

MÉTODO DELPHI INTERVALAR

Leandro da Silva Teixeira

Centro de Análises de Sistemas Navais

Praça Barão de Ladário, s/n, ilha das Cobras, Ed. 23 do AMRJ, Centro, Rio de Janeiro

leandro.silva@marinha.mil.br

António José Lopes Rodrigues

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Campo Grande 016, 1749-016, Lisboa, Portugal

ajrodrigues@ciencias.ulisboa.pt

RESUMO

O método Delphi é essencialmente um procedimento empírico e não está baseado em qualquer procedimento matemático mais profundo. A sua aplicação tradicional pode ignorar e não explorar pontos de discordância entre as respostas levantadas devido à utilização de técnicas pobres de sumarização dos resultados. Outra questão, diz respeito ao fato de que a resposta de cada entrevistado é dada sob a forma de um valor singular, não fornecendo qualquer indicação sobre o grau de incerteza de sua resposta. Sendo assim, este artigo propõe um novo método de elicitação de opiniões de um grupo. A proposta, intitulada Delphi Intervalar, segue todas as etapas do método Delphi tradicional, porém, permite que os decisores e especialistas expressem as suas opiniões através de intervalos de valores que descrevem, através da estimação de densidades, a incerteza associada a um conjunto de estimativas ou de valores que refletem as suas preferências.

PALAVRAS-CHAVE: Elicitação, Método Delphi, Consenso.

Tópicos: Outras aplicações em PO, PO em Defesa e Segurança Pública

ABSTRACT

The Delphi method is essentially an empirical procedure and is not based on any deeper mathematical procedure. Its traditional application can ignore and not exploit points of disagreement among the responses raised due to the use of poor results summarization techniques. The Delphi method is essentially an empirical procedure and is not based on any deeper mathematical procedure. Its traditional application can ignore and not exploit points of disagreement among the responses raised due to the use of poor results summarization techniques. Another question concerns the fact that the response of each individual interviewed is given in the form of a singular value, providing no indication as to the degree of uncertainty that he places on the response. Thus, this article proposes a new method of eliciting opinions from a group. The proposal, named Delphi Interval method, follows all the steps of the traditional Delphi method, however, allows the decision makers and experts, to express their opinions through intervals of values that allow to describe, through the estimation of densities, the uncertainty associated with a set of estimates or a set of values that reflect your preferences.

KEY WORDS: Elicitation, Delphi Method, Consensus.

Paper topics: OR others applications, OR in Defense and Public Security

1. Introdução

Slottje *et al.* [2008] definem elicitação como uma abordagem sistemática com a finalidade de sintetizar julgamentos subjetivos sobre um assunto em que existe incerteza devido

à falta de dados ou quando os dados são inatingíveis devido a restrições físicas ou a falta de recursos. Essa elicitación é, normalmente, representada através de probabilidades subjetivas, sendo que uma das formas mais simples é pedir ao especialista que indique a probabilidade de um evento qualquer acontecer [Wilson, 2013]. Um especialista pode ser definido como uma pessoa muito hábil, com profundo conhecimento em algum campo especial do conhecimento e a sua opinião é um julgamento formal sobre um assunto em questão ou pode significar uma crença baseada em informações ou conhecimentos incertos. Logo, é uma avaliação subjetiva, uma estimativa da qualidade ou quantidade de algo de interesse, que parece válido, verdadeiro ou provável na mente do especialista [Ayyub, 2001].

Diversas pesquisas e intensos debates em diferentes campos da ciência, como psicologia, estatística e análise de decisão, discutem a forma adequada de tratamento de um processo de elicitación, qualquer que seja o seu propósito. Devido às diferentes características das áreas envolvidas, diferentes problemas são relatados nesse processo. Apesar das diferenças, existe uma concordância no que diz respeito ao fato de a análise não dever ter apenas em conta quais as perguntas que devem ser feitas, mas também a forma como essas perguntas são feitas. Estes fatos têm levado esse campo da pesquisa a ser fortemente influenciado pelos aspetos psicológicos e cognitivos, que influenciam a forma como as pessoas representam as suas informações a respeito de variáveis incertas e como elas respondem a essas informações. A investigação tem prosperado em várias frentes e existe uma vasta literatura sobre este tema, em grande parte dedicada a identificar os fatores que a influenciam, como os trabalhos apresentados por Speirs-Bridge et al. [2010], Lin e Bier [2008], Tsai et al. [2008], Tetlock [2005].

