra do ingresso.

Dado que esta pesquisa está ainda em fase inicial, diversas possibilidades são consideradas para sua continuidade. No momento, são buscadas estratégias diferencias para a melhoria do modelo elaborado, a fim de representar de forma mais aproximada a realidade, assim como técnicas de reformulação que possibilitem uma melhor resolução do problema via algoritmos exatos. Não é descartada a implementação de uma metaheurística, sendo esta a opção em segundo plano. Considera-se também a utilização de uma simulação baseada em agentes a fim de avaliar os resultados do modelo em termos de satisfação do cliente. Sugere-se que, inicialmente, a utilização deste modelo poderia gerar desconfiança por parte dos clientes, que estão habituados a escolher seus assentos. Logo se faz necessária uma maior investigação de seus impactos em termos de satisfação para que se possa pensar em como implantar o novo sistema em uma empresa do ramo.

Referências

Agência Nacional do Cinema (2016). Publicado decreto que estabelece a cota de tela para 2017. URL `https://www.ancine.gov.br/pt-br/sala-imprensa/noticias/publicado-decreto-que-estabelece-cota-de-tela-para-2017`. Access date: 25 jul. 2017.

Andreas, FranÇois, Pierre, Stefan, e Timo (2017). Couenne, an exact solver for nonconvex minlps. URL `https://projects.coin-or.org/Couenne`. Access date: 02 nov. 2017.

Fortet, R. (1960). Applications de l'algebre de boole en recherche opérationelle. *Revue Française de Recherche Opérationelle*, 4(14):17–26.

Group, S. O. (2018). Baron software. URL `http://archimedes.cheme.cmu.edu/?q=baron`. Access date: 08 mar. 2018.

IBM (2018). Cplex optimizer. URL `https://www.ibm.com/analytics/data-science/prescriptive-analytics/cplex-optimizer`. Access date: 08 mar. 2018.

Larán, J. A. e Espinoza, F. d. S. (2004). Consumidores satisfeitos, e então? analisando a satisfação como antecedente da lealdade. *Revista de Administração Contemporânea*, 8(2):51–70.

Lévi-Strauss, C. (1976). *As estruturas elementares do parentesco. Petrópolis: Vozes*.

Miyashita, K., Masuda, K., e Higashitani, F. (2008). Coordinated service allocation through flexible reservation. *IEEE Transactions on Services Computing*, 1(2):117–128. ISSN 1939-1374.

Nishino, N., Fukuya, K., e Ueda, K. (2009). Service design in movie theaters using auction mechanism with seat reservations. In *2009 International Conference of Soft Computing and Pattern Recognition*, p. 528–533.

Saaty, T. L. (2008). Decision making with the analytic hierarchy process. *International journal of services sciences*, 1(1):83–98.

https://proceedings.science/p/85307?lang=pt-br