O processo é ainda mais complexo quando a decisão envolve um grupo de decisores ou de diversos especialistas, pois as preferências e as opiniões podem ser divergentes, e pode haver agendas escondidas. Neste contexto, as opiniões podem ser elicitadas de forma independente e depois combinadas visando um consenso. A literatura apresenta abordagens matemáticas e comportamentais para esse problema. Sob esse aspecto Linstone e Turof [2002], mencionam que o método Delphi é uma ferramenta capaz de estruturar um processo de comunicação dentro um grupo, sendo este método eficaz para estabelecer internamente um diálogo no grupo de indivíduos, como um todo, para fomentar criteriosamente propostas de soluções a um problema complexo.

2. Método Delphi

Delphi é um método caracterizado como uma técnica que busca o consenso de um grupo a partir de um processo de comunicação, visando tratar um problema complexo de forma eficiente [Linstone e Turoff, 2002]. Conceitualmente, o método Delphi é bastante simples, trata-se de um questionário interativo, que circula repetidas vezes por um grupo, preservando o anonimato das respostas individuais. Cada membro do grupo recebe um questionário, preparado por uma equipe de coordenação, onde lhe são pedidas, usualmente, respostas quantitativas apoiadas por justificações e informações qualitativas. As respostas às questões quantitativas são tabuladas, recebendo um tratamento estatístico simples—definindo-se, normalmente, a mediana e os quartis —, e os resultados são devolvidos aos participantes.

A cada nova rodada de perguntas, a equipe de coordenação deve decidir a respeito da necessidade de incorporar novas questões na rodada seguinte ou simplesmente repetir as perguntas do questionário anterior. Obrigatoriamente, as respostas a um questionário devem ser apresentadas a todos os participantes na rodada de perguntas que se segue. Este procedimento estabelece um *feedback* entre os participantes, pois permite a troca de informações entre eles e, em geral, conduz a uma convergência rumo a uma posição de consenso. O processo é repetido até que a divergência entre os participantes seja reduzida a um nível satisfatório e a resposta da última rodada seja considerada como a resposta de consenso do grupo.

3. Procedimento Proposto: Método Delphi Intervalar

O método Delphi é essencialmente um procedimento empírico e não está baseado em qualquer procedimento matemático mais profundo. A sua aplicação tradicional pode ignorar e

não explorar pontos de discordância entre as respostas levantadas devido à utilização de técnicas pobres de sumarização dos resultados. Outra questão, diz respeito ao fato de, na aplicação tradicional do método, a resposta de cada indivíduo entrevistado ser dada sob a forma de um valor singular, não fornecendo qualquer indicação sobre o grau de incerteza que ele deposita na resposta. Finalmente, como sugerido por Von Der Gracht [2012], os investigadores devem ter em mente que, além de estatísticas de consenso, outras análises, tais como gráficos de dispersão, as análises de subgrupos, ou análises de impacto, também podem levar a resultados interessantes em estudos onde é utilizado o Delphi.

Sendo assim, apresenta-se uma proposta de um método intitulado Delphi Intervalar cujas principais características são as seguintes [Teixeira, 2015]:

- Possui as mesmas fases do método Delphi tradicional;
- Os entrevistados fornecem as suas opiniões ou preferências através de intervalos de valores em vez de valores pontuais;
- A cada intervalo é associada uma função de densidade de probabilidade Normal, sendo esta centrada no ponto médio do intervalo e tendo dispersão definida pelos quantis 5% e 95%;
- As densidades dos diferentes entrevistados são posteriormente combinadas, dando origem a uma nova f.d.p. pela aplicação do método do *Kernel*;
- O coordenador possui a liberdade de atribuir diferentes pesos aos entrevistados com o objetivo de conduzir o grupo a uma situação de consenso;
- O *feedback* dado aos entrevistados consiste na apresentação do gráfico da função de densidade de probabilidade estimada e os quantis das respostas;
- A obtenção de uma f.d.p. unimodal e simétrica pode ser interpretada como uma forma representativa de algum consenso, sendo depois desejável a redução da dispersão nessa f.d.p.

Em seguida, é apresentado sob a forma de algoritmo o conjunto de procedimentos do método proposto.

Algoritmo 1: Método Delphi Intervalar

Sejam:

$J = \{1, 2, \dots, M\}$: conjunto dos entrevistados

S : conjunto dos pontos (regularmente espaçados) para avaliação das densidades

$k = 0$;

REPETIR:

$k = k + 1$ (nova rodada)

Recolher as estimativas intervalares,

$$\left\{ (a_{kj}, b_{kj}) \right\}_{j \in J}$$

Calcular os indicadores de localização e dispersão,

$$\mu_{kj} = \frac{a_{kj} + b_{kj}}{2} \text{ e } \sigma_{kj} = \frac{b_{kj} - a_{kj}}{1.645}$$

Calcular as funções *Kernel* individuais,

$$\left\{ f_{kj}(s) \right\}_{j \in J, s \in S} \text{ com } f_{kj} \sim N(\mu_{kj}, \sigma_{kj})$$

Calcular os pesos a atribuir aos entrevistados,

$$\left\{ w_{kj} \right\}_{j \in J}$$

Calcular estimativas da densidade de probabilidade agregada,

$$\left\{ \hat{f}_k(s) \right\}_{s \in S}, \text{ com } \hat{f}_k(s) = \sum_{j \in J} w_{kj} f_{kj}(s)$$

SAIR SE ficar satisfeita uma condição de paragem apropriada

Apresentar $\hat{f}_k$ aos entrevistados (representação gráfica)

Calcular e apresentar a média de $\hat{f}_k$ (e possivelmente outros indicadores)

3.1 Estimação de Densidades

A tomada de decisões, mesmo que seja de um grupo, num contexto de incertezas, pode produzir diferentes respostas, dependendo da forma como o processo de decisão é conduzido. Um argumento para minimizar esta questão está voltado para procedimentos que proporcionem respostas por meio de intervalos de valores e que permitam definir uma função (de) densidade de probabilidade (f.d.p.).

O conhecimento da função densidade de probabilidade da variável em estudo permitirá descrever melhor o comportamento esperado para o futuro do processo em causa, contribuindo decisivamente para o processo de tomada da melhor decisão. Inegavelmente uma densidade de probabilidade é desde logo mais informativa do que, por exemplo, a posse de apenas alguns quantis. A estimação de uma densidade é também uma forma mais robusta para a explicação do fenómeno em estudo. Permite lidar melhor com certos aspetos conhecidos e presentes em muitos conjuntos de observações, como caudas e multimodalidade. Pode, por isso, ser mais consistente e concordante com os dados disponíveis.

A função densidade de probabilidade, $f(x)$, é um conceito fundamental em estatística. A sua estimação pode ser feita a partir de uma família paramétrica de modelos, sendo então imposta uma forma a $f(x)$, e, assim, tudo o que resta é estimar os parâmetros da distribuição com base nos dados.

A robustez desta abordagem depende da escolha do modelo paramétrico. Se o modelo designado for o verdadeiro ou próximo deste, as inferências a respeito da distribuição geradora dos dados são plausíveis. No entanto, são impostas restrições sobre a forma que $f(x)$ pode assumir. Por exemplo: uma função de densidade de uma distribuição normal é simétrica e em forma de sino, e consequentemente, inadequada para a representação de densidades bimodais ou assimétricas. Isto pode levar a interpretações inconsistentes do fenómeno em questão.

Uma forma alternativa de tratar o problema está na abordagem não paramétrica. A ideia de uma abordagem não paramétrica é evitar suposições restritivas sobre a forma de $f(x)$, permitindo lidar com um maior número de situações e podendo levar à descoberta de características consideradas insuspeitas aquando da adoção de um modelo paramétrico. A obtenção de uma estimativa da curva da densidade é feita diretamente a partir dos dados, ou seja, “os dados falam por si só”.

De entre as várias metodologias não paramétricas, um importante método para a estimação de funções de densidade de probabilidade é o método do *Kernel*. Este permite definir uma curva ou superfície de densidade com identificação visual de áreas com maior probabilidade de ocorrência de um evento. Maiores detalhes podem ser encontrados em Silverman [1986] ou Carmo [2007].

3.2 Respostas Intervalares

Usualmente, o método Delphi tradicional considera respostas pontuais as perguntas do questionário, mas, em vez disso, pode ser obtida mais informação sobre o grau de incerteza, solicitando-se ao decisor uma resposta em forma de um intervalo numérico. Assim, obtêm-se duas estimativas ou dois parâmetros das preferências, os extremos do intervalo respetivo. A este intervalo é associada uma função densidade de probabilidade. No entanto, respostas em forma de intervalos, frequentemente, podem mostrar um excesso de confiança; a literatura apresenta exemplos que são características desse fenómeno de comportamento [O'Hagan *et al.*, 2006].

Independentemente do contexto, uma dificuldade inerente a qualquer eliciação é alusiva ao fato de o entrevistado não ser capaz de especificar qualquer valor — seja uma preferência, uma estimativa pontual, intervalar ou uma probabilidade — com absoluta precisão. Sendo assim, iremos considerar as estimativas intervalares como representação de um intervalo de confiança de 90%. Esta abordagem é defendida no trabalho de Moder e Rodgers [1968] e por Teigen e Jørgensen [2005]. Sem prejuízo de outras funções *Kernel* poderem ser consideradas, conforme apresentado em Teixeira [2015], é associada uma função de densidade de

probabilidade Normal ao intervalo, sendo esta centrada no ponto médio do intervalo e tendo dispersão definida pelos quantis 5% e 95%. O uso da densidade Normal como forma de avaliar as incertezas e imprecisões em eliciações não é novidade: a literatura apresenta diversos trabalhos sobre esta abordagem, como os de Winkler [1981] e Garthwaite *et al.* [2005].

No entanto, levanta-se o problema de como adequar a curva gaussiana às estimativas intervalares quando a quantidade a ser estimada está naturalmente definida só num semieixo ou até num intervalo limitado (como, por exemplo, uma probabilidade). Devido ao suporte da distribuição Normal ser o conjunto dos números reais, há sempre certo valor de probabilidade que poderá ficar fora do domínio de admissibilidade e que poderá ou não ser reconhecido como negligenciável. Uma possibilidade seria o emprego explícito de truncatura, com correção do efeito produzido por esse procedimento. Note-se que, nesse caso, é necessário que os entrevistados forneçam uma resposta suplementar, correspondente ao valor modal da Triangular. Não serão aqui discutidos em pormenor, quaisquer possíveis procedimentos corretivos. Na verdade, acreditamos que os excedentes de probabilidade atrás referidos podem, em geral, ser considerados negligenciáveis. Esses efeitos são naturalmente atenuados, quer por resultado da combinação de várias densidades, quer devido à expectável redução da dispersão na sucessão de rodadas do processo de eliciação proposto.

3.3 Importância dos Entrevistados

O método Delphi Intervalar também visa contornar a influência exagerada que a resposta de um entrevistado ou de uma minoria de entrevistados poderia ter no processo de eliciação e agregação em sobreposição à maioria. Por este motivo, muitas vezes é necessário influenciar individualmente os membros do grupo, com o objetivo de construir uma decisão de consenso. A nossa proposta permite a um coordenador atribuir pesos, w_{kj} , aos entrevistados em função das respostas intervalares geradas a partir da análise da qualidade das respostas individuais.

Segundo Silverman [1986], no clássico método do *Kernel* para estimação não paramétrica de densidades, as estimativas recorrem a pesos iguais e imutáveis:

$$w_{kj} = 1/M$$

Para além desses pesos definidos *a priori*, é natural considerar pesos diferentes a partir das respostas dadas durante o próprio processo de eliciação. Por exemplo, pode-se argumentar que, em geral, um intervalo de maior amplitude merece maior credibilidade do que um intervalo demasiado reduzido. Outra abordagem consiste em atribuir maior ou menor peso às respostas individuais consoante estejam mais próximas ou mais afastadas da mediana do grupo. Concretamente, estes pesos podem ser calculados, em cada rodada, por meio de alterações no clássico método do *Kernel* para estimação (dita *não paramétrica*) de densidades apresentado em Silverman [1986]. Isto é feito da seguinte forma:

$$\tilde{x}_k = \text{mediana de } \mu_{kj}$$

$$d_{kj} = \left\{ \left| \mu_{kj} - \tilde{x}_k \right| \right\} \quad (\text{avaliação das distâncias})$$

$$v_{kj} = \frac{1}{d_{kj} + 1} \quad (\text{graduação})$$

$$w_{kj} = \frac{v_{kj}}{\sum_i v_{kj}} \quad (\text{normalização})$$

Outra ideia poderia consistir em definir uma repartição mais equilibrada para a definição dos pesos da seguinte forma:

$$v_{kj} = \frac{(\max d_{kj}) - (d_{kj})}{(\max d_{kj}) - (\min d_{kj})}$$

Nesse procedimento, a resposta mais distante da mediana do grupo é simplesmente ignorada, independentemente de ter características de *outlier* estatístico, ou não. As restantes teriam pesos mais equilibrados, uma vez que decrescem de forma linear.

4. Exemplo Ilustrativo

Nesta secção, é apresentado um estudo de caso com o objetivo de ilustrar o funcionamento do Método Delphi Intervalar explicitado no Algoritmo 1. Neste exemplo, foram consultados, analistas da Divisão de Pesquisa Operacional do Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV) — órgão de ciência, tecnologia e inovação da Marinha do Brasil. Este estudo de caso teve como objetivo capturar o grau de consenso dos entrevistados na seguinte situação:

“Suponha que você faz parte de um grupo de autoridades responsáveis pela segurança do porto do Rio de Janeiro. A administração do porto considera que o atributo Impacto Ambiental é relevante na avaliação das consequências de um eventual ataque terrorista. As medidas de proteção a tomar irão depender do ‘peso’ (graus de importância) para o atributo em questão, resultante da combinação das opiniões de todos os elementos deste grupo. Assim, cada resposta deverá ser traduzida por um intervalo de valores dentro da escala 0 a 100.”

Foram realizadas duas rodadas de perguntas com os analistas. Para efeitos de ilustração, a Tabela 1 apresenta os intervalos de valores respondidos por cada entrevistado, na 1ª rodada de consultas, relativamente à importância do atributo Impacto Econômico. Enquanto a Figura 1 apresenta os gráficos das funções *Kernel* de cada entrevistado e a Figura 2 ilustra os quadros de *feedback* aos entrevistados relacionados com a definição da importância do critério Impacto Econômico considerando as 3 funções de densidade de probabilidade resultantes da aplicação dos 3 procedimentos citados na seção anterior para a definição de pesos para os intervalos fornecidos pelos entrevistados.

Tabela 1 - Intervalos definidos pelos entrevistados para o atributo Impacto Econômico na 1ª rodada de perguntas

Entrevistado	Impacto Econômico
J_1	[50, 90]
J_2	[60, 90]
J_3	[70, 90]
J_4	[40, 60]
J_5	[60, 70]
J_6	[30, 50]
J_7	[80, 100]
J_8	[70, 100]
J_9	[50, 80]

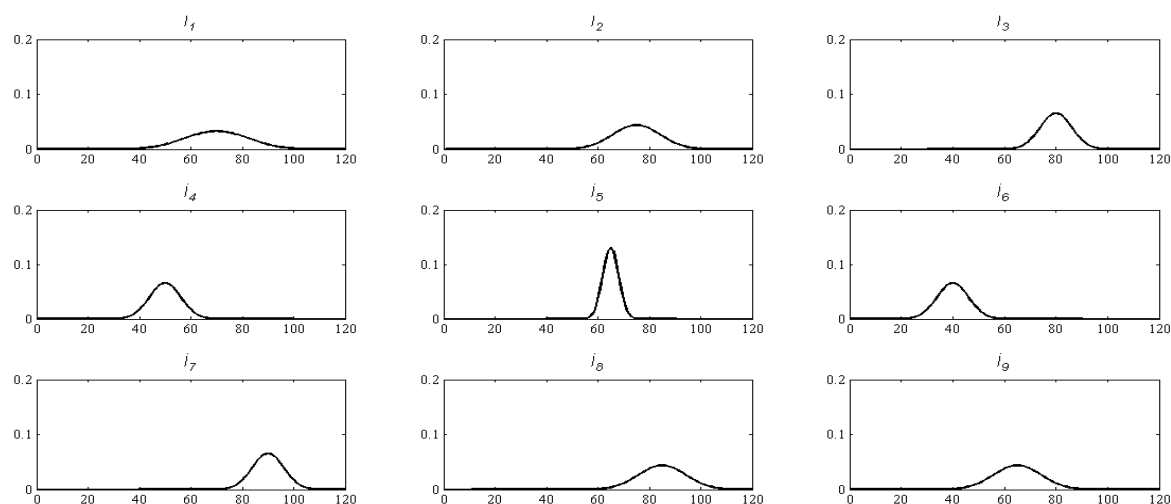


Figura 1 - Funções de densidade de probabilidade Normais de cada entrevistado para o atributo Impacto Econômico.

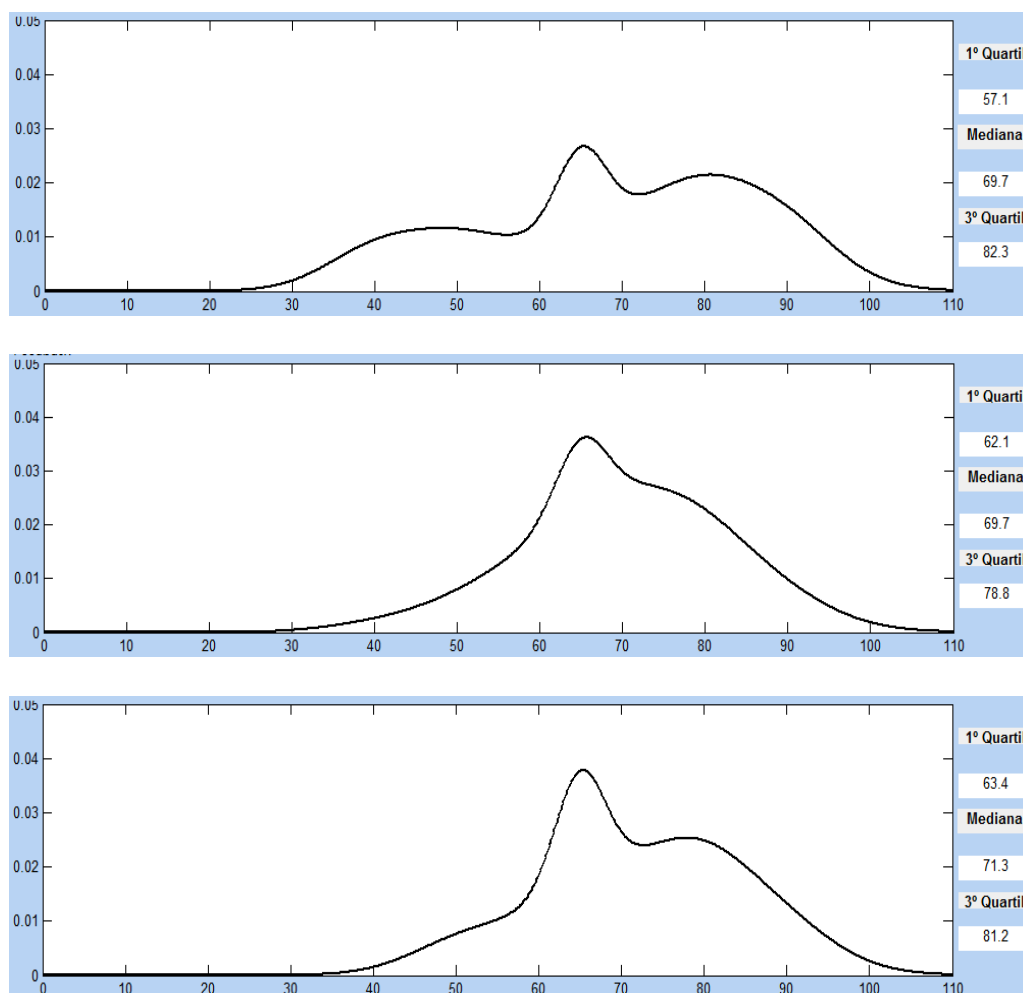


Figura 2 - Densidades geradas para o atributo Impacto Econômico ao se atribuir pesos aos entrevistados: (a) pesos iguais; (b) peso em função da distância da mediana do grupo; (c) a resposta mais distante da mediana do grupo é ignorada

Encerrada a 1ª rodada, vislumbrou-se a necessidade de uma 2ª rodada de perguntas. Para esta rodada, para efeito de simplificação, foi apresentado como feedback aos analistas os

gráficos das densidades resultantes da aplicação de pesos às respostas individuais consoante estejam mais próximas ou mais afastadas da mediana do grupo. A Figura 3 mostra a evolução das densidades geradas, da primeira para a segunda rodada de consultas.

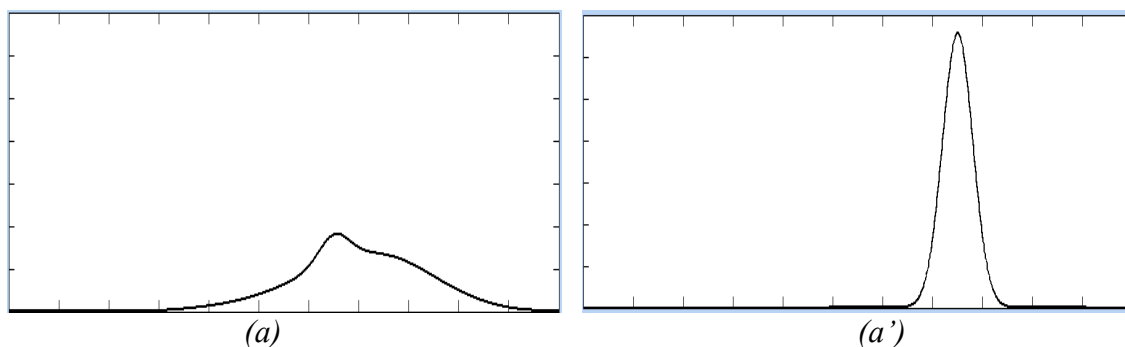


Figura 3 - Evolução das densidades estimadas da 1ª rodada (a) para a 2ª rodada (a')

Pode-se observar que se obteve uma densidade unimodal e uma significativa redução da dispersão, pelo que se considerou ter sido alcançado suficiente consenso.

5. Conclusão

Fizemos uma proposta para lidar com o problema da elicitación de opiniões/preferências de um grupo, seja de decisores ou especialistas. A proposta, denominada Método Delphi Intervalar, constitui um protocolo formal, com base num método largamente experimentado para a elicitación de opiniões e preferências de um grupo visando o levantamento de dados quantitativos sobre variáveis de interesse. Apesar de o Método Delphi Intervalar precisar de mais experiências para coleta de dados empíricos, acreditamos que constitui um procedimento útil para uso em painéis constituídos por especialistas heterogêneos em áreas multidisciplinares de interesse. Um aspeto importante derivado do método é a capacidade de proporcionar um processo analítico mais flexível para os decisores, pois possibilita que as estimativas sejam feitas sob a forma de intervalos. Estes intervalos viabilizam a estimação de uma função de densidade de probabilidade, sendo este um recurso importante na tomada de decisão, em particular por incluir informação sobre a incerteza que uma estimativa pontual não fornece.

Tendo em conta a necessidade de contornar a influência exagerada de que a opinião de um entrevistado ou de uma minoria de entrevistados poderia ter no processo de elicitación e agregação, foram consideradas alterações no clássico método do *Kernel* para estimação (dita não paramétrica) de densidades. Sobretudo, considerámos a atribuição de diferentes pesos aos entrevistados, de forma a refletir a importância ou a credibilidade das opiniões e estimativas individuais. Esta abordagem pode prover uma forma de incentivo para os entrevistados reverem as suas opiniões, procurando ser mais úteis na obtenção de estimativas finais suficientemente consensuais. Contudo, ressalta-se que as propostas são baseadas em suposições feitas em processos de elicitación de um grupo. Elas não pretendem descrever como, de fato, o comportamento de um grupo interfere num processo de decisão; pretendem simplesmente opinar a respeito de certo nível da qualidade do processo onde as opiniões e as preferências do grupo podem estar envolvidas em incertezas, independentemente da experiência e conhecimento dos membros do painel Delphi.

Referências

- Ayyub, B.M. (2001). Elicitation of Expert Opinions for Uncertainty and Risks. CRC Press.
- Carmo, J.L.N. (2007). Previsão da Procura e Decisão Optimal: Modelos e Métodos Avançados. Tese de doutoramento. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Garthwaite, P.H. Kadane, J. B. O'Hagan, A. (2005). Statistical methods for eliciting probability distributions. *Journal of the American Statistical Association*. 100(470), 680-701.
- Lin, S.W. Bier, V.M. (2008). A study of expert overconfidence. *Reliability Engineering & System Safety*. 93(5), 711-721.
- Linstone, H.A. Turoff, M. (2002). The Delphi Method: Techniques and Applications. New Jersey Institute of Technology. NJ. EUA.
- O'Hagan, A. Buck, C.E. Daneshkhah, A. Eiser, J.R. Garthwaite, P.H. Jenkinson, D.J. Oakley, J.E. Rakow, T. (2006). Uncertain Judgements: Eliciting Experts Probabilities. Wiley.
- Silverman, B.W. (1986). Density Estimation for Statistics and Data Analysis. CRC Press.
- Slottje, P. Van der Sluijs, J.P. Knol, A.B. (2008). Expert Elicitation: Methodological Suggestions for its Use in Environmental Health Impact Assessments. RIVM Letter report 630004001/2008. National Institute for Public Health and the Environment. Holanda.
- Speirs-Bridge, A. Fidler, F. McBride, M. Flander, L. Cumming, G. Burgman, M. (2010). Reducing overconfidence in the interval judgments of experts. *Risk Analysis*. 30(3), 512-523.
- Teigen, K.H.; Jørgensen, M. (2005). When 90% confidence intervals are 50% certain: on the credibility of credible intervals. *Applied Cognitive Psychology*. 19(4), 455-475.
- Teixeira, L.S. (2015). Metodologias de Avaliação Operacional do Risco de Segurança na Proteção de Portos. Tese de doutoramento. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Tetlock, P. (2005). Expert Political Judgment: How Good Is It? How Can We Know? Princeton University Press.
- Tsai, C.I. Klayman, J. Hastie, R. (2008). Effects of amount of information on judgment accuracy and confidence. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*. 107(2), 97-105.
- Von der Gracht, H.A. (2012). Consensus measurement in Delphi studies: Review and implications for future quality assurance. *Technological Forecasting and Social Change*. 79(8), 1525-1536.
- Wilson, J.L. (2013). Advancements in the Elicitation, Aggregation, and Forecasting of Probability Distributions under Time Constraints. Tese de doutoramento. San Diego State University.
- Winkler, R.L. (1981). Combining probability distributions from dependent information sources. *Management Science*. 27(4), 479-488